MP 29 : Ondes : propagation et conditions aux limites

Bastien Guigue & Guillaume Berthet

Jeudi 12 janvier 2015

J'entends encore l'onde sensuelle
De ta bouche sur la mienne
C'était si fort, c'était si beau
La philosophie de ton souffle entre mes mots
-M-.

Références

[Garing1] Garing, "Ondes électromagnétiques dans le vide et les milieux conducteurs", *Ellipses.*

[Garing2] Garing, "Ondes mécaniques et diffusion", *Ellipses.*

[Gardiol] Gardiol, "Hyperfréquences", *EPFL.*

[Quaranta1] Quaranta, "Dictionnaire de physique expérimentale, Tome I Mécanique", *Pierron.*

[Quaranta2] Quaranta, "Dictionnaire de physique expérimentale, Tome IV Electricité", *Pierron.*

Table des matières

Introduction

Lorsque l'on met en mouvement la surface d'un liquide ou que l'on génère un phénomène électromagnétique, lorsqu'on est victime d'un séisme ou que l'on subit une radiographie (ou même lorsque nous fumons un petit pétard, comme Guillaume écrivant ce paragraphe délirant) nous faisons l'expérience d'interactions avec notre environnement qui révèlent toutes la même notion d'onde, à savoir la propagation d'une perturbation à travers un milieu, ainsi que son cortège de propriétés : propagation, transmission, diffraction, etc...

> **Manip :** Visualiser la propagation libre d'une onde le long d'une corde + PLOUF dans un cristallisoir (ondes de gravité en 2D et onde acoustique)

1 Propagation libre

1.1 Mise en évidence de la propagation libre : mesure de la vitesse du son dans l'air

Une onde n'est pas un phénomène instantané, c'est un phénomène propagatif caractérisé par sa célérité. Cette grandeur dépend a priori de la nature de l'onde et du milieu de propagation.

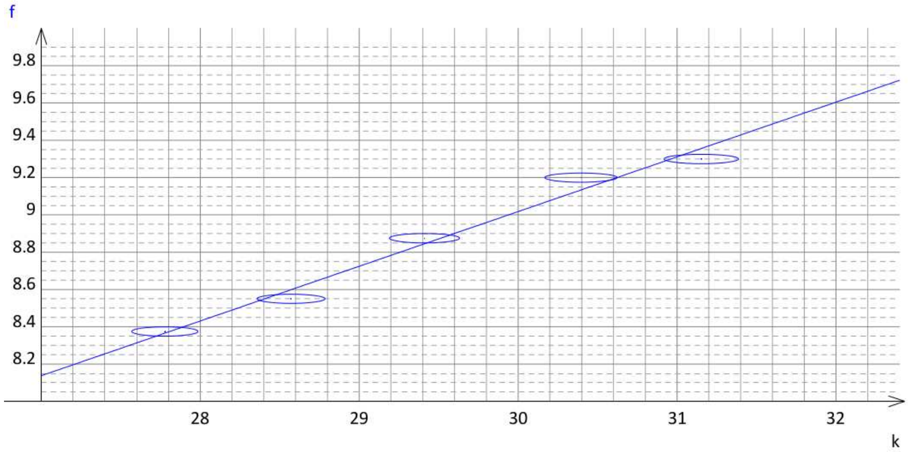
ODG : Pour une onde EM dans le vide, $c \approx 2,99.10^8 m.s^{-1}$. Pour une onde se propageant dan la corde d'escalade en intro, $c \approx 15 m.s^{-1}$

> **Manip :** Milieu de propagation = air, onde acoustique (produite par le claquement des mains), montrer qualitativement que la propagation est non dispersive car la signal n'est pas déformé.
> On a la relation $d = c.t$.
> On a $\Delta d = 1 \pm 0,01m$ et $\Delta t = ... \pm ...s$ donc finalement :
>
> $$\boxed{c = ... \pm ...m.s^{-1}}$$

1.2 Relation de dispersion

L'air est un milieu très faiblement dispersif pour les ondes électromagnétiques, on va considérer des ondes centimétriques se propageant dans l'air (propagation décrite par l'équation de d'Alembert).

