

Intro:

Un système bouclé est un système comportant au $\ominus$ une boucle de rétroaction qui réinjecte la sortie du syst. au niveau de son entrée.

L'étude de la stabilité de tels systèmes nous permet de distinguer 2 types : les oscillateurs et les systèmes asservis.

Dans ce montage, nous nous limiterons à l'étude d'un système asservi : l'asservissement de position. Ce système est largement rencontré dans l'industrie notamment pour les robots de chaînes de montage.

Plan:I. Détermination des caractéristiques électriques du moteur

1- R_m

2- L_m

3- K

II. Asservissement en position

1- Bouclage

2- Réponse indicielle.

3- Etude harmonique

4- Caractéristiques mécaniques du moteur

III. Correction

1- Proportionnelle

2- A avance de phase.

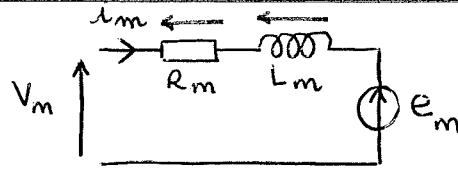
Biblio:

• Duffait p 328 et suivantes

• Manneville Systèmes asservis ... p 46 et suivantes

I. Détermination des caractéristiques électriques du moteur. BO

modélisation



2

$$V_m = e_m + L_m \frac{di_m}{dt} + R_m i_m \quad \text{et} \quad e_m = K_m \Omega_m$$

$\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$
 e_m inductance résistance
 de l'induit de l'induit

1. R_m ?

Pour $\neq$ positions angulaires de la charge on mesure R_m à l'ohmètre

$$\langle R_m \rangle = \pm \Omega$$

$\uparrow$ dispersion des valeurs

2. L_m ?

Pour $\neq$ positions angulaires de la charge on mesure L_m à l'inductancemètre (position 1 kHz)

$$\langle L_m \rangle = \pm \text{mH.}$$

$$\Rightarrow \tau_{\text{él}} = \frac{L_m}{R_m} =$$

on va négliger L_m dans la suite de notre modélisation.

3. K_m ?

Mesure de K_m en régime permanent $V_m = K_m \Omega_m + R_m i_m$

on mesure V_m et I_m au voltmètre et à l'ampèremètre resp.

on observe la tension aux bornes du potentiomètre

$$\text{signal période de période } T_m = \frac{2\pi}{\Omega_m} \pm 0,2 \text{ ms}$$

on trace $V_m - R_m i_m$ en f° de $\Omega_m \rightarrow$ ajustement par 1 modèle

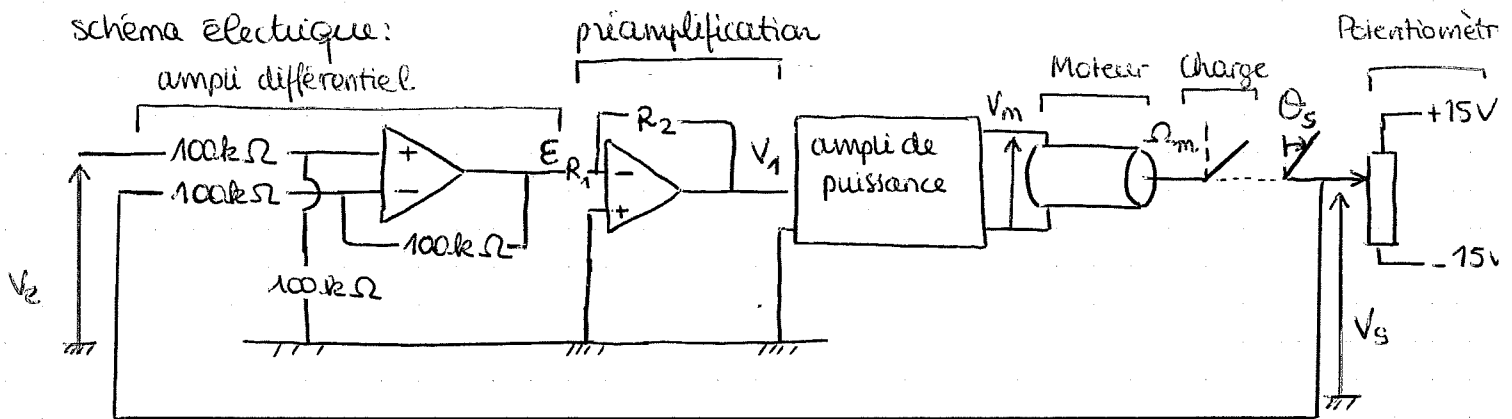
linéaire $y = ax + b$ pente $a = K_m$.

