MP27 – Systèmes bouclés

Vendredi 31 mars 2017

Jolan Desné & Benjamin Guiselin

Commentaires du jury

2014, 2015, 2016

Ce montage concerne la physique des asservissements et/ou celle des oscillateurs auto-entretenus. Une maîtrise minimale des montages élémentaires est requise. Un oscillateur à quartz serait le bienvenu, compte tenu de son fort facteur de qualité.

2011, 2012

Les notions de stabilité, de temps de réponse et de précision sont essentielles dans ce montage.

2010

Le rôle de la phase dans le critère de Barkhausen pour la détermination de la fréquence d'oscillation est rarement compris.

2009

L'utilisation de boîtes noires présentant des défauts introduits exprès pour qu'on les corrige par asservissement ne fait qu'illustrer l'incapacité des candidats à aborder des problèmes pratiques réels. Le monde moderne regorge pourtant de systèmes asservis. De nombreux candidats ignorent l'importance des retards de phase dans l'étude de la stabilité des systèmes.

2008

Les conditions d'oscillation auto-entretenues doivent être maîtrisées.

2007

La connaissance du comportement en fréquence des quadripôles est nécessaire pour discuter les propriétés d'un système bouclé. Le tracé d'un diagramme de Bode peut faciliter la présentation.

1999

La mise en évidence du caractère imparfaitement sinusoïdal des oscillations, obtenues par exemple à l'aide d'un dispositif à résistance négative est rarement faite; on pourra utiliser un analyseur de spectre ou visualiser la tension aux bornes de la bobine plutôt qu'aux armatures du condensateur : l'intensité instantanée contient en effet des harmoniques que la dérivation renforce et que l'intégration atténue par rapport au fondamental. Une réflexion sur l'amplitude obtenue s'impose également.

Bibliographie

- ▲ Électronique expérimentale, Krob
- \land Expériences d'électronique, **Duffait**
- \land Électronique, Pérez
- △ Notices de l'oscilloscope et des multimètres utilisés
- \land Physique expérimentale, FLTCLD alias Jolidon
- \longrightarrow Pour l'oscillateur à pont de Wien.
- \longrightarrow Pour le moteur à courant continu et pour le transistor à effet de champ.
- → Compléments.
- → Pour les incertitudes, comme d'habitude.
- → Ne sert à rien ici, dommage!

Expériences

- **■** Diagramme de Nyquist de l'oscillateur à pont de Wien (à l'analyseur de spectre)
- \blacksquare Croissance des oscillations : mesure de R_c , T_{pp} et δ
- lacktriangle Influence des non-linéarités : mesure du taux de distorsion pour plusieurs valeurs de R_2
- \blacksquare Fonction de transfert en boucle fermée du moteur à courant continu : mesure de ξ et ω_0 (en préparation seulement)
- \blacksquare Réponse indicielle du moteur à courant continu : mesure de ξ et ω_0 , influence qualitative de l'amortissement sur le dépassement et la rapidité
- ➡ Correction de l'oscillateur à pont de Wien par un amplificateur à commande automatique de gain

TABLE DES MATIÈRES MP27 – Systèmes bouclés

Table des matières

1	Stabilité des systèmes bouclés : l'exemple de l'oscillateur à pont de Wien
	1.1 Critère d'instabilité de Nyquist
	1.2 Croissance des oscillations
	1.2.1 Critère d'oscillation de Barkhausen
	1.2.2 Incrément logarithmique
	1.2.3 Pseudo-période
	1.3 Effet des non-linéarités : mesure du taux de distorsion
2	Asservissement d'une grandeur physique : le moteur à courant continu 2.1 Fonction de transfert en boucle fermée
૧	Correction des systèmes bouclés : retour sur l'oscillateur à pont de Wien

Introduction

L'objectif de ce montage est de présenter quelques notions importantes (ou idées-force) sur les systèmes bouclés, et notamment les différents critères qui permettent de prévoir leur stabilité, les caractéristiques qui leur sont propres ainsi que certains moyens de les améliorer ou de les corriger; sachant que deux grands paradigmes se rencontrent, à savoir le cas des systèmes bouclés rendus volontairement instables — les oscillateurs — et le cas des systèmes bouclés pour lesquels on recherche une stabilité maximale : les systèmes asservis. On verra cependant dans la troisième partie qu'un asservissement peut parfois servir à améliorer les performances d'un oscillateur.

