

# MP29 - ONDES : PROPAGATION ET CONDITIONS AUX LIMITES

14 janvier 2016

Marianne Berland & Karen Monneret

*”La bonne volonté n’est pas suffisante pour s’entendre et même se comprendre, encore faut-il émettre et recevoir sur la bonne longueur d’onde.”*  
SALOMÉ

**Niveau : L3**

## Commentaires du jury

**2015 :** Ce montage est riche, car l’existence de conditions aux limites permet l’apparition de phénomènes aussi variés que la réflexion, la réfraction, la diffraction, les interférences. . . Dans ce contexte, on veillera à bien distinguer ondes stationnaires et ondes stationnaires résonantes. Notons enfin que la notion d’impédance caractéristique n’est pas limitée au câble coaxial. Enfin, la détermination de la fréquence de résonance de la corde de Melde à l’aide d’un stroboscope n’a pas de sens quand la corde est utilisée avec un générateur basse fréquence muni d’un fréquencemètre avec cinq digits.

**2014 :** Ce montage est riche car l’existence de conditions aux limites permet l’apparition de phénomènes aussi variés que la réflexion, la réfraction, la diffraction, les interférences ... Dans ce contexte, on veillera à bien distinguer ondes stationnaires et ondes stationnaires résonantes. Notons enfin que la notion d’impédance caractéristique n’est pas limitée au câble coaxial.

**2010 à 2013 :** L’existence de conditions aux limites permet aussi l’apparition de phénomènes de réflexion, réfraction, diffraction, interférence, propagation guidée ... La notion d’impédance caractéristique n’est pas limitée au câble coaxial.

## Commentaire du polycopié

Les valeurs présentes dans le polycopié sont celles obtenues pendant la préparation. C’était pour éviter que vous vous retrouviez avec un texte à trous.

## Bibliographie

- *Dictionnaire de Physique Expérimentale - Tome I, Quaranta*
- *Dictionnaire de Physique Expérimentale - Tome IV, Quaranta*
- *Cap Prépa PSI* → pour la théorie
- *Ondes, HPrépa* → pour la théorie
- *Notice du Banc Hyperfréquence*

## Table des matières

<b>1 Propation libre : mesure de célérité</b>	<b>2</b>
<b>2 Influence des conditions limites sur la propagation.</b>	<b>3</b>
<b>3 Propagation guidée d’ondes hyperfréquences.</b>	<b>4</b>
<b>4 Ondes et impédance : mesure du ROS</b>	<b>6</b>

## Introduction

Définition d'une onde : propagation d'une perturbation.

- libre
- guidée

## 1 Propation libre : mesure de célérité

But : Mise en évidence de la propagation libre et mesure de la célérité d'une onde acoustique.

Modèle : Une onde acoustique se propage de l'émetteur à un récepteur à la vitesse :  $c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$  avec  $\gamma=1.4$ ,  $R=8.314$  S.I,  $T = 297 \pm 0.5$  K et  $M=29.10^{-3}$  kg.

L'incertitude est donnée par la méthode des dérivées en ne prenant l'incertitude type que sur T,  $u_T = \frac{0.5}{\sqrt{3}}$  :

$$u_c = \sqrt{\frac{\gamma R}{4 T^3 M}} * u_T$$

On obtient :  $c=345,2 \pm 0.2$  m.s<sup>-1</sup>.

### Mesure de la vitesse du son : cf. Quaranta I p.397

Le signal du micro 2 est non déformé par rapport au micro 1. On observe seulement un affaiblissement du signal dû à la propagation sphérique de l'onde. → Le milieu est non dispersif.

On est en présence d'une onde progressive et on vérifie expérimentalement la relation :

$$D = c * \Delta t$$

incertitudes :

- $u_D = 0.0005$ m
- $u_{\Delta t} = 0.2 * 10^{-3}$ s

Ainsi :  $c = 340 \pm 9$  m.s<sup>-1</sup>. On retrouve bien la vitesse du son dans l'air.