$$K_m = 0,11 \pm 0,01 \text{ V.s}$$

II Asservissement de position.

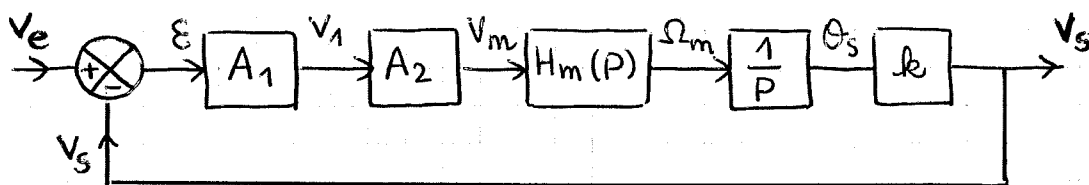
3

1. Baudage



- ampli différentiel $\rightarrow$ soustracteur $+ \otimes$
- préamplificateur $\rightarrow$ ampli inverseur A_1 ($R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$)
- ampli de puissance A_2 $\rightarrow$ adaptat° d'impédance $\left\{ \begin{array}{l} \text{géné } 50\Omega \\ Z_e = 10k\Omega \\ Z_s = \frac{1}{100}\Omega \\ \text{moteur } \sim 10\Omega \end{array} \right.$ actionneurs.
- potentiomètre : convertir θ_s en $V_s \Rightarrow$ capteur qualité de l'asservissement dépend de celle du capteur. k

schéma bloc équivalent:



hyp : AO parfaits ($i_+ = i_- = 0$), en rég. linéaire.

Blocs : * $\varepsilon = V_e - V_s$

$$* V_1 = A_1 \cdot \varepsilon = - \frac{R_2}{R_1} V_e = -10 V_e.$$

$$* V_m = A_2 V_1 = - V_1.$$

$$* V_s = k \theta_s = \frac{\Delta V}{\Delta \theta} \theta_s = \frac{128}{360} \theta_s = 3,6 \cdot 10^{-2} \theta_s$$

* $H_m(p)$?

modélisation mécanique du moteur

$$\text{TMC} \quad J_m \frac{d\Omega_m}{dt} = C_m - C_f - a \Omega_m \quad \text{et} \quad C_m = k_m i_m$$

$\downarrow$ moment d'inertie moteur + charge $\downarrow$ couple moteur $\downarrow$ frott solide $\downarrow$ frott fluide

Cf pas pris en compte dans la suite.

4

$$\Rightarrow 2 \text{ eqs pour le moteur } \begin{cases} J_m p \Omega_m = k_m i_m - a \Omega_m \\ V_m = R_m i_m + k_m \Omega_m \end{cases}$$

$$\Rightarrow H_m(p) = \frac{\Omega_m}{V_m} = \frac{k_m / R_m}{a + \frac{k_m^2}{R_m} + J_m p}$$

$$\Rightarrow H_m(p) \equiv \frac{A_m}{1 + \tau_m p}$$

• on ne connaît pas a ni J_m mais nous allons qd m pouvoir asservir le syst $\Rightarrow$ intérêt !