Cas d'étude:

- Dans la famille des oscillateurs : l'oscillateur à pont de Wien.
- Dans la famille des systèmes asservis : le moteur à courant continu.

1 Stabilité des systèmes bouclés : l'exemple de l'oscillateur à pont de Wien

- ▲ Krob
- © 15 minutes

Schéma du montage électrique:

Fonctions de transfert associées :

$$A = \frac{y}{x} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$
 $B = -\frac{z}{y} = -\frac{1}{3} \frac{1}{1 + jQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$

Avec:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$
 $Q = \frac{1}{3}$ ici.

Choix des composants :

On utilise une résistance R_2 (résistance de rétroaction) réglable, de type boîte à décades (P56.14 par exemple), afin de pouvoir déterminer la valeur de la résistance critique (correspondant à l'instabilité du système et à l'apparition des oscillations) par itérations successives.

Pour une précision optimale, on mesure les valeurs des résistances et des capacités avec un multimètre numérique. L'incertitude sur la mesure est alors donnée dans la notice du constructeur — incertitude à laquelle s'ajoute, le cas échéant (pour R et pour C), l'incertitude liée à l'écart mesuré entre les deux valeurs censément égales. On a en l'occurrence :

- $R = (0,9981 \pm 0,0005) \text{ k}\Omega$
- $R_1 = (1,0018 \pm 0,0005) \text{ k}\Omega$
- $C = (1,006 \pm 0,007) \ \mu F$

1.1 Critère d'instabilité de Nyquist

Principe de l'expérience :

Critère d'instabilité de Nyquist (version simplifiée) : un système stable en boucle ouverte sera instable en boucle fermée si sa fonction de transfert en boucle ouverte en régime harmonique entoure le point de coordonnées $\{-1,0\}$ dans le diagramme de Nyquist.

On utilise un analyseur de spectre (Hewlett Packard 35665A, toujours le même : cf. MP 31) pour tracer le diagramme de Nyquist de l'oscillateur en boucle ouverte. On cherche la valeur de la résistance R_2 à partir de laquelle le critère de Nyquist est respecté, en se donnant (à l'oeil) l'intervalle de valeurs le plus petit possible (l'incertitude liée aux instruments de mesure sera de toute façon négligeable devant l'incertitude liée à cet intervalle). Soit R_c cette valeur.

Résultat de l'expérience :

On obtient 1 :

$$R_c = ($$
 \pm $) k\Omega$

À comparer avec la valeur attendue (voir le Krob) :

$$R_c^{att} = 2R_1 = (2,004 \pm 0,001) \text{ k}\Omega$$

Micro-transition:

On voit qu'il peut y avoir instabilité en boucle fermée pour $R_2 \geqslant R_c$: on s'attend donc à voir le système osciller.

1.2 Croissance des oscillations

1.2.1 Critère d'oscillation de Barkhausen

Principe de l'expérience :

On boucle le système sur lui-même pour observer des oscillations (elles sont initialement provoquées par les différents bruits/offsets résiduels présents dans le montage électrique). Celles-ci peuvent être décrites par la formule suivante :

$$z(t) = \lambda \exp(-\alpha \omega_0 t) \sin(\sqrt{1 - \alpha^2 \omega_0 t} + \phi)$$

Avec $\alpha = 1 - \frac{R_2}{2R_1} < 0$ quand le système oscille.

