

MP27 - SYSTÈMES BOUCLÉS

13 janvier 2016

Laura Giausserand & Thibaud Trolliet

*"GLaDOS : Cette phrase est fausse.
Wheatley : Vrai. Je choisis vrai. Ha. C'était facile."*
PORTAL 2

Commentaires du jury

2014, 2015 : Ce montage concerne la physique des asservissements et/ou celle des oscillateurs auto-entretenus. Une maîtrise minimale des montages élémentaires est requise. Un oscillateur à quartz serait le bienvenu, compte tenu de son fort facteur de qualité.

Jusqu'en 2013, il y avait deux montages : "Systèmes bouclés (oscillateurs exclus)" et "Oscillateurs auto-entretenus", qui ont été rassemblés.

Sur Systèmes bouclés :

2012 : Les notions de stabilité, puis de temps de réponse et de précision sont essentielles dans ce montage. Le monde moderne regorge de systèmes asservis évitant l'utilisation de « boîtes noires » présentant des défauts introduits exprès pour qu'on les corrige par asservissement. Le produit « gain bande passante = constante » ne doit pas être attendu aveuglément, les conditions de validité de cette relation doivent être connues et respectées.

Sur Oscillateurs :

2013 : Dans ce montage on demande une maîtrise minimale des montages élémentaires. Un oscillateur à quartz serait le bienvenu avec son fort facteur de qualité.

2012 : Un oscillateur à quartz serait le bienvenu avec son fort facteur de qualité. Le rôle de la phase pour la détermination de la fréquence d'oscillation est rarement utilisé. Penser aussi aux nombreuses applications.

Bibliographie

↗ **Duffait elec**

→ Moteur asservi en position et multivibrateur astable ;

↗ *Electronique expérimentale*, **Krob**

→ Pont de Wien.

Expériences

- 🛠 Pont de Wien ;
- 🛠 Moteur asservi en position ;
- 🛠 Multivibrateur astable ;
- 🛠 Vase de Tantale.

Table des matières

1	Oscillateurs	2
1.1	Principe des oscillateurs	2
1.2	Multivibrateur astable	4
2	Asservissement : moteur asservi en position	4
2.1	Caractéristiques du moteur	5
2.2	Fontion de transfert	5
2.3	Réponse indicielle	5
3	Vase de Tantale	6

Introduction

Les systèmes bouclés sont tout autant présent dans la nature (fonctions de régulation du sang, de l’oxygène, ... du corps humain, maintien de l’équilibre, ...) que dans nos outils quotidiens (régulateur de vitesse, chauffage, chasse d’eau, ...). Commençons par définir ce qu’est un système bouclé : on appelle système bouclé un système qui va comporter une boucle de rétroaction, c’est-à-dire dont la valeur en sortie du système va être réinjecté en entrée. Le schéma-bloc ci-dessous éclaire ce principe.

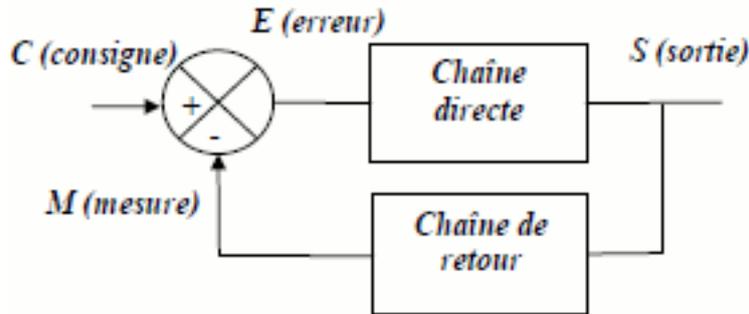


FIGURE 1 – Schéma bloc.

On peut distinguer deux types principaux de systèmes bouclés : les oscillateurs, qui vont répéter périodiquement un même signal, et les asservissements, qui se serviront de la boucle retour pour faire tendre la valeur de sortie vers une valeur souhaitée.