• sans bouclage } $\rightarrow$ bras tourne
consigne crête à crête }

ac bouclage } $\rightarrow$ ne tourne plus $\rightarrow$ suit la consigne.
consigne crête à crête }

si perturbation (main) $\rightarrow$ insensibilité
force puis retourne à la consigne
qd perturbation stoppe.

$$FTBO = A_1 \cdot A_2 \cdot H_m(p) \cdot \frac{1}{p} \cdot k = \frac{k A_1 A_2 A_m}{p(1 + \tau_m p)} \quad \text{pe d'un intégrateur de la chaîne directe}$$

$$FTBF = \frac{FTBO}{1 + \text{retour unitaire}} \Rightarrow FTBF \equiv \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2} \quad \text{ordre 2.}$$

2. Réponse indicielle. (on teste le sys de ce lim.)

réponse à un créneau d'amplitude crête-crête = $\leftarrow f = \checkmark H_3$
pour $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$.



échelon $V_e = \frac{V_0}{p}$ erreur $E = V_e - V_s = V_e - FTBO \cdot E$
 $\rightarrow E = \frac{V_e}{1 + FTBO}$

* erreur statique

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(t) = \lim_{p \rightarrow 0^+} p E(p) = \lim_{p \rightarrow 0^+} p \times \frac{V_0 / R}{1 + \frac{k A_1 A_2 A_m}{p(1 + \tau_m p)}} = 0$$

en théorie pas d'erreur statique

causes possibles erreur statique: $k A_1 A_2 A_m$ trop faible

capteur pas tout à fait fidèle.

* stabilité.

5

$$D_1 = \pm$$

$$T_{ps} = \pm \text{ ms}$$

* rapidité

$$t_r = \pm \text{ ms}$$

formules théoriques $\exists$: $D_1 = \exp\left(-\pi \frac{m}{\sqrt{1-m^2}}\right)$
pr syst du 2nd ordre

$$\Rightarrow m = \pm$$

$$\text{rg: } m \in [0; 0.7]$$

$\Rightarrow$ pr 1 syst du 2nd ordre
présence d'oscillations
et d'une résonance.

qualitativement $m \approx 0 \ll 0.7$

$$D_1 \sim \exp(-\pi m) \approx 1 - \pi m \Rightarrow D_1 \text{ élevé} \Rightarrow \text{instable}$$

$$\text{2g } Q = \frac{1}{2m}$$

$$\bullet t_r \approx \frac{3}{m\omega_0}$$

(indice de qualité)

$$\Rightarrow \omega_0 \approx \pm \Delta^{-1}$$

$$\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} = \frac{\Delta t_r}{t_r} + \frac{\Delta m}{m}$$

$$\text{et } \tau_m = \frac{1}{2m\omega_0} \Rightarrow \tau_m = \pm$$

rg: $\tau_m \gg \tau_{\text{él}}$ app $\approx$ vérifiée.

3. Etude harmonique

~~V_e : tension d'amplitude constante sinusoidale modulée en fréquence
f varie linéairement de 2,44 Hz à 30,4 Hz~~

$$\text{FTBF}(j\omega) = \frac{\omega_0^2}{-\omega^2 + 2m j\omega_0\omega + \omega_0^2}$$

on trace $\frac{V_{PPS}}{V_{APE}}$ en f $\circ$ de ω .
f $\in [1, 30]$ Hz

$|FTBF|_{\text{max}}$ lorsque $\phi(\omega) = (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2m\omega_0\omega)^2$ est min

pour $m \in [0, 0.7]$ la résonance a lieu pour

$$\Rightarrow \omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2m^2} = 15 \times 2\pi = 94 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\phi(\omega_r) = 4m^2(1 - m^2) \rightarrow |FTBF|_{\text{max}} = \frac{1}{2m\sqrt{1 - m^2}}$$

à comparer

$$\left(m = 0,28 \pm \dots \right) \quad \omega_r \sim \omega_0 - 10^2 + \dots \text{ s}^{-1}$$

