1 - Généralités

Le schéma fonctionnel d'un système asservi peut se représenter globalement par

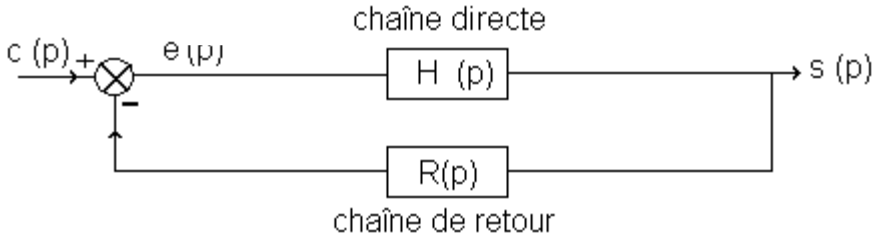


fig.1

La fonction de transfert en boucle ouverte est T(p) = H(p) R(p)

La fonction de transfert en boucle fermée est alors $$T'(p) = \frac{T(p)}{1 + H(p)R(p)}$$

Pour faire apparaître plus complètement les propriétés du système , on le représente par

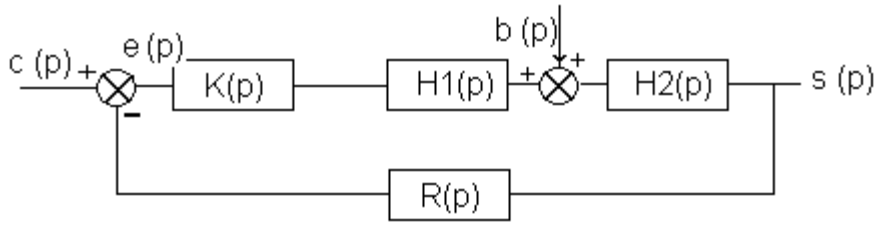


fig.2

H(p) = H1(p) H2(p) est la fonction de transfert du système lui-même et b(p) représente les perturbations que l'on peut introduire au système. Au contraire de c(p) qui représente la consigne à atteindre et que l'on connaît et maîtrise, b(p) est subie et pas toujours bien connue et on cherche à rendre son influence négligeable sur s(p). Par exemple, pour un asservissement de vitesse d'un moteur , c(p) sera la consigne de vitesse , s(p) la vitesse effectivement atteinte, H1(p) correspond à l'amplificateur de puissance qui alimente le moteur (actionneur) et H2(p) au moteur lui-même , b(p) étant par exemple une perturbation de couple (par exemple freinage du moteur) K(p) est la fonction de transfert du correcteur que l'on ajoute sur la chaîne directe afin d'améliorer la réponse du système.

Quelques définitions

Prenons le cas d'un système sans correcteur.

La fonction de transfert en boucle ouverte T(p) peut s'écrire sous la forme

$$T(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{N(p)}{p^{\alpha} D'(p)}$$

N(p) et D(p) sont des polynômes en p de degré respectivement m et n (m≤n dans un système réel). D'(p) est un polynôme déduit de D(p) tel que le terme de plus bas degré est une constante ($a_0 + a_1p^1 + a_2p^2 + \ldots$).

Ordre d'un SA : degré n du dénominateur (comme pour les filtres 1^{er} , $2^{ème}$ ordre…)

Type d'un SA : coefficient α (donc nombre d'intégrateurs dans la boucle) ; 0 pour un asservissement de vitesse, 1 pour un asservissement de position

Pôles de la FT : racines du dénominateur

Zéros de la FT : racines du numérateur

2 - Stabilité d'un système asservi

Un système est stable au sens mathématique si , pour une entrée bornée, la grandeur de sortie reste bornée pour tout t > 0

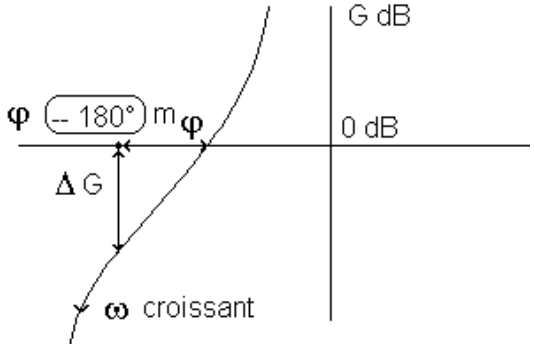
Critères de stabilité

Un système bouclé est stable si et seulement si tous les pôles de sa FT en boucle fermée ont une partie réelle négative.