> **Manip :** Banc hyperfréquences + cavité Fabry Pérot. On mesure la longueur d'onde en fonction de la fréquence, pour montrer la linéarité. On choisit une taille de cavité pour la diode Gunn, on mesure grâce à l'ondemètre la fréquence correspondante. Ensuite, on place en sortie une cavité Fabry Pérot dont on fait varier la taille au moyen d'un moteur. On récupère le signal via un récepteur pour ondes centimétriques. On obtient des maxima/minima d'intensité à l'oscillo lorsque la taille de la cavité est un multiple entier de la demi longueur d'onde. On répète la manip pour plusieurs fréquences, et paf on a la droite.



2 Effet des conditions aux limites sur la propagation

La propagation est "libre" tant que l'onde ne rencontre pas d'obstacles. Lorsque cela se produit, divers phénomènes peuvent se produire et modifier considérablement la structure de l'onde.

2.1 Confinement dans la direction de propagation

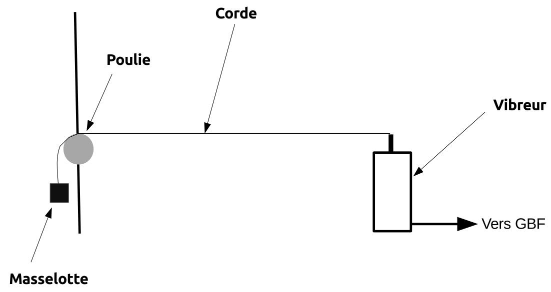
[Garing2, Quaranta1]

Lors d'une réflexion sur une interface, l'onde résultante, somme de l'onde incidente et de l'onde réfléchie, est stationnaire.

2.1.1 Confinement et ondes stationnaires : corde de Melde

La corde de Melde permet d'observer le phénomène de réflexion d'une onde progressive et la mise en place d'un schéma stationnaire.
On considère une corde horizontale, faiblement déformée et on néglige l'influence de la pesanteur. Soient μ la masse linéique de la corde, et T le module de sa tension, on a :

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0} \text{ avec } c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$



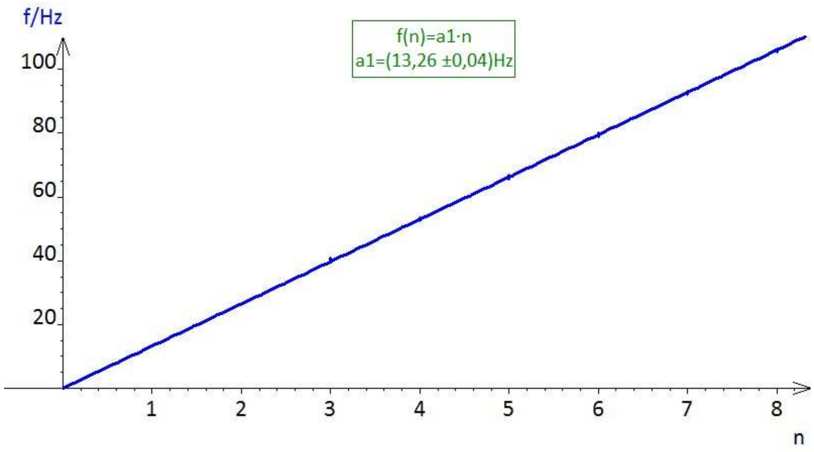
ODG : On mesure $\mu = m/l = 0,339 g.m^{-1}$ et $T = Mg = 9,8.10^2 g.m.s^{-2}$ avec $M = 100g$ une masselotte attachée à la corde. On a donc $c \approx 54 m.s^{-1}$.

L'autre extrémité de la corde est fixée à un vibreur commandé par un GBF (amplifié). La corde subit un excitation harmonique, on a donc des oscillations forcées ce qui induit une condition aux limites de type $y(x = 0, t)$.
On a réflexion totale sur les deux extrémités de la corde et l'onde résultante est la superposition des ondes réfléchies. En première approximation on a un noeud de vitesse aux deux extrémités. Les longueurs d'onde vérifiant cette condition sont telles que $2L = n\lambda$ avec n entier naturel. Ce sont les modes propres de la corde.

