

# MP 27 – SYSTÈMES BOUCLÉS

12 avril 2018

*Qu'est-ce qui est plein de poils et qui roucoule au fond du garage ?*

Quentin MARSAL & Léa LACHAUD

## Commentaires du jury

**2014, 2015, 2016, 2017** : Ce montage concerne la physique des asservissements et/ou celle des oscillateurs auto-entretenus. Une maîtrise minimale des montages élémentaires est requise. Un oscillateur à quartz serait le bienvenu, compte tenu de son fort facteur de qualité.

**2011, 2012** : Les notions de stabilité, de temps de réponse et de précision sont essentielles dans ce montage.

**2010** : Le rôle de la phase dans le critère de Barkhausen pour la détermination de la fréquence d'oscillation est rarement compris.

**2009** : L'utilisation de boîtes noires présentant des défauts introduits exprès pour qu'on les corrige par asservissement ne fait qu'illustrer l'incapacité des candidats à aborder des problèmes pratiques réels. Le monde moderne regorge pourtant de systèmes asservis. De nombreux candidats ignorent l'importance des retards de phase dans l'étude de la stabilité des systèmes.

**2008** : Les conditions d'oscillation auto-entretenues doivent être maîtrisées.

**2007** : La connaissance du comportement en fréquence des quadripôles est nécessaire pour discuter les propriétés d'un système bouclé. Le tracé d'un diagramme de Bode peut faciliter la présentation.

**1999** : La mise en évidence du caractère imparfaitement sinusoïdal des oscillations, obtenues par exemple à l'aide d'un dispositif à résistance négative est rarement faite; on pourra utiliser un analyseur de spectre ou visualiser la tension aux bornes de la bobine plutôt qu'aux armatures du condensateur : l'intensité instantanée contient en effet des harmoniques que la dérivation renforce et que l'intégration atténue par rapport au fondamental. Une réflexion sur l'amplitude obtenue s'impose également.

## Bibliographie

↗ Duffait, *Expériences d'électronique*

→ Pour l'asservissement en position du moteur

↗ Krob, *Electronique expérimentale*

→ Pour l'oscillateur de Wien

## Expériences

☛ Oscillateur de Wien

☛ Oscillateur à Quartz

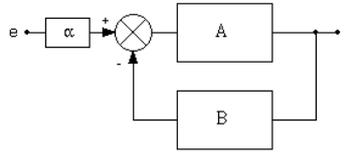
☛ Asservissement en position d'un MCC

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Un oscillateur auto-entretenu : l'oscillateur à pont de Wien</b>	<b>2</b>
1.1	Fonction de transfert en boucle ouverte . . . . .	2
1.2	Condition d'oscillation du système bouclé . . . . .	3
1.3	Croissance des oscillations . . . . .	3
1.4	Effet des non-linéarités . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Un oscillateur à résonance aigüe : l'oscillateur à quartz</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Asservissement en position du moteur à courant continu</b>	<b>5</b>
3.1	Fonction de transfert du système bouclé . . . . .	5
3.2	Précision statique . . . . .	6
3.3	Rapidité . . . . .	6
3.4	Dépassement . . . . .	6

## Introduction

Du régulateur de température dans votre four à la barrière de péage autoroutier, les systèmes bouclés présentent aujourd'hui une gamme d'applications extrêmement vaste. Ils se distinguent en deux principales catégories : les oscillateurs auto-entretenus, rendus volontairement instables (ex : laser à gaz) et les systèmes asservis pour lesquels au contraire on souhaite une grande stabilité (ex : régulateur de vitesse automobile). L'objectif de ce montage est de présenter les principales caractéristiques de ces deux types de systèmes à travers deux exemples : l'oscillateur de Wien et le moteur à courant continu asservi en position. De manière générale, la fonction de transfert d'un système bouclé