Il existe des critères algébriques qui permettent de déterminer le signe de la partie réelle des pôles à partir de la FT en boucle ouverte (critère de Routh –Hurwitz).
Nous nous contenterons de critères graphiques. On peut les faire en représentation de Bode (deux courbes $G(\omega)=20 \log|T(\omega)|$, $\varphi(\omega)$), de Nyquist (représentation polaire de $\underline{T}(\omega)$) ou de Black-Nichols ($G(\omega) = f(\varphi(\omega))$ en coordonnées cartésiennes).

La représentation de Black s'avère commode en particulier pour voir les marges de stabilité et l'effet des correcteurs. Dans cette représentation, le point $\{\varphi = -180° ; G = 0 \text{ dB}\}$ représente le point critique.

Marges de stabilité
Il ne suffit pas que le système soit stable au sens mathématique, il faut encore qu'il soit suffisamment stable (par exemple que son comportement transitoire ne comporte pas trop d'oscillations). Pour cela, on se fixe une marge de stabilité :
Marge de phase $m_\varphi = 180° - \varphi$ (pour φ correspondant à G = 0 dB)
Marge de gain ΔG par rapport à 0 pour $\varphi = -180°$
Ces marges apparaissent simplement en représentation de Black (fig.3).



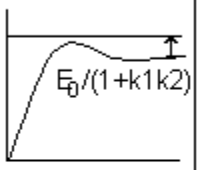
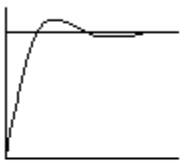
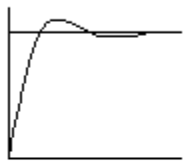
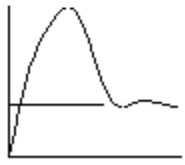
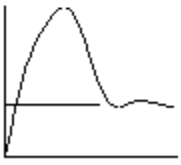
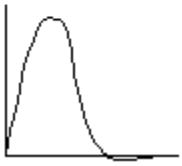
On voit en particulier qu'une augmentation de gain (qui améliore la précision) – décalage de la courbe vers le haut – se fait au détriment de la marge de phase donc une détérioration de la marge de stabilité (et même une instabilité).
Précision d'un système asservi
C'est l'écart entre la valeur de la consigne et la valeur de sortie. C'est donc la valeur à la sortie du soustracteur. On la détermine en régime permanent ($t \to \infty$ donc $p \to 0$).
On peut montrer que l'écart est

$$E(t \to \infty) = \lim_{p \to 0} \frac{p\ C(p)}{1 + T(p)}$$

On s'intéresse principalement à la réponse à un échelon. Alors, si E_0 est la valeur de la consigne appliquée en t = 0, l'erreur est :
nulle pour tout système de type 1 (ou plus) lorsqu'il y a au moins un intégrateur.
- égale à E0 / (1+T0) pour un système de type 0. On augmente la précision en augmentant le gain de la chaîne (ce qui détériore la stabilité).

C'est une règle générale des systèmes bouclés : il faut faire un compromis entre la précision et la stabilité.

Un résumé du comportement temporel à une entrée échelon ou à une perturbation échelon est donné dans le tableau ci-dessous selon l'existence et la place d'un intégrateur dans le système.

comport. de H1 et H2 à p =0	H1 =k1 H2 = k2	H1 = k1 H2 =k2/p	H1 = k1/p H2 = k2
entree échelon			
perturbation échelon (entrée nulle)			