Matériels :

- 2 micros (P.74.13/3 et /2) ;
- un oscilloscope ;
- un mètre et vos mains ;

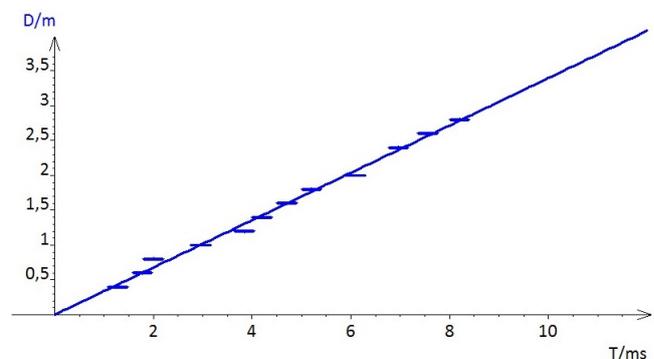
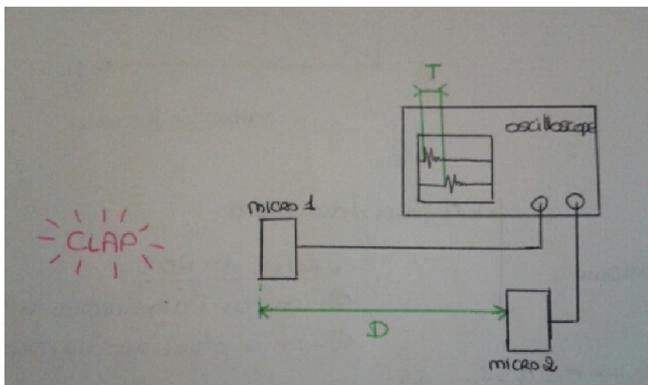


FIGURE 1 – Schéma du montage. Étude de la distance en fonction du retard entre les deux microphones.

TRANSITION : On va maintenant mettre des conditions aux limites dans le sens de la propagation.

## 2 Influence des conditions limites sur la propagation.

But : Déterminer la vitesse de propagation d'une onde stationnaire suivant les conditions limites.

Corde de Melde : cf. Quaranta I p.259 et Cap Prépa PSI p.569

Matériels :

- Une corde P.99 (attention, certaines ne sont vraiment pas homogènes et pleines de noeuds!);
- Un vibreur (P.99.13/1)
- Un GBF
- Un amplificateur (P.47.7/2)
- Une potence, une poulie (P.80), un mètre, une balance

Observation : On observe des fuseaux : on n'a plus une onde progressive mais une onde stationnaire. Cette onde est due aux conditions aux limites (C.L). On a réflexion d'une onde progressive sur les extrémités → l'onde réfléchie "compense" l'onde incidente.

En première approximation, on a des noeuds aux extrémités, ce qui implique comme C.L :  $y(0,t)=y(L,t)=0$ . → on a quantification des fréquences :

$$w_n = \frac{n\pi c}{L}$$

$$f_n = \frac{nc}{2L}$$

avec  $n \in \mathbb{N}^*$

Le forçage change les C.L :  $y(0,t) = a * \cos(\omega t)$  et  $y(L,t)=0$ . On trouve que l'amplitude diverge (résonance) pour les fréquences propres  $f_n$ .

On observe un phénomène de résonance lorsque la corde est excitée aux fréquences propres de la corde vibrante.

Mesures :

- masse suspendue à la poulie :  $m_p = (99.70 \pm 0.05).10^{-3}kg$
  - longueur totale de la corde :  $L_{tot} = 1.83 \pm 0.01m$
  - masse de la corde :  $m = (1.65 \pm 0.05).10^{-3}kg$
  - longueur de la corde entre les deux extrémités :  $L = 1.15 \pm 0.01m$
  - nombre de fuseaux : n
  - fréquence de résonance correspondant à n fuseaux  $f_n$ . On peut la mesurer soit directement soit au stroboscope suivant la précision du vibreur (si on arrive bien à observer les fuseaux).
- On trace  $f_n$  en fonction de  $\frac{n}{2L}$  afin de retrouver, comme coefficient directeur, la vitesse de l'onde. On trouve :  $c_{exp} = 33.6 \pm 0.5m/s$  → vitesse de l'onde progressive.