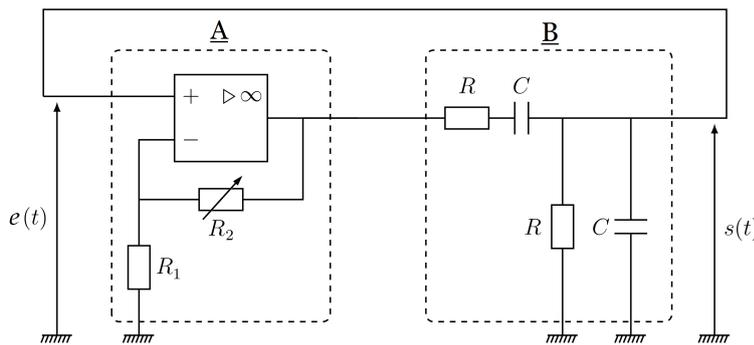
de chaîne directe  $\underline{A}$  et de boucle de retour  $\underline{B}$  s'écrit, à la condition qu'aucun courant ne circule entre  $\underline{A}$  et  $\underline{B}$  :

$$\underline{H} = \frac{s}{e} = \frac{\underline{A}}{1 + \underline{AB}}$$

## 1 Un oscillateur auto-entretenu : l'oscillateur à pont de Wien

🔗 Krob p. 131

L'oscillateur de WIEN est un système bouclé dont la chaîne directe est un amplificateur non-inverseur et dont la boucle de retour est un filtre RC série - RC parallèle passe-bande du second ordre.



$$\underline{A} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$\underline{B} = \frac{-1}{1/Q + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{1}{3}$$

**Choix des composants :**  $R$  et  $C$  peuvent être choisis à peu près n'importe comment, du moment qu'ils ne diffèrent pas de plus de 1% d'un composant à l'autre et en gardant néanmoins à l'esprit que c'est eux qui vont fixer la fréquence de résonance du filtre (qui ne doit être inférieure à 10 kHz, nous la prendrons ici égale à 150 Hz environ). On choisit  $R = 1 \text{ k}\Omega$  et  $C = 1 \mu\text{F}$ .  $R_1$  et  $R_2$  doivent être pris du même ordre de grandeur et puisque  $R_2$  doit être variable, il est commode de choisir une boîte à décade pour celle-ci et on choisit donc  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ .

### 1.1 Fonction de transfert en boucle ouverte

La fonction de transfert du système en boucle ouverte s'écrit  $\underline{H} = \underline{AB}$  (aucun courant ne circule entre  $A$  et  $B$ ). L'amplificateur non-inverseur ayant une fonction de transfert réelle constante, le tout est un filtre passe-bande du second ordre. On commence par caractériser ce filtre.

#### Diagramme de Bode

🔗 ?

⌚ 5 min

Alimenter le circuit sous tension sinusoïdale d'amplitude 2V. Mettre en évidence le comportement passe-bande en montrant que le signal de sortie s'annule à haute et basse fréquence. Pour  $R_2 = 1,5 \text{ k}\Omega, 2 \text{ k}\Omega$  et  $2,5 \text{ k}\Omega$  (nous verrons pourquoi au paragraphe suivant), mesurer les tensions  $s$ ,  $e$  et le déphasage  $\phi$  pour des fréquences allant de 1 Hz à 100 kHz. Tracer le diagramme de Bode en gain et en phase. Sur le diagramme de phase, déterminer  $\omega_0$  à l'annulation de la phase. Sur le diagramme de gain, vérifier les pentes à +20 et -20 dB/décade et déterminer la bande passante à -3 dB. En déduire le facteur de qualité  $Q$ . Comparer  $\omega_0$  et  $Q$  à leurs valeurs attendues.

## 1.2 Condition d'oscillation du système bouclé

Pour établir les conditions d'oscillation du système bouclé, on annule le dénominateur de sa fonction de transfert :  $\underline{AB} = -1$  de manière à faire diverger le gain et ainsi permettre l'apparition des oscillations - le système est rendu **instable**. La résolution de cette équation mène à deux conditions :

$$\begin{cases} R_2 = 2R_1 \\ \omega = \omega_0 \end{cases}$$

La première impose que les oscillations ne sont possibles que si la chaîne directe amplifie suffisamment le signal pour avoir un gain de 1. En pratique, cette condition est nécessaire pour que les oscillations naissent mais n'est pas suffisante pour qu'elles se maintiennent ; on retiendra que pour qu'elles s'établissent durablement il faut :  $R_2 > 2R_1$ .