2.1.2 Quantification des modes

Le forçage à la fréquence de l'excitateur permet de sonder les modes propres qui sont singularisés si il y a résonance. Dans cette condition, on transfert le maximum de puissance au mode singularisé (visuellement, on observe un maximum d'amplitude au niveau des ventres, et les noeuds sont ponctuels).

Manip : On excite la corde jusqu'à obtenir un mode propre. On identifie le mode (en comptant les noeuds ou les ventres) et on note la fréquence associée. On répète pour plusieurs fréquences, et on vérifie la linéarité. Gamme de fréquences utilisée : entre $1kHz$ et $100kHz$. On en déduit une mesure de c, célérité de l'onde dans la corde.



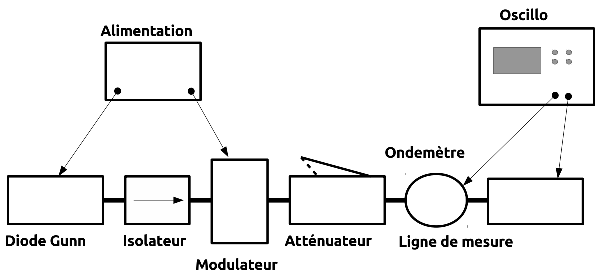
2.2 Confinement dans la direction transverse : guide d'onde

[Gardiol, Garing1, Notice du banc]

On considère la propagation d'ondes centimétriques (300MHz-300GHz) dans un banc hyperfréquences.

2.2.1 Description du problème

Il s'agit d'une structure de guidage à un conducteur (supposé parfait) en forme de tube creux de section rectangulaire.



Description des composants

Oscillateur Gunn

Il s'agit de la source d'énergie du banc hyperfréquences. L'oscillateur est une portion de guide d'onde dont l'une des extrémités est fermée par un court-circuit que l'on peut déplacer à l'aide d'une vis munie d'un vernier, elle constitue donc une cavité résonante réglable. Une diode à effet Gunn est placée dans le guide d'onde et la fréquence est fixée par la taille de la cavité résonante.

L'isolateur

Son but est de protéger l'oscillateur à diode Gunn, il laisse ainsi passer l'énergie hyperfréquence sans atténuation dans le sens direct, alors qu'il l'atténue fortement dans le sens indirect. En rendant l'oscillateur indépendant du reste du montage, on s'assure qu'il délivre toujours la même fréquence et la même puissance.

L'atténuateur de précision

L'atténuateur variable permet de choisir la quantité d'énergie transmise par le montage oscillateur et de la mesurer à l'aide du vernier.

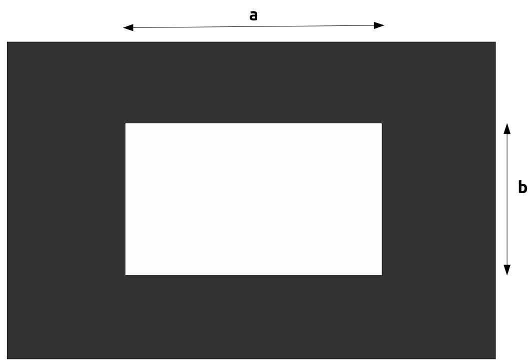
Ondemètre : OE90

L'ondemètre permet la mesure de la fréquence de l'onde dans le guide.