Modèle :  $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

On suppose le système au repos soit :  $T = mg$ .  $T = 0.977 \pm 0.001N$

$$\mu = \frac{m}{l} = (8.9 \pm 0.3).10^{-4}kg/m$$

$$c_{th} = 33.1 \pm 0.6m/s$$

incertitudes :

$$u_\mu = \sqrt{\left(\frac{u_m}{l}\right)^2 + \left(\frac{m}{l^2} * u_l\right)^2}$$

$$u_c = \sqrt{\left(\frac{u_\mu}{2 * \sqrt{T} * \mu}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{T} * u_T}{2 * \mu^{3/2}}\right)^2}$$

Pour l'incertitude de  $c$ , on néglige celle de  $T$ .

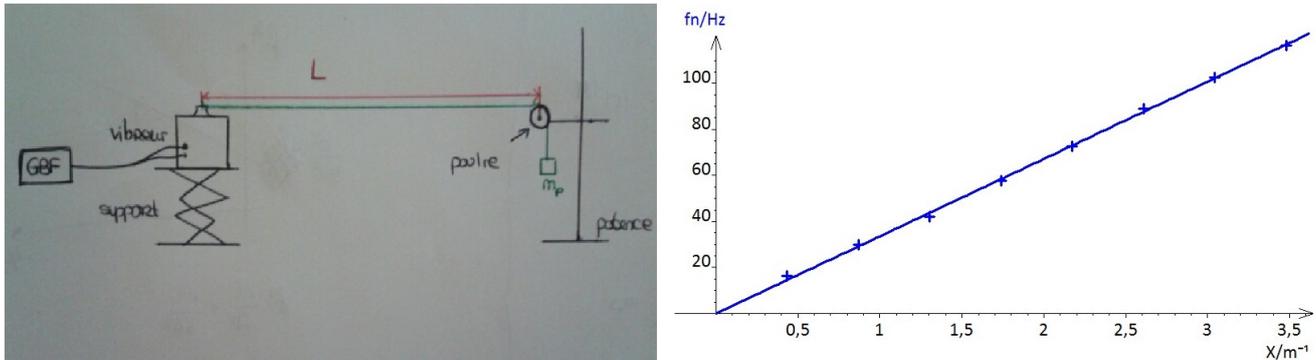


FIGURE 2 – Schéma du montage. Étude des modes de résonance de la corde de Melde afin de retrouver la célérité des ondes stationnaires.

TRANSITION : Que se passe-t-il si on rajoute une dimension aux CL ? On ne veut pas que l'onde parte dans tout l'espace par exemple, on veut la canaliser. On se place dans le cas des ondes EM centimétriques.

### 3 Propagation guidée d'ondes hyperfréquences.

Le milieu est non dispersif. Ainsi la relation de dispersion est linéaire :  $c = \lambda * f$ .

Question : Que devient cette relation de dispersion si les ondes sont maintenant guidées ?

Description du banc hyperfréquence :

- Émetteur : diode Gunn alimentée par une tension de 10V. (cf. Notice)
- Isolateur : Il protège l'oscillateur à diode Gunn afin que l'onde réfléchi ne revienne pas et ne détériore pas la diode.
- Atténuateur : Il permet de choisir la quantité d'énergie que l'on souhaite. Elle est réglable à l'aide d'un vernier.
- Ondemètre : il permet de récupérer la fréquence de résonance (à l'aide d'une courbe d'étalonnage fournie).
- Ligne de mesure : La ligne de mesure est une section de guide ayant une fente longitudinale. Une antenne parallèle au champ électrique  $y$  est insérée et permet de prélever la tension le long de la ligne grâce à un chariot. Ainsi on peut retrouver les nœuds de l'onde stationnaire et ainsi la longueur d'onde.
- Impédance terminale : une plaque métallique, rien ou un cornet.