La deuxième condition stipule que les oscillations qui s'établissent dans le système bouclé sont les oscillations du régime libre de la chaîne de retour, elles ont donc une fréquence égale à la fréquence de résonance du filtre passe-bande. On peut vérifier expérimentalement ces deux conditions.

### Vérification des conditions d'oscillation

⚡ ?

⊖ < 5 min si pour vous les incertitudes c'est de l'eau

Enlever le GBF du circuit et boucler la sortie sur l'entrée.

- **Condition n° 1 :** Pour  $R_2 < 2 \text{ k}\Omega$ , constater que les oscillations peinent à s'établir, puis augmenter  $R_2$  jusqu'à ce qu'elles se maintiennent. Déterminer un encadrement à l'ohm près de la valeur de la résistance critique qui correspond à la condition d'oscillation. Mesurer les valeurs de  $R_c^+$  et  $R_c^-$  à l'ohmmètre en les sortant du circuit. En déduire  $R_c = (R_c^+ + R_c^-)/2$ . L'incertitude sur  $R_c$  s'obtient en sommant quadratiquement le demi-écart  $(R_c^+ - R_c^-)/2$  et l'incertitude de l'ohmmètre. Comparer à la valeur attendue  $R_c = 2R_1$  (la valeur attendue a elle aussi une incertitude qui provient de la mesure de  $R_1$  à l'ohmmètre).
- **Condition n° 2 :** Pour une valeur de  $R_2$  supérieure à  $R_c$ , visualiser les oscillations à l'oscilloscope. On peut alors soit directement mesurer la fréquence au fréquence-mètre, soit la déduire d'une mesure de période à l'aide des curseurs sur l'oscilloscope. Dans le premier cas l'incertitude est celle du fréquence-mètre, dans l'autre elle est dominée par l'incertitude sur le positionnement des curseurs.

Une autre manière de formuler la condition d'oscillation consiste à utiliser le critère d'instabilité de NYQUIST, qui stipule qu'un système bouclé est instable si le diagramme de NYQUIST de sa fonction de transfert en boucle ouverte entoure le point  $(-1; 0)$ .

### Diagrammes de Nyquist

⚡ Krob

⊖ 1 min

Avec les points déjà acquis pour le diagramme de Bode, on trace les diagrammes de Nyquist correspondant aux trois valeurs de résistance précédentes en représentant  $|H| \sin \phi$  en fonction de  $|H| \cos \phi$  pour chacune d'elles (sur le même graphe). On constate que pour  $R_2 = 2,5 \text{ k}\Omega$ , l'ellipse entoure le point  $(-1; 0)$  : le système est instable. Pour  $R_2 = 1,5 \text{ k}\Omega$ , l'ellipse n'entoure pas le point  $(-1; 0)$  : le système est stable et les oscillations ne se maintiennent pas. Pour  $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$ , le cercle passe par le point  $(-1; 0)$ .

## 1.3 Croissance des oscillations

Sous hypothèse de linéarité du système, on peut montrer que pour  $R_2 > 2R_1$  la croissance des oscillations est décrite par<sup>1</sup> :

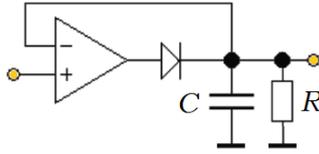
$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2\alpha\omega_0 \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0$$

avec  $\alpha = \frac{R_2}{2R_1} - 1 > 0$ . La solution de cette équation est une sinusoïde qui diverge exponentiellement :

$$s(t) = \lambda e^{\alpha\omega_0 t} \sin\left(\omega_0 t \sqrt{1 - \alpha^2} + \Phi\right)$$

On peut vérifier la croissance exponentielle expérimentalement en plaçant un détecteur de crête en sortie du circuit.  $R$  et  $C$  doivent être choisis suffisamment grands pour que le détecteur de crête ait un temps caractéristique grand devant la période des oscillations. On choisit  $R = 1 \text{ M}\Omega$  et  $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ , soit  $\tau = 1 \text{ s}$ .