3 - Effet des correcteurs

Dans la fonction de transfert du système (en boucle ouverte), on peut distinguer trois domaines de fréquence :
En basse fréquence (et éventuellement à la fréquence nulle), un gain important va diminuer l'erreur dite statique (entre la consigne et la sortie en régime permanent). S'il y a un intégrateur – type 1– (ou plus) , cette erreur sera nulle.
Dans la zone de passage à 0 dB (bande passante), il faut imposer une certaine marge de phase afin d'éviter des oscillations peu amorties et donc des dépassements importants de consigne. En général, une marge de phase de 45° limite le dépassement à 20%.
En haute fréquence, il faut limiter le gain pour limiter l'influence des bruits de mesure (défauts des capteurs) qui se superposent au signal de retour injecté sur le soustracteur.
Le rôle des correcteurs sera alors de modifier la fonction de transfert afin de respecter au mieux ces différentes contraintes.
On se restreint ici aux correcteurs série

3.1 - Correcteur Proportionnel – Dérivé (PD)

$K(p) = K(1+T_d p)$
K est le gain de l'action Proportionnelle
T_d est la constante de temps de l'action Dérivée
Sur le plan temporel cela correspond à $V_s = K V_e + K T_d dV_e/dt$
L'action dérivée
n'augmente pas la précision (pas d'effet à basse fréquence)
augmente la stabilité (par apport de phase, la marge de phase est plus grande)
améliore la rapidité de réponse (par augmentation de la bande passante)
augmente la sensibilité au bruit.

3.2 - Correcteur Proportionnel – Intégral (PI)

$K(p) = K(1 + 1/T_i p)$ $(V_s = K V_e + K/T_i \int V_e dt)$
L'action Intégrale
améliore la précision (augmentation du gain en BF)
diminue la stabilité (par perte de phase)
ralentit le système (diminution de la bande passante)

3.3 - Correcteur PID

Une combinaison judicieuse de ces effets permet de résoudre partiellement le dilemme Précision - Stabilité
On voit sur la fig.4 le diagramme de Black d'un système du 2ème ordre : le gain est faible à basse fréquence (ici 0 dB) donc peu de précision statique.
L'effet du correcteur PD est d'éloigner le diagramme du point critique : amélioration de la stabilité.
L'effet du correcteur PI est d'augmenter le gain à basse fréquence (amélioration de la précision) mais instabilité car le point critique est du mauvais côté.
L'effet du PID permet de combiner les effets positifs.

3.4 - Correcteur à avance de phase

$K(p) = K\{(1+T_1 p)/(1+T_2 p)\}$ avec $T_1 > T_2$
Il a un effet stabilisant (par apport de phase entre $1/T_1$ et $1/T_2$) et améliore la rapidité de réponse tout en augmentant moins la sensibilité au bruit que le PD. Il est utile par exemple pour un asservissement de position puisque la précision est déjà apportée par l'intégrateur du système.

De même, un correcteur à retard de phase (même expression mais $T_1 < T_2$) améliorerait la précision mais aurait un effet déstabilisant.

Bibliographie:

[1] R. Duffait, J-P. Lièvre« **Expériences d'électronique »**, Bréal, 2ème édition
[2] D. Aubert, J-M. Donnini, L. Quaranta, R. Payan, P. Renucci, **« Dictionnaire de physique expérimentale, tomes III Electronique, IV Electricité**. » Editions Pierron.
[3] A.P. Malvino, « Principes d'électronique. », Edisciences international
[4] R. Journeaux, « Travaux pratiques de physique.Electricité, électronique, optique. » De Boeck Université
[5] Berty, Escaut, Marchand, Martin, Oustry « Electricité pratique, tome I. » Vuibert
[6] M. Vauchelles, « **Travaux pratiques d'électronique**. » Ellipses
[7] Dattée, « Electronique : concepts de base. »
[8] HPrépa, « Electronique II, PSI-PSI*. » Hachette
[9] J. Niard, « Manuel de Terminale F2. » Nathan
[10] F. Mannevile, J. Esquieu, » Systèmes bouclés linéaires de communication et filtrage. », Dunod
[11] M. Krob, « Electronique expérimentale. », Ellipses
[12] BUP n°779, « Etude expérimentale de la rétroaction tension/tension dans un système bouclé du premier ordre. »
n°825, « Maquette de sustentation magnétique. »