1 Oscillateurs

Regardons là aussi la définition d’un oscillateur : on appelle ici oscillateur un système qui génère un signal de sortie périodique en l’absence de toute excitation périodique extérieure. La boucle de rétroaction va ici nous servir à créer un système instable, permettant la création d’un signal oscillant à partir de l’amplification du bruit. Voyons la théorie et la pratique plus en détail grâce au pont de Wien.

1.1 Principe des oscillateurs

Nous allons présenter le principe des oscillateurs et les différents régimes possibles en s’appuyant sur la manipulation du pont de Wien. Le montage est représenté figure 2.

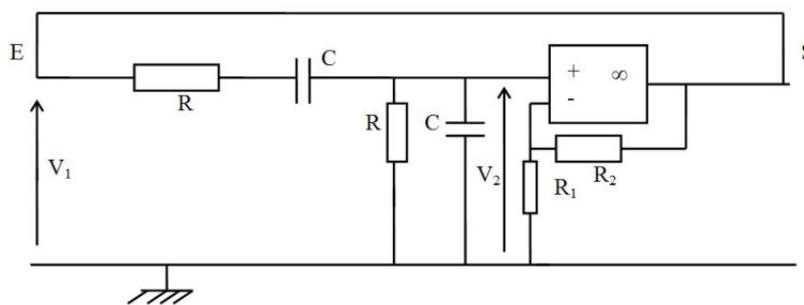


FIGURE 2 – Pont de Wien.

On peut décomposer le pont de Wien en deux parties : la chaîne directe, composée d’un amplificateur non inverseur, de fonction de transfert :

$$H_0 = 1 + \frac{R_2}{R_1} \tag{1}$$

et la chaîne de retour, composé d’un filtre passe-bande effectué par le pont diviseur RC série RC parallèle, et de fonction de transfert :

$$K = \frac{1}{3 + j(RC\omega - \frac{1}{RC\omega})} \tag{2}$$

La fonction de transfert du système est (comme pour tout système bouclé) :

$$G(j\omega) = \frac{H}{1 + T(j\omega)} \quad (3)$$

où $T = HK$ est la fonction de transfert en boucle ouverte. Dans notre cas :

$$T(j\omega) = \frac{-\frac{1}{3}(1 + \frac{R_2}{R_1})}{1 + \frac{j}{3}(RC\omega - \frac{1}{RC\omega})} \quad (4)$$

Or, d'après le critère-sorti-du-chapeau, plus communément appelé critère de revers, on sait que le système est stable si le lieu de Nyquist de T laisse le point -1 à gauche. On va donc pouvoir étudier la stabilité du pont de Wien en traçant le diagramme de Nyquist du pont de Wien en boucle ouverte (c'est-à-dire la partie imaginaire de T en fonction de sa partie réelle). En pratique, on va montrer que la valeur limite de stabilité est dans notre cas proche de $R_2 = 2R_1$.

Critère de Nyquist

⚡ Krob

⊖

La résistance R_2 est variable. On prend une valeur de R_2 inférieure mais proche de $2R_1$, et on trace le diagramme de Nyquist : pour cela, on prend les amplitudes en entrée et sortie ainsi que la phase (comme pour une fonction de transfert donc), et on trace simplement $\frac{v_s}{v_e} \sin(\phi)$ en fonction de $\frac{v_s}{v_e} \cos(\phi)$, ce qui nous donne la partie imaginaire de la fonction de transfert en fonction de la partie réelle.

On fait de même avec un R_2 supérieur mais proche de $2R_1$; les deux cercles obtenus doivent entourer le point -1 , montrant que le passage de stable à instable se fait proche de cette valeur.

On cherche aussi la valeur de résonance, soit en regardant pour quelle fréquence les cercles croisent l'axe des abscisses, soit de manière indépendante au diagramme de Nyquist en faisant varier la fréquence du GBF et cherchant là où l'amplitude de sortie est maximale.

Remarque : j'ai eu lors de la préparation un problème de signe, les cercles entourant le point $(1,0)$ et non $(-1,0)$. J'ai introduit de manière factice un signe moins dans les équations, mais je pense que le problème vient d'un branchement à l'envers, soit absent du Duffait soit parce que je me suis trompé en reproduisant son montage.