1. Fait dans le Krob



**Croissance des oscillations**

⚡ Krob ⊖ 5 min

Après avoir introduit le détecteur de crête en sortie du montage, faire une acquisition de la croissance des oscillations sous Latis-Pro. Pour cela, court-circuiter  $R_2$  avec un fil, régler le seuil de déclenchement à 10 mV avec un pré-trig à 0% et ôter le court circuit après avoir lancé l'acquisition. Cela revient à introduire instantanément  $R_2$  dans le circuit et donne un signal plus propre. Faire une modélisation affine de  $\ln s(t)$  et comparer la pente à  $\alpha\omega_0$ . Répéter ceci pour plusieurs valeurs de  $R_2 > 2R_1$  et tracer  $\alpha$  en fonction de  $R_2$ . Comparer la pente de la droite obtenue à  $1/2R_1$ .

**1.4 Effet des non-linéarités**

**Portraits de phase**

⚡ Krob ⊖ 1 min

Enlever le détecteur de crête et réaliser l'acquisition de la croissance des oscillations sous Latis-Pro comme décrit précédemment. Lisser puis dériver le signal et tracer le portrait de phase. Répéter l'opération pour une valeur de  $R_2$  plus élevée et constater que l'apparition de non linéarités induites par la saturation de l'AO déforme le portrait de phase (ceci est aussi visible directement sur le signal de sortie à l'oscilloscope).

*Pour une grande valeur de  $R_2$  (2,5 kΩ typiquement; pas besoin de monter trop haut pour obtenir des non-linéarités) effectuer la FFT des oscillations à l'oscilloscope : observer l'anharmonicité du signal. Ceci est d  à la saturation de l'AO d'une part, mais aussi au fait que le filtre passe-bande de l'oscillateur de Wien possède un faible facteur de qualité, ce qui le rend peu sélectif et fournit un signal faiblement monochromatique. Un deuxième inconvénient de l'oscillateur de Wien est son impossibilité d'obtenir des oscillations haute fréquence en raison du faible produit gain  $\times$  bande passante de l'AO. Voyons donc un oscillateur plus sélectif et à plus haute fréquence : l'oscillateur à quartz.*

**2 Un oscillateur à résonance aigüe : l'oscillateur à quartz**

[Cette partie est un bonus dont il peut être judicieux de se passer si le temps vient à manquer, cependant elle est explicitement suggérée dans les rapports de jury et relativement facile à mener. Il s'agit simplement de déterminer le facteur de qualité et la bande passante du système pour montrer la grande acuité de la résonance de l'oscillateur à quartz, ce qui ne nécessite pas forcément d'être fait avec une grande précision.]

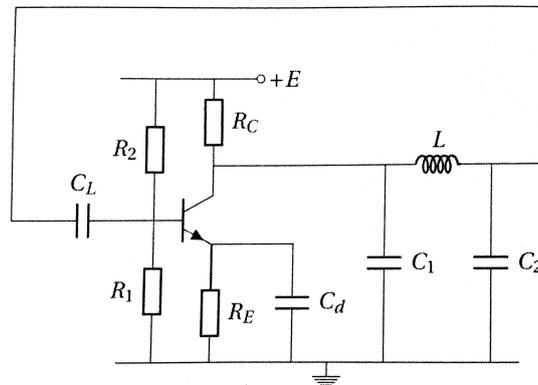
L'oscillateur à quartz tout comme l'oscillateur de Wien est composé d'un amplificateur (  transistor, et non pas à AO car le produit gain  $\times$  BP est meilleur) et d'un filtre passe-bande (cellule CLC où le quartz joue le rôle de L). Il permet d'obtenir un signal quasi sinusoïdal haute fréquence (MHz) avec une grande pureté spectrale, très stable en fréquence. C'est pourquoi il peut être utilisé comme étalon de temps, notamment dans les montres de poignet.