La pseudo-période T_{pp} et l'incrément logarithmique δ valent alors :

$$T_{pp} = \frac{2\pi}{\sqrt{1-\alpha^2}\omega_0}$$
 $\delta = -\alpha\omega_0 T_{pp} = \frac{-\alpha 2\pi}{\sqrt{1-\alpha^2}}$

^{1.} En préparation, on avait obtenu : $R_c = (2,07 \pm 0,06)~\mathrm{k}\Omega$

On utilise un oscilloscope pour observer l'apparition des oscillations, suite à l'augmentation de R_2 jusqu'à la valeur critique. Là encore, on cherche à se donner pour R_c l'intervalle d'incertitude le plus petit possible. L'incertitude finale, cette fois, est due à la fois à cet intervalle et à la résolution du multimètre utilisé (non négligeable).

Résultat de l'expérience :

On obtient 2 :

$$R_c = ($$
 \pm $) k\Omega$

À comparer encore une fois avec la valeur attendue :

$$R_c^{att} = (2,004 \pm 0,001) \text{ k}\Omega$$

1.2.2 Incrément logarithmique

Principe de l'expérience :

Pour $R_2 \gtrsim R_c^{att}$ (on choisit arbitrairement $R_2 = (2,056 \pm 0,001) \text{ k}\Omega$), on réalise une acquisition des oscillations sur LatisPro. (Temps d'acquisition typique : 250 ms; temps d'échantillonnage typique : 25 μ s.) On s'intéresse dans un premier temps au régime transitoire : on relève la valeur (en tension) V_i de plusieurs pics i pour i prenant quelques valeurs entières entre 0 et $i_{max\ transitoire}$, à partir d'un pic d'origine i=0 quelconque. On trace ensuite $ln(V_i)=f(i)$ pour obtenir l'incrément logarithmique δ : on doit en effet obtenir une droite de pente $+\delta$.

Incertitudes:

Pour cette mesure, l'incertitude sur le pas de quantification est négligeable (elle vaut $10 \text{ V} / 2^n$ avec n le nombre de bits du CAN). L'incertitude sur la valeur de i est nulle. L'incertitude sur l'amplitude est obtenue en utilisant le curseur vertical de LatisPro (penser à zoomer).

Résultat de l'expérience :

On obtient 3 : $\delta = (\qquad \qquad \pm \qquad \qquad)$

1.2.3 Pseudo-période

Principe de l'expérience :

On s'intéresse maintenant à la pseudo-période T_{pp} des oscillations. Pour la mesurer, on considère le domaine du régime stationnaire et on utilise les curseurs horizontaux de LatisPro.

Incertitudes:

L'incertitude sur T_{pp} est donnée par l'intervalle d'incertitude (évalué au curseur) sur un pic, multiplié par deux (pour les deux bornes) et divisé par le nombre de périodes effectivement comprises dans l'intervalle temporel mesuré.

Résultat de l'expérience :

On obtient 4 :

$$T_{pp} = ($$
 \pm) ms

- 2. En préparation, on avait obtenu : $R_c = (2,00 \pm 0,01) \text{ k}\Omega$
- 3. En préparation, on avait obtenu : $\delta = (162, 2 \pm 0, 7)10^{-3}$
- 4. En préparation, on avait obtenu : $T_{pp} = (6, 32 \pm 0, 05)$ ms

Comparaison avec les valeurs attendues :

On a une relation relativement simple entre les grandeurs α , f_0 et les grandeurs δ , T_{pp} (voir le Krob):

$$\alpha = -\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4\pi^2}{\delta^2}}}$$
 $f_0 = \frac{\delta}{2\pi T_{pp}} \sqrt{1 + \frac{4\pi^2}{\delta^2}}$

Ayant mesuré δ et T_{pp} , on en déduit les valeurs expérimentales de α et f_0 :

$$\alpha^{exp} = {}^5 - (\pm)$$

$$f_0^{exp} = {}^{6}(\qquad \qquad \pm \qquad \qquad) \text{ Hz}$$

À comparer avec les valeurs attendues :

$$\alpha^{att} = 1 - \frac{R_2}{2R_1} = -(2,62 \pm 0,07) 10^{-2}$$

$$f_0^{att} = \frac{1}{2\pi RC} = (159 \pm 1) \text{ Hz}$$

Les incertitudes étant ici obtenues par "simple" propagation des incertitudes.