Ligne de mesure

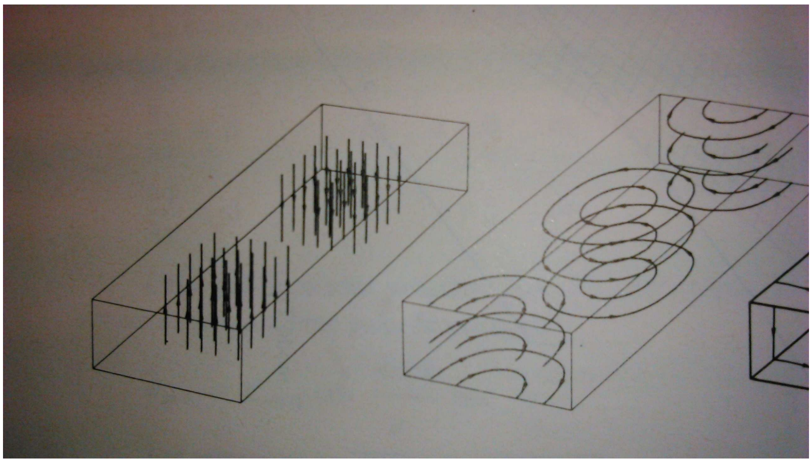
La ligne de mesure est une section de guide ayant une fente longitudinale. Une antenne parallèle au champ électrique y est insérée et permet de prélever la tension le long de la ligne grâce à un chariot. L'enfoncement de l'antenne dans le guide doit être assez fort pour voir un signal correct et assez faible pour ne pas perturber l'onde à mesurer.

<u>Forme du champ dans le guide</u>



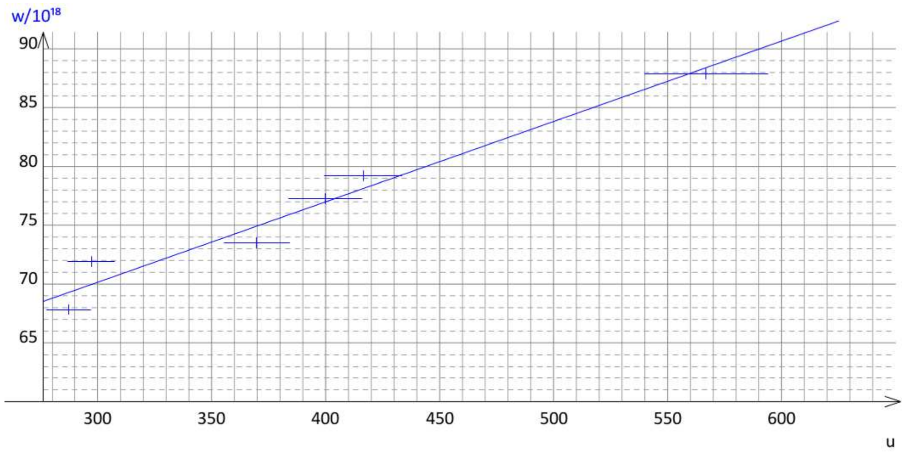
On considère un métal de conductivité infinie (parfait). Les conditions aux limites à la surface du conducteur sont telles que la composante tangentielle du champ électrique $\vec{E}$ est nulle, la composante normale du champ magnétique $\vec{H}$ est nulle. On doit résoudre l'équation de Helmoltz. Seuls certains modes se propagent dans la cavité, ce sont les modes $TE_{m,n}$ (Transverses Électriques). Ils ont pour fréquence de coupure $f_{m,n} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$.
Le mode $TE_{1,0}$ a donc pour fréquence de coupure $f_{1,0} = c/2a$ (c'est la plus basse). On choisit donc des fréquences de travail telles que seul ce mode se propage dans la cavité, ici entre 7.5 et 17GHz.

Forme du champ pour ce mode :



On a propagation du mode $TE_{1,0}$ si $\omega \geq \omega_c = c\pi\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$. La longueur d'onde dans le guide s'écrit donc $\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \frac{\lambda_0^2}{4}\frac{1}{a^2}}}$ avec $\lambda_0 = c/\nu$.

Manip : Pour plusieurs fréquences, on mesure la longueur d'onde dans le guide. On trace la relation de dispersion $f^2 = \frac{c^2}{\lambda^2} + \frac{c^2}{4a^2} = f(\lambda)$.
On remonte ainsi à c et à a, et on démontre au passage la dispersion due aux conditions aux limites transverses.