**Diagramme de Bode de l'oscillateur à quartz**

⚡ Krob ⊖ 2 min

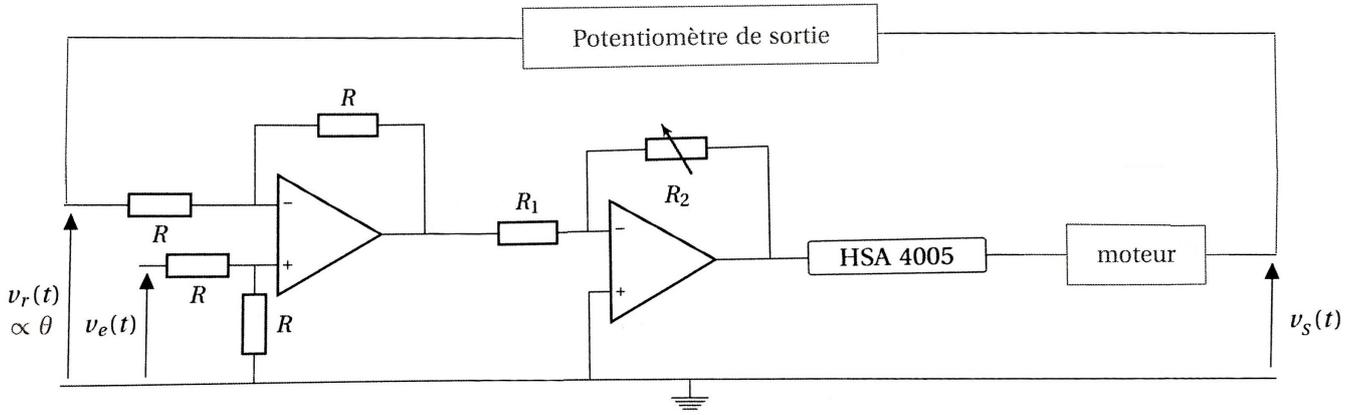
On utilise le dispositif tout fait **P42.47** alimenté en continu sous 1V. Tracer le diagramme de Bode en boucle ouverte en faisant varier la fréquence (presque) hertz par hertz au niveau de la résonance : celle-ci est très piquée et assez dure à repérer. Mesurer  $f_0$  et  $\Delta f$ , en déduire Q. On trouve  $f_0 \simeq 5,0682$  MHz,  $\Delta f \simeq 60$  Hz et  $Q \simeq 60000$ . Boucler le

ystème et afficher le signal ainsi que sa FFT à l'oscilloscope : le signal est plus pur spectralement que celui obtenu avec l'oscillateur de Wien (en pratique, on observe quand même une nette distortion des oscillations et la présence de quelques harmoniques dans le spectre...).



On a vu comment le bouclage d'un filtre à un amplificateur pouvait créer des oscillations au-delà d'un certain seuil d'instabilité, et que ces oscillations sont d'autant plus pures spectralement que le filtre est sélectif. Voyons maintenant la fonction régulatrice du bouclage, c'est-à-dire lorsqu'on veut non plus **déstabiliser** le système mais au contraire **stabiliser** sa sortie autour d'une consigne imposée.

### 3 Asservissement en position du moteur à courant continu



**Choix des composants :**  $R$  doit être pris grand devant les impédances de sortie du potentiomètre ( $1\text{ k}\Omega$ ) et du GBF ( $50\ \Omega$ ). On prend  $R = 100\text{ k}\Omega$ .  $R_1$  doit être grand devant l'impédance de sortie de l'AO ( $50\ \Omega$ ) : on prend  $R_1 = 1\text{ k}\Omega$ .

#### 3.1 Fonction de transfert du système bouclé

**Diagramme de Bode du MCC bouclé**  
 ↗ Duffait p. 337                      ⌚ 2 min

Après avoir rapidement montré que la tension d'entrée commande la position de la vis (sur une tension créneau c'est plus visuel), montrer à l'aide d'une wobbulation qu'on a affaire à un filtre passe-bas du second ordre dont la résonance est d'autant plus aigüe que l'amplification est importante (ici encore, on amplifie en augmentant  $R_2$ ).

On peut également choisir de tracer quantitativement le diagramme de Bode point par point en mesurant  $v_r$  et  $v_e$  pour une valeur de  $R_2$  fixée mais cela n'a pas grand intérêt si on n'a pas de valeurs théoriques auxquelles comparer  $\omega_0$  et  $Q^2$ . En outre, cette deuxième partie du montage consistera davantage à montrer qualitativement l'influence des différents paramètres qu'à déterminer des valeurs numériques.

### 3.2 Précision statique

A faible amplification, le couple de rappel qui tend à ramener la vis à sa position de consigne est faible, si bien qu'elle ne revient pas nécessairement à cette position après une perturbation (si on la déplace avec le doigt par exemple). On va caractériser l'erreur statique de l'asservissement et montrer que cette erreur disparaît lorsqu'on augmente  $R_2$ .