Théorie : Seuls certains modes se propagent dans la cavité : ceux sont les modes  $TE_{m,n}$  (transverses électriques) tels que :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{m^2\pi^2}{a^2} - \frac{n^2\pi^2}{b^2}$$

avec  $m, n \in \mathbb{N}$  et  $a$  et  $b$  les dimensions du guide d'onde (cf. Figure 3). Les fréquences de coupures sont alors :  $f_{n,m} = \frac{c}{2} * \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$ .

**Guide d'onde hyperfréquences : cf. HPrépa p.229 et Quaranta V p.382**

Quelques calculs :

- mode  $m=1, n=0, TE_{1,0}$  :  $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{m^2\pi^2}{a^2}$  et alors  $f_{0,1} = \frac{c}{2a} = 6.6GHz$
- mode  $m=1, n=1, f_{1,1} = \frac{c}{2} * \sqrt{(\frac{1}{a})^2 + (\frac{1}{b})^2} = 16.3GHz$

D'après la notice, le banc hyperfréquence peut générer des ondes comprises entre 8.5 et 9.6 GHz.

→ Ainsi, on a seulement le mode  $TE_{10}$ .

Étudions les fréquences de ce mode en fonction de  $\frac{1}{\lambda^2}$  :  $f^2 = \frac{c^2}{\lambda^2} + \frac{c^2}{4a^2}$

Mesure :

- $f$  à l'ondemètre.
- $\lambda$  grâce à la chaîne de mesure.
- on obtient :  $f^2 = \frac{p}{\lambda^2} + m$  avec  $p = c^2 = (9.3 \pm 1.8) \cdot 10^{16} m^2 \cdot s^{-2}$  et  $m = \frac{c^2}{4a^2} = (4.2 \pm 0.7) \cdot 10^{19} s^{-1}$
- mesure de la célérité  $c$  et  $a$  :
  - $c = 3.0 \pm 0.4 m/s$  comparée à  $3 \cdot 10^8 m/s$
  - $a = 2.32 \pm 0.1 cm$  comparée à la valeur donnée dans le livre *Hyperfréquences* de Gardiol  
 $a = 2.29 \pm 0.01 cm$ .

La relation est bien vérifiée. De plus on a observé qu'il y avait dispersion due aux conditions limites.

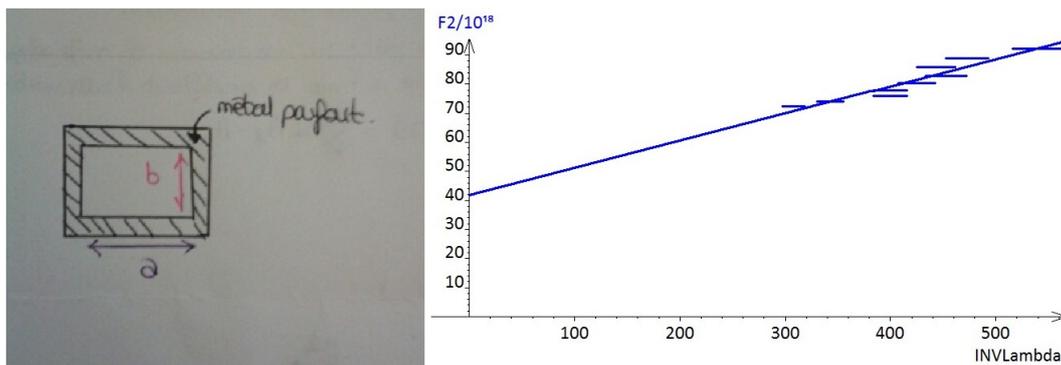


FIGURE 3 – Schéma du montage. Relation de dispersion d'une onde centimétrique dans un guide d'onde.

TRANSITION : Au bout du canal, le but est de transmettre l'information à un autre milieu. On va alors voir l'adaptation d'impédance.