4- Caractéristiques mécaniques du moteur

6

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k A_1 A_2 K_m}{R_m J_m}} \rightarrow J_m = \frac{k A_1 A_2 K_m}{R_m \omega_0^2}$$

$$\frac{\Delta J_m}{J_m} = \frac{\Delta A_1}{A_1} + \frac{\Delta A_2}{A_2} + \frac{\Delta K_m}{K_m} + \frac{\Delta R_m}{R_m} + 2 \frac{\Delta \omega_0}{\omega_0} \rightarrow J_m = \pm \text{kg.m}^2$$

$$m = \frac{a R_m + k_m^2}{2 \sqrt{k A_1 A_2 K_m J_m R_m}}$$

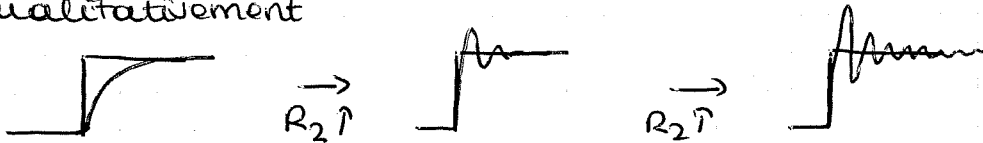
$$\Rightarrow a = \frac{2 \sqrt{k A_1 A_2 K_m J_m R_m} m - k_m^2}{R_m}$$

$$\rightarrow a = \pm \text{N.m.s}^{-1}$$

III. Correction. (réponse indicelle)

1. Proportionnelle

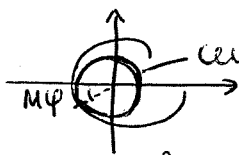
qualitativement



peut éliminer erreur statique s'il y en a une (capteur manqué de fidélité) en $\uparrow R_2$ ms $\uparrow R_2 \Rightarrow$ déstabilisation

2. A avance de phase.

en BO $G(p)$

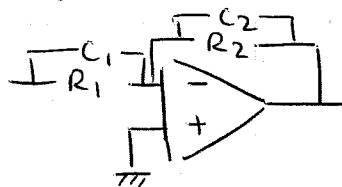


cerce $G=1$

marge de phase

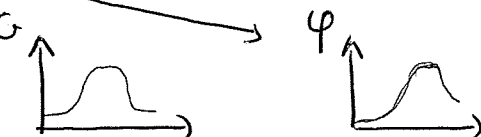
$\uparrow$ marge de phase $\Rightarrow$ stabilisation système avec correcteur à avance de phase (éloignement du pt critique de Nyquist)

sens ampli inverseur



$$C(p) = \frac{1 + \tau_1 p}{1 + \tau_2 p}$$

$$\tau_1 > \tau_2$$



$$FTBO' = C(p) \times FTBO$$

choix de C_1 : $\tau_1 = \tau_m$
 $C_1 = 2,2 \mu F$

$\tau_2 = R_2 C_2$ nouveau τ caractéristique du syst.

7

$\tau_2 < \tau_m \rightarrow$ choix de C_2 ~~choix de C_2~~
 $C_2 = 82 \text{ nF}$

$$m = \frac{1}{2\sqrt{B_m \tau_m}}$$

$$m' = \frac{1}{2\sqrt{B_m \tau_2}}$$

$$\rightarrow m' = m \sqrt{\frac{\tau_m}{\tau_2}} > m$$

stabilité et rapidité

Rq: $m=1$ syst le + rapide sans dépassement.

Conclusion:

A partir d'un moteur que nous avons caractérisé, nous avons mis en œuvre un asservissement de position.

Nous avons étudié ce système bouclé et amélioré ses performances grâce à quelques corrections.

L'intérêt d'un asservissement est que la sortie est à l'image de l'entrée ^{premier} malgré les perturbations. Nous avons pu remarquer qu'il y a un compromis entre stabilité et rapidité.

Suivant le cahier des charges les ingénieurs choisissent l'un ou l'autre de ces critères. Par exemple un robot de peinture devra surtout être rapide mais sa stabilité n'est pas critique.

A contrario un robot de chirurgie devra être précis et stable mais pas nécessairement très rapide. Pour cet ex on peut voir d'autres avantages de l'asservissement. En effet il peut permettre de filtrer les tremblements du chirurgien et/ou ajouter en facteur d'échelle entre les mvts du chirurgien et ceux du robot.