Micro-transition:

On constate que l'amplitude des oscillations est d'environ $\frac{15}{3}$ V, sachant que la valeur $\frac{1}{3}$ correspond au gain du pont de Wien pour vérifier le critère de Barkhausen (en effet, A=3). Ceci vient du fait que la divergence exponentielle des oscillations est limitée par la saturation de l'AO (autrement dit par ses non-linéarités). Analysons maintenant plus précisément l'effet des non-linéarités.

Effet des non-linéarités : mesure du taux de distorsion 1.3

Principe de l'expérience :

On réalise avec LatisPro la transformée de Fourier du signal oscillant en régime stationnaire. On constate l'apparition d'harmoniques (à des fréquences qui sont des multiples impairs de la fréquence f_0). Le taux de distorsion global τ du signal pseudo-sinusoïdal est alors donné par la formule :

$$\tau = \frac{\sum_{k \geqslant 2} a_k^2}{\sum_{k \geqslant 1} a_k^2}$$

Avec a_k le k-ième coefficient dans la série de Fourier.

On va mesurer τ pour deux valeurs de R_2 supérieures à R_c^{att} .

Incertitudes:

On se contente ici d'un ordre de grandeur, sans donner d'incertitudes.

Résultat de l'expérience :

Pour $R_2 = (2,056 \pm 0,001) \text{ k}\Omega$, on obtient ⁷:

 $\tau \simeq$

Pour $R_2 = (3,055 \pm 0,001) \text{ k}\Omega$, on constate que l'allure des oscillations est beaucoup moins sinusoïdale (on s'est éloigné du critère de Barkhausen), et on obtient logiquement 8 :

^{5.} En préparation, on avait obtenu : $\alpha^{exp}=-(2,58\pm0,01)10^{-2}$ 6. En préparation, on avait obtenu : $f_0^{exp}=(158\pm3)$ Hz 7. En préparation, on avait obtenu : $\tau\simeq0,02$

^{8.} En préparation, on avait obtenu : $\tau \simeq 0, 18$

 $\tau \simeq$

On voit qu'en s'éloignant du critère de Barkhausen, on altère le caractère harmonique de l'oscillateur : le signal oscillant voit son spectre fréquentiel s'enrichir. Cela est potentiellement gênant. On va donc voir maintenant comment corriger certains comportements non souhaités des systèmes bouclés, à l'aide d'une technique, essentielle en physique expérimentale, qui est celle de l'asservissement. Mais plutôt que de traiter cette technique sur l'exemple de l'oscillateur à pont de Wien, on va l'étudier sur un exemple un peu plus simple : celui du moteur à courant continu.

2 Asservissement d'une grandeur physique : le moteur à courant continu

- ▲ Duffait
- © 15 minutes

Schéma de principe (schéma-bloc) du montage :

Éléments:

- Un amplificateur différentiel.
- Un moteur.
- Un intégrateur.
- Un potentiomètre.

Principe global : on utilise une rétroaction pour asservir la position du moteur.

Schéma électrique correspondant au bloc "amplificateur différentiel" :

Éléments:

- Un soustracteur de gain -1.
- Un amplificateur inverseur de gain $-\frac{R_2}{R_1}$ (uniquement là pour permettre d'étudier l'influence du gain de la chaîne directe sur les performances du système asservi).
- Un amplificateur de puissance (P48.8 typiquement) pour générer des courants de l'ordre du dixième d'ampère (penser à faire le réglage du zéro); en l'occurrence, on choisit un gain de −10.

Choix des composants:

On utilise une résistance R_2 réglable, de type boîte à décades.

R doit être très grand devant les impédances du potentiomètre ($\sim 1~\text{k}\Omega$) et du GBF ($\sim 50~\Omega$). Par ailleurs, on veut un gain unitaire donc il faut que les quatre résistances aient environ la même valeur.

Quant à R_1 , sa valeur doit être grande devant l'impédance de sortie de l'AO ($\sim 50 \Omega$).

L'incertitude sur R_1 est donnée dans la notice du constructeur; l'incertitude sur R est obtenue par propagation de l'incertitude donnée par le constructeur sur la valeur affichée par le multimètre, et de l'incertitude liée aux différentes valeurs des quatre résistances.