#### Mesure de l'erreur statique

⚡ Pas de référence

⊖ 2 min

Mettre en consigne une tension continue de 2V. Pour une faible valeur de  $R_2$  (typiquement 100  $\Omega$ ), trouver les deux positions d'équilibre extrémales de la vis en l'accompagnant avec le doigt le plus loin possible dans les deux directions sans qu'elle ne soit rappelée à sa position initiale. Afficher simultanément à l'oscilloscope la tension de sortie du capteur potentiométrique, et mesurer les tensions extrémales correspondantes à l'aide des curseurs. À l'aide de la calibration tension-angle (qu'il faut naturellement avoir effectuée en premier), en déduire l'écart angulaire  $\Delta\theta$  entre ces deux positions. Répéter l'opération pour  $R_2$  de plus en plus important et tracer  $\Delta\theta$  en fonction de  $R_2$ . Constater que l'erreur statique s'annule aux grandes amplifications. Remarquons qu'il serait ici superflu de s'occuper des incertitudes puisqu'on se contente d'observer une tendance.

On vient de voir qu'augmenter l'amplification permettait de supprimer l'erreur statique due aux frottements solides. On constate également que cela accélère le trajet de la vis vers sa position de consigne. Mais si on augmente trop  $R_2$ , on se rend compte qu'appliquer un échelon de tension donne lieu à des oscillations qui retardent l'immobilisation de la vis.

### 3.3 Rapidité

#### Mesure du temps de montée et du temps de décroissance

⚡ Duffait p.338

⊖ 3 min

Faire une acquisition sur Latis-Pro de la réponse de la vis à un échelon de tension. Mesurer le temps au bout duquel la position de la vis atteint pour la première fois sa valeur de consigne. Puis, modéliser le signal par une sinusoïde amortie et déterminer le temps de décroissance exponentielle associé. Répéter l'opération pour différentes valeurs de  $R_2$  puis sur un même graphe, tracer les deux temps en fonction de  $R_2$  :  $t_m$  diminue alors que  $t_d$  augmente.

→ Optimiser  $R_2$  pour un asservissement le plus rapide possible nécessite un compromis entre temps de montée et durée du régime transitoire.

Ainsi, amplifier améliore la rapidité de la réponse mais provoque un régime transitoire pseudo-périodique dont l'amplitude peut s'avérer destructrice pour certains systèmes. En effet, il serait problématique que le régulateur de température de votre four passe par 300° et carbonise votre quiche avant d'atteindre les 200° préconisés, de même on comprend aisément que le dépassement d'un bras robotisé n'est pas souhaitable lorsqu'il s'agit d'usiner une pièce ou de pratiquer une chirurgie.

### 3.4 Dépassement

2. Ces grandeurs dépendent des caractéristiques mécaniques du moteur et du reste du montage, il faudrait faire une étude plus poussée pour déterminer leurs expressions en fonctions de ces caractéristiques. Une telle étude est menée en détails par Duffait pour les plus motivés.

## Mesure du dépassement

⚡ Duffait p.338

⊖ 2 min

Sur les acquisitions précédentes, mesurer le dépassement  $D = \frac{v_{max} - v_{\infty}}{v_{\infty}}$ . Tracer  $D$  en fonction de  $R_2$ , on obtient une courbe croissante.

## Conclusion

- On a vu le principe des oscillateurs auto-entretenus, d'autant plus stables en fréquence que leur filtre est sélectif.
- On a caractérisé un asservissement et étudié l'influence de l'amplification sur ses performances : un compromis est à trouver entre précision et stabilité d'une part, rapidité et dépassement d'autre part.

**Ouverture :** Asservir un oscillateur quasi-sinusoïdal permet de le rendre plus monochromatique (cf. correction des systèmes bouclés avec amplificateur automatique à commande de gain → rend les divergences des oscillations linéaires). On peut aussi parler des correcteurs que l'on insère notamment dans les asservissements pour améliorer l'une ou l'autre des caractéristiques (correcteur proportionnel, PID, à avance de phase...). Revoyez vos cours de SI de prépas pour ceux qui en ont fait, le DUFFAIT sinon.