3 Ondes et impédances

3.1 Impédance propagative : mesure pour le câble coaxial

[Quaranta2]

Manip : Câble coaxial $l \approx 80m$, on envoie des impulsions et on regarde l'influence de l'impédance de sortie (charge adaptée, charge infinie, charge nulle...) sur la forme du signal réfléchi.

Lorsque la propagation est contrainte, nous avons vu qu'il était possible d'observer des effets de réflexion/transmission de l'onde au niveau d'une interface. On a donc deux coefficients qui décrivent ce phénomène : r et t avec $r = \dfrac{Z_c - Z}{Z + Z_c}$ et $t = \dfrac{2Z_c}{Z_c + Z}$. Les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude dépendent donc de l'impédance du câble Z_c et de l'impédance de sortie Z.
On envoie une impulsion à travers le câble coaxial, plusieurs signaux sont observés sur l'oscilloscope. On a le signal émis par le GBF, et le signal réfléchi au bout du câble. On constate une atténuation de ce signal due à la dissipation au sein du câble (et une faible transmission au bout). La déformation des impulsions est liée à la dispersion.

Remarque : Le câble se comporte comme un guide d'onde monomode. Seul le mode TEM se propage, la dispersion est donc due au milieu et non au guidage car la propagation d'un mode TEM est non dispersive.

Manip : On reprend le montage précédent, et on mesure la célérité de l'onde EM dans le câble en mesurant l'écart Δt entre les impulsions émise et réfléchie sur l'oscillo : $c = 2l/\Delta t$.
On a $l = 80 \pm 1cm$ et $\Delta t = ... \pm ...s$ d'où :

$$\boxed{c = ... \pm ...m.s^{-1}}$$

Dans un second temps, on place un potentiomètre en bout de câble, et on adapte l'impédance (plus d'onde réfléchie). La valeur de la résistance du potentiomètre, prise à l'ohmètre, donne l'impédance du câble $\boxed{Z_c = ... \pm ...\Omega}$.

3.2 Transmission en fin de ligne : Rapport d'Onde Stationnaire ROS

[Notice du banc]

Illustrons sur un nouvel exemple le problème de transmission en bout de ligne d'une onde guidée.

Qu'est ce que le ROS ? Dans le guide, l'onde peut être décomposée comme la somme d'une onde incidente E_i et d'une onde réfléchie E_r. Lorsque ces ondes sont en phases, on a un maximum d'amplitude E_{max}, lorsqu'elles sont en opposition de phase on a un minimum E_{min}. Le ROS est alors défini par :

$$ROS = \frac{E_{max}}{E_{min}} = \frac{|E_i|+|E_r|}{|E_i|-|E_r|} = \frac{1+\frac{|E_r|}{|E_i|}}{1-\frac{|E_r|}{|E_i|}} = \frac{1+r}{1-r}$$

On voit apparaître le coefficient de réflexion en amplitude en bout de ligne : le ROS dépend de l'impédance de sortie du guide.

Manip : Pour une fréquence fixée, on calcule différents ROS et coefficients de réflexion pour divers embouts. On utilise l'atténuateur calibré.
On ferme le guide avec un embout choisi (ou pas d'embout). On place la sonde du banc de mesure sur un minimum d'amplitude. On règle l'atténuateur de sorte à ce que la tension lue à l'oscilloscope soit bien visible. On se rapporte à la courbe d'étalonnage de l'atténuateur pour connaître la valeur A_1 de l'atténuation. On déplace ensuite la sonde sur un maximum de tension, on agit sur l'atténuateur pour retrouver la valeur de la tension précédente. On lit alors la valeur de l'atténuation A_2. On a alors $ROS = 10^{(A_2 - A_1)/20}$, et on en déduit r pour ces différents embouts.

Conclusion

Au cours de ce montage, on a illustré les différentes propriétés de la propagation libre des ondes, dans le vide et dans un milieu matériel. On a montré l'influence des conditions aux limites, aussi bien dans le sens de la propagation (corde de Melde) que transverses (guide d'onde). Enfin, on s'est intéressé à l'importance de l'impédance de sortie dans la transmission de l'onde.