Une fois cela fait, on peut passer au pont de Wien à proprement dit. On boucle donc le système.

Condition de démarrage

⚡ Krob

⊖

On montre que, avec le système bouclé, le système ne devient instable que pour une valeur de $R_2 > 2R_1$.

On montre que, lorsque l'on est proche de la condition de démarrage, les oscillations sont quasi-sinusoidales, de fréquence proche de la fréquence de résonance déterminée en boucle ouverte (tracer la TF sur l'oscillo pour s'en convaincre) ; on parle d'oscillations quasi-sinusoidales. On explique cela par le fait que le signal est amplifié un peu plus à chaque tour de boucle, mais seuls les signaux en phase après un tour de boucle pourront être amplifiés constructivement : ainsi, l'amplification étant faible, seuls les fréquences proches de celle de résonance seront amplifiées.

En continuant d'augmenter R_2 , les oscillations perdent rapidement leur forme sinusoidale, les harmoniques non fondamentales viennent mettre leur grain de sel ; on parle alors d'oscillations de relaxation.

On va étudier maintenant le démarrage des oscillations ; dans le cas d'un signal quasi-sinusoidal, on a un régime transitoire pseudo-périodique avant d'atteindre la saturation ; on a un régime apériodique dans le cas des oscillations de relaxation.

Dans le cas pseudo-périodique, la pseudo-période T_P et l'incrément logarithmique δ sont reliés à la pulsation de résonance $\Omega_0 = 1/RC$ et à $\alpha = 1 - \frac{R_2}{2R_1}$ par :

$$\frac{1}{2\alpha} = -\frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{4\Pi^2}{\delta^2}} \quad (5)$$

$$\Omega_0 = \frac{\delta}{T_P} \sqrt{1 + \frac{4\Pi^2}{\delta^2}} \quad (6)$$

Pour ceux dont les cours de prépa datent un peu, rappelons que l'incrément logarithmique est défini comme (on peut la trouver par exemple dans le dico de physique de Taillet) :

$$\delta = \ln\left(\frac{A_{n+1}}{A_n}\right) \quad (7)$$

où A_n est l'amplitude du nième pic.

En modifiant cette expression, on peut la mettre sous la forme :

$$A_n = \delta n + A_0 \quad (8)$$

Démarrage des oscillations

⚡ Krob

⊖

On étudie le démarrage des oscillations en régime quasi-sinusoidal ; pour cela, on place l'oscilloscope en mode déroulant, et on court-circuite la borne + de l'AO ; en enlevant le court-circuit, on voit le démarrage des oscillations, qu'on peut ensuite étudier sur l'oscilloscope.

On mesure la pseudo-période directement sur l'oscilloscope. Pour le décrétement logarithmique, on trace $\ln(A_n)$ en fonction de n : on obtient une droite de coefficient directeur δ . On peut ainsi remonter aux formules et comparer aux valeurs théoriques : $\Omega_0 = 1/RC$ et $\alpha \approx 0$.

Nous venons à l'aide du pont de Wien d'illustrer les différents types d'oscillations que l'on peut obtenir à l'aide d'un système bouclé. Voyons maintenant un exemple d'oscillateur à relaxation.

1.2 Multivibrateur astable

Remarque : Je crois que je ne fais en fait pas ici le multivibrateur astable mais un oscillateur à relaxation qui n'a pas eu la chance d'avoir un nom ; la différence est que le multivibrateur astable utilise comme intégrateur un simple RC, lorsque l'autre utilise un AO en montage intégrateur. La méthode est exactement la même, seule la formule finale change.

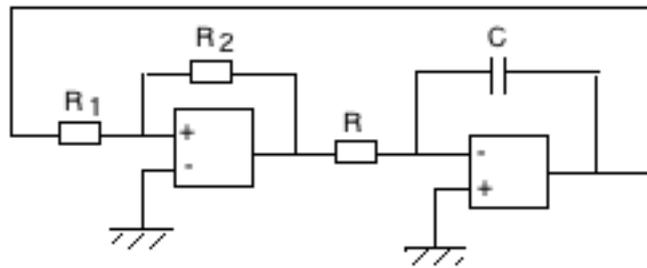


FIGURE 3 – Oscillateur à relaxation.