On a en l'occurrence :

- $R = (99, 70 \pm 0, 05) \text{ k}\Omega$
- $R_1 = (10,001 \pm 0,007) \text{ k}\Omega$

2.1 Fonction de transfert en boucle fermée

Principe et résultats de l'expérience qui ne sera pas montrée :

Pour caractériser le système asservi du point de vue de sa fréquence, on peut tracer son diagramme de Bode en boucle fermé. (Dans ce cas, prendre une amplitude d'entrée assez grande pour limiter l'influence des frottements solides sur le moteur, mais assez petite pour éviter la saturation des différents éléments.) Par manque de temps, on ne fera pas cette expérience en directe, mais une autre expérience plus rapide. Cependant, les résultats obtenus en préparation pourront jouer le rôle de référence (d'une valeur toute relative) pour juger de la pertinence des résultats obtenus en direct par l'autre méthode.

Avec $R_2 = (9,973 \pm 0,007) \text{ k}\Omega$, on mesure l'amplitude de v_e , celle de v_s , ainsi que le déphasage entre ces deux tensions pour différentes fréquences d'excitation. On constate que la fonction de transfert en boucle fermée du système ressemble beaucoup à celle d'un filtre passe-bas d'ordre 2. En faisant un modélisation adaptée, on peut en déduire une valeur de la pulsation de résonance ω_0 et de l'amortissement ξ^9 . (Tacitement, on fait l'hypothèse que la fonction de transfert du moteur est du premier ordre.)

On obtient:

$$f_0^{Bode} = \frac{\omega_0^{Bode}}{2\pi} = (8, 26 \pm 0, 02) \text{ Hz}$$

$$\xi^{Bode} = (0,500 \pm 0,002)$$

Micro-transition:

En pratique, on veut imposer un angle en sortie (définir la position du moteur) : cela correspond à un asservissement en position. Afin d'étudier les propriétés de cet asservissement, on va imposer au système un échelon en tension qui correspond à la valeur d'angle voulue en sortie. (On a au préalable étalonné le potentiomètre.)

2.2 Réponse indicielle : précision, rapidité, dépassement

Principe de l'expérience :

On sait grâce à l'étalonnage que $\theta_s = 0$ rad correspond à $V_s = 1, 2$ V : on va donc imposer à l'entrée du système un signal créneau variant de V = 0 V à V = 1, 2 V, de fréquence 0, 5 Hz (pour une bonne visibilité).

On enregistre la réponse du système sur Latis Pro. (On a toujour
s $R_2=(9,973\pm0,007)~\text{k}\Omega.)$

Observation et commentaires :

On constate le manque de précision dû aux frottements solides : ceux-ci se comportent comme une perturbation en amont de l'intégrateur, donc non gommée par celui-ci. (Paradoxalement, l'étude du système en boucle fermée montre que l'intégrateur ne peut gommer que les perturbations qui interviennent en aval.) Il existe notamment une erreur statique non négligeable.

En outre, après l'excitation, on constate l'existence d'un régime pseudo-périodique très amorti, avec dépassement de la consigne. On peut donc mesurer la pseudo-période, notée T_{pp} pour changer, et le dépassement D^{10} , afin de remonter aux valeurs de la pulsation de résonance ω_0 et de l'amortissement ξ . En effet, on a :

$$T_{pp} = \frac{1}{f_0 \sqrt{1-\xi^2}}$$
 $D = \exp(-\frac{\pi \xi}{\sqrt{1-\xi^2}})$

(Les incertitudes, une fois encore, sont obtenues par "simple" propagation...)

Résultat de l'expérience :

On obtient 11 :

$$T_{pp} = ($$
 \pm) ms

Et 12:

$$D = ($$
 \pm $)$

Soit 13 :

^{9.} $\xi = \frac{1}{2Q}$ avec Q le facteur de qualité.