## 4 Ondes et impédance : mesure du ROS

### Mesure du ROS pour différentes sorties : cf. Notice

ROS - Rapport d'Ondes Stationnaires : Dans le guide, l'onde peut être considérée comme la somme d'une onde réfléchiée et d'une onde incidente  $E_i + E_r$ . En certains points,  $E_i$  et  $E_r$  sont en phase, on a un maximum d'amplitude  $E_{max}$ . En d'autres elles sont en opposition de phase, on a  $E_{min}$ .

$$ROS = \frac{E_{max}}{E_{min}} = \frac{|E_i| + |E_r|}{|E_i| - |E_r|} = \frac{1 + \left|\frac{E_r}{E_i}\right|}{1 - \left|\frac{E_r}{E_i}\right|}$$

$$ROS = \frac{1 + r}{1 - r} \text{ avec } r \text{ le coefficient en bout de ligne.}$$

On mesure le ROS pour différentes sorties :

1. On fixe l'atténuation au minimum  $A_1 = 0dB$  (correspond au vernier à 4mm).
2. On se place sur un minimum de tension  $V_{min}$  (sur l'oscilloscope). On fixe un curseur à cette valeur.
3. On se place ensuite sur un maximum de tension et on retourne à  $V_{min}$  en modifiant l'atténuation. Cette valeur est notée  $A_2$ .
4. D'après la notice, une relation existe entre ROS et Atténuation telle que  $20\log(ROS) = A_2 - A_1$

sorties	ROS	r
cornet	1.10	0.05
aucun	2.11	0.36
plaque métallique	25.1	0.92

On observe que le cornet réalise une meilleure adaptation d'impédance. En effet, celui ci fait varier de façon continue l'impédance pour l'adapter à un milieu d'impédance infinie.

## Conclusion

On s'est intéressées à des phénomènes de propagation uniquement régis par l'équation de d'Alembert. Le phénomène de dispersion qu'on a vu est dû aux C.L.

Il existe d'autres origines à la dispersion comme le fait que le milieu soit lui même dispersif. Dans ce cas, c'est l'équation des télégraphistes comme dans le cas du câble coaxial avec pertes (ou Klein-Gordon dans les plasmas).

On peut également faire de l'adaptation d'impédance avec ce dernier.

## Complément

### Propagation libre d'ondes hyperfréquences.

Il est également possible d'étudier la propagation des ondes centimétriques générés avec le banc hyperfréquence avant de faire la partie II. Cette expérience est détaillée dans **Quaranta IV p.375** dans laquelle, au lieu d'utiliser un miroir, on utilise un FP.

Quand on fait varier la taille du Fabry-Pérot (à l'aide d'un moteur), on obtient des max et min sur l'oscilloscope.

La distance entre deux maxima successifs ou deux minima est  $\frac{\lambda}{2}$ .

On étudie  $f$  en fonction de  $\frac{1}{\lambda}$ . On observe que la relation est linéaire. → Le milieu est alors non dispersif.  $f$  est mesurée à l'ondemètre et  $\lambda$  est mesurée en sortie du Fabry-Pérot sur l'oscilloscope.

On retrouve la célérité des ondes centimétriques et on enchaîne sur la propagation guidée en voulant "canaliser" ses ondes.

### Mesure de l'impédance d'un câble coaxial.

#### Impulsion dans un câble coaxial (impédance) Quarant IV p.307

##### Matériels :

- câble coaxial P58.1
- GBF
- oscilloscope
- potentiomètre - boîte à décades
- On envoie des pulses et on regarde ce qu'il se passe en réflexion en fonctions des différentes sorties :
  - impédance nulle : signal réfléchi déformé et inversé ;
  - impédance infinie (câble ouvert) : signal réfléchi déformé et non inversé ;
  - adaptation d'impédance : avec un potentiomètre ;
- On cherche l'impédance du câble coaxial en faisant varier le potentiomètre. On l'obtient lorsqu'il n'y a plus de signal réfléchi (→ adaptation d'impédance).
- on peut mesurer la célérité.

##### Théorie :

$$\Gamma = \frac{2 * \pi * \epsilon_0}{\ln(b/a)} = 50pF$$

$$\Lambda = \frac{\mu_0}{2\pi} * \ln\left(\frac{b}{a}\right) = 0.22\mu H$$

$$c = \sqrt{\frac{1}{\Lambda\Gamma}} = 3.10^8 m/s$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}} = 66\Omega$$