On peut décomposer cet oscillateur en deux parties : un montage intégrateur, et un comparateur. En sortie du comparateur, on aura une tension de saturation constante égale à $\pm V_{sat}$; la tension en sortie de l'intégrateur (et donc en entrée du comparateur) décroît ou croît donc linéairement au cours du temps à la vitesse : $\pm \frac{V_{sat}}{RC}$. On a ensuite inversion du processus dès que cette tension atteint $\frac{R_1}{R_2} V_{sat}$. On attend donc en sortie un signal périodique, carré en sortie du comparateur (égal à $\pm V_{sat}$) et triangulaire en sortie de l'intégrateur. On déduit de plus de ce que l'on vient de dire que la période du système est :

$$T = 4 \frac{R_1}{R_2} RC \quad (9)$$

Multivibrateur astable

⚡ Duffait

⊖

On mesure sur l'oscillo la valeur de la période pour différentes valeurs de R_1 ; on trace $T(R_1)$, et on montre ainsi qu'on a réussi à créer un signal triangulaire ou carré simplement à partir de composants électroniques, et de fréquence ajustable à partir de ceux-ci.

2 Asservissement : moteur asservi en position

Passons maintenant à l'étude des systèmes asservis. Nous nous concentrerons ici sur un système particulier : l'asservissement de position. Le but est ici que la grandeur de sortie suive celle d'entrée. L'asservissement en position se fait sur notre cas sur un moteur à courant continu ; le système permet la commande de la position angulaire θ_s

d'une pièce mobile à l'aide d'un potentiomètre de commande, repéré par un angle θ_e . Les potentiomètres délivrent des tensions proportionnels aux angles : $v_e = k\theta_e$ et $v_s = k\theta_s$.

2.1 Caractéristiques du moteur

L'étude théorique du moteur nous amène les deux équations régissant son fonctionnement :

Equation électrique :

$$v_m = R_m i_m + K \omega_s \quad (10)$$

Equation mécanique :

$$J_m \frac{d\omega_s}{dt} = -a\omega_s + K i_m \quad (11)$$

On peut remonter en pratique aux différents paramètres, nous ne remonterons pour notre part qu'à la valeur de K.

Caractéristiques du moteur (non fait, finalement)

☞ Duffait



On ne s'occupe que du moteur ici : on vire tous les composants de l'asservissement et on ne garde que le moteur en lui-même, que l'on branche sur une alimentation continue. La vis va alors effectuer un mouvement circulaire de pulsation ω_m , qui va dépendre de la tension envoyée selon l'équation électrique. En faisant varier la tension envoyée, et en mesurant la tension, le courant (à l'aide de multimètres) et la fréquence de rotation (que l'on peut mesurer en branchant la sortie du moteur sur un oscilloscope, et en regardant la période de rotation sur celui-ci). En traçant $V_m - R_m I_m$ en fonction de ω_m , on obtient une droite de pente K.

Influence de l'amplification

☞ Duffait



Il est aussi intéressant de présenter qualitativement l'asservissement, en particulier en fonction de l'amplification effectuée entre le moteur et la boucle de rétroaction :

- à faible amplification, on constate qualitativement en tripatouillant la vis que le "couple de rappel" qui tend à ramener la vis à la position est faible ; celui-ci sera donc peu précis.
- A plus forte amplification, le couple est plus intense, on gagne en précision ;
- Encore au-dessus, on atteint un régime instable ou la vis ne se stabilise pas à la position souhaitée mais oscille autour de celle-ci (dûs à des phénomènes non linéaires).

2.2 Fonction de transfert

La valeur théorique de la fonction de transfert est celle d'un filtre passe-bas de second ordre :

$$H(j\omega) = \frac{\omega_0^2}{-\omega^2 + 2jm\omega_0\omega + \omega_0^2} \quad (12)$$

Fonction de transfert

☞ Duffait



On trace la fonction de transfert sous regressi (je la fait à la main personnellement (pour différentes fréquences, je prends v_e , v_s et ϕ sur l'oscillo). On attend une courbe de type passe-bas du second ordre, que l'on peut modéliser sous regressi par la fonction associée (dans modélisation -> filtres) : on remonte ainsi aux coefficients ω_0 la fréquence de résonance, et m, dont je n'ai aucune idée de l'intérêt pratique mais qu'on recalcule d'une autre manière après donc on peut comparer.