^{10.} Définition du dépassement, dans le contexte présent : $D = \left| \frac{V_{max} - V_{\infty}}{V_{max}} \right|$

^{11.} En préparation, on avait obtenu : $T_{pp} = (79 \pm 3) \text{ ms}$

^{12.} En préparation, on avait obtenu : $D = (8, 3 \pm 0, 9)$

^{13.} En préparation, on avait donc obtenu : $f_0 = (15 \pm 3)$ Hz et $\xi = (0, 56 \pm 0, 02)$

$$f_0 = ($$
 \pm $)$ Hz et $\xi = ($ \pm

Étude qualitative de l'influence de la valeur de R_2 :

On étudie la réponse du système pour différentes valeurs de R_2 : quand R_2 augmente, A augmente, donc ξ diminue et D augmente. La rapidité d'obéissance à la consigne diminue, mais la précision augmente (le défaut statique diminue). On constate donc qu'il y a un compromis à trouver entre rapidité et précision.

Après cette étude de l'asservissement, on peut envisager d'utiliser cette technique pour améliorer le fonctionnement d'un système bouclé. On va donc revenir à l'oscillateur à pont de Wien, l'objectif étant de le rendre le plus monochromatique (c'est-à-dire purement sinusoïdal) possible pour en faire un étalon de temps.

3 Correction des systèmes bouclés : retour sur l'oscillateur à pont de Wien

⊕ 10 minutes

Principe : on utilise un amplificateur non-inverseur dont le gain dépend de l'amplitude de la sortie (système asservi), pour que la divergence des oscillations soit limitée par un composant linéaire et non plus par la saturation (non-linéaire) de l'AO du montage précédent.

Schéma de l'amplificateur à commande automatique de gain (CAG) :

Avis aux gourmets : on trouvera une version plus raffinée de ce montage dans le Krob, page 144.

Choix des composants :

 R_d et C_d sont pris tels que $R_dC_df_0\gg 1$ (pour que la décharge du condensateur soit très lente et qu'il constitue un bon détecteur d'enveloppe). On a :

$$C_d = (9,44 \pm 0,07) \ \mu\text{F}$$
 $R_d = (9,951 \pm 0,005) \ \text{k}\Omega$

La fraction de résistance du potentiomètre est prise égale à $(3,331\pm0,005)$ k Ω pour que le gain A=3 corresponde à une fonction linéaire du système et en particulier du détecteur d'enveloppe à diode sans seuil : il n'y a pas de saturation (écrêtage). On a en outre :

$$R' = (6, 199 \pm 0, 004) \text{ k}\Omega$$
 $C' = (1, 04 \pm 0, 01) \mu\text{F}$

Observations, expériences et résultats:

On constate que la nouvelle amplitude des oscillations est en accord avec le montage.

On peut vérifier la variation du gain de l'AO avec l'amplitude de la tension d'entrée : c'est cette variation corrective qui permet de limiter la distorsion des oscillations.

On remarque en outre que les oscillations paraissent plus purement sinusoïdales que précédemment. On peut calculer le nouveau taux de distorsion pour le vérifier. Il vient 14 :

 $\tau \simeq$

Conclusion : si l'on compare cette nouvelle valeur du taux de distorsion à celles qu'on a obtenues dans la première partie, il appert que la correction fonctionne ; l'oscillateur à pont de Wien corrigé tend à être plus purement sinusoïdal, et peut donc constituer un meilleur étalon de temps.

Conclusion

Les systèmes bouclés (ou contre-réactionnés) sont utilisés dans différents domaines : montres à quartz (oscillateurs quasi-sinusoïdaux), générateurs de signaux (oscillateurs à relaxation), fours ou étuves asservis en température... Il est clair que la correction de ces systèmes est un enjeu technologique majeur. On remarquera néanmoins que bien souvent, les corrections réalisées ont à la fois des effets positifs et des effets indésirables (comme on l'a vu pour le moteur à courant continu); il y a donc généralement un compromis à trouver.

Apostilles, scolies et gloses

Au fond, le MP 27 n'est peut-être pas si terrible... mais il est quand même moins amusant que le MP 31.

^{14.} En préparation, on avait obtenu : $\tau \simeq 0,02$