2.3 Réponse indicielle

Une fois cela fait, on peut d'attaquer maintenant à la réponse indicielle du moteur, caractéristique essentielle d'un asservissement de position. On étudie pour cela la réponse à un échelon de tension ; rappelons alors qu'il y a 4 grandeurs principales intéressantes à étudier :

- le dépassement : le signal va commencer par dépasser la valeur souhaitée avant de tendre à nouveau vers elle, à cause de l'inertie du système ; le dépassement est alors le rapport entre la quantité dépassant le signal recherché par rapport à l'amplitude du créneau. Le dépassement est relié au coefficient m par la formule :

$$D_1 = \exp\left(-\Pi \frac{m}{\sqrt{1-m^2}}\right) \quad (13)$$

D'où :

$$m = \frac{\frac{\ln(D_1)}{\Pi}}{\sqrt{1 + \frac{\ln(D_1)}{\Pi}}} \quad (14)$$

- La pseudo-période, correspondant en fait d'après le Duffait (même si le terme de pseudo-période me semble du coup mal choisi) au double du temps pour atteindre le premier maximum. On peut remonter à ω_0 grâce à la relation théorique :

$$T_{pp} = \frac{2\Pi}{\omega_0 \sqrt{1-m^2}} \quad (15)$$

- Le temps de montée, qui à la durée nécessaire pour que la réponse passe de 10% à 90% de la valeur finale.
- Le temps de réponse à 5%, qui est la durée nécessaire pour le signal en sortie ne diffère pas de plus de 5% du signal en entrée.

Réponse indicielle

⚡ Duffait



On place l'oscillo en mode défilant ; on envoie un signal carré sur le GBF, de fréquence suffisamment faible pour pouvoir stopper l'oscilloscope sur une réponse indicielle exploitable.

On peut alors étudier la courbe pour mesurer le dépassement, la pseudo-période, le temps de montée et le temps de réponse ; on peut à partir des deux premiers remonter à ω_0 et m , et les comparer avec les valeurs obtenus avec la fonction de transfert.

3 Vase de Tantale

Trop d'élec vous tue son homme. Enfin un peu de changement. Le principe du vase de Tantale est le suivant : celui-ci se remplit d'eau, jusqu'à ce qu'elle atteigne une certaine hauteur : une fois celle-ci atteinte, le vase va se vider entièrement, pour se remplir à nouveau, et recommencer un cycle. On reconnaît le principe d'un oscillateur.

Remarque : On n'a en fait pas tout à fait un système bouclé tel que présenté à l'oral : en effet, l'eau entrante et sortante n'est pas la même. Il faudrait pour que le système soit bouclé fermer le système en ramenant l'eau sortante en entrée à l'aide d'un système de pompage.

Conclusion

Nous avons présenté ici les systèmes bouclés à travers les oscillateurs, quasi-sinusoidaux (pont de Wien) et de relaxation (multivibrateur astable), et les asservissements. On aurait pu pour ce dernier présenter aussi d'autres types d'asservissements, comme les asservissements en vitesse. Nous nous sommes ici principalement occupé de systèmes bouclés électroniques, mais il en existe dans des domaines bien plus large : le vase de Tantale en est un exemple ; on peut aussi penser aux lasers largement utilisés en optique. On peut même ouvrir cette notion de système bouclé à des domaines encore plus larges : on pourrait par exemple qualifier la physique elle-même de système bouclé ! On désire avoir en sortie un modèle théorique décrivant parfaitement le monde qui nous entoure ; on fait pour cela une théorie (chaîne d'action), qui est ensuite confrontée aux expériences (chaîne de retour), et l'on corrige notre théorie en conséquence. On a donc ici un système bouclé de type asservissement.

Questions et commentaires