MP30 – Acoustique

15 février 2017

Villa Louis & Sépulcre Théo

With four parameters I can fit an elephant, and with five and I can make him wiggle his trunk.
John Von Neumann

Commentaires du jury

En résumé : ne pas se limiter à des mesures de vitesse, à la propagation dans l'air, ni aux fréquences audibles. L'étude des phénomènes de réflexion/transmission et d'impédance peut être intéressante. On peut aussi penser à des phénomènes d'interférences, de diffraction, d'effet Doppler. Illustrer les nombreuses applications : instruments de musique, sonar, échographie.

Bibliographie

- ✍ *Physique expérimentale*, **Jolidon** ⟶ Pour le tube de Kundt
- ✍ *Montages de physique*, **Charmant** ⟶ Pour les résonateurs de Helmholtz (très succinct par contre)
- ✍ *Ondes mécaniques*, **Garing** ⟶ Théorie pour la corde pincée/frappée. De bons exos aussi sur la théorie musicale.

Expériences

- Célérité du son dans l'air (temps de vol et déphasage)
- Tube de Kundt, dépendance de la fréquence/vitesse en la température et quantification des modes
- Résonateurs de Helmholtz : cavité résonante et contrôle du timbre
- Corde vibrante : principe des instruments à corde, influence des conditions initiales sur le spectre

Table des matières

Introduction

Nous avons pris comme fil conducteur de ce montage l'étude des instruments de musique. Plus précisément les instruments à vent et à corde, surtout ces derniers. J'essaierai de faire apparaître explicitement le fil conducteur tout au long de ce poly ! Je ne marque dans les encadrés verts que le matériel spécifique (hors oscillo, cables et gbf ...) et la réalisation de la manip, et dans le corps du texte les résultats principaux (calculs, incertitudes...)

1 Célérité du son dans l'air (temps de vol et déphasage)

On commence par détailler la notion d'onde acoustique. Pour caractériser cette onde, il est nécessaire de caractériser son timbre, et donc son spectre. On fera cela dans la suite. Pour l'instant, on prend une onde monochromatique, c'est à dire de fréquence fixée (à laquelle on associe en musique une note bien précise). Mesurer la fréquence revient à mesurer la vitesse de propagation de l'onde mécanique de surpression, générée par le transducteur (piézo-électricité) ou le haut-parleur (induction électromagnétique, puis conversion élec-méca). En effet, $c = \lambda f$. L'onde étant mécanique, elle a besoin d'un support pour se propager. Ici on va souvent rester dans l'air, mais on n'oublie évidemment pas de signaler que l'onde se propagera dans un solide, ce que l'on utilisera dans la dernière partie.

Mesure de la célérité dans l'air

✍ Matériel utilisé :
émetteur et récepteur ultrasonore
règle de bois pour l'alignement ⏲ 7min
mousse pour éviter le système d'onde stationnaire partiel parasite (réflexions)
mètre (distance émetteur-récepteur)

Le transducteur électromécanique ultrasonore émet à une fréquence bien précise, située autour de 40kHz. Il faut donc faire varier la fréquence dans cette gamme pour repérer une résonance et avoir une amplitude la plus grande possible. On présente deux méthodes. D'abord par temps de vol. C'est très simple conceptuellement, mais pas précis pour deux raisons : d'abord nous avons une incertitude importante à cause de l'estimation de la distance. Mais cela n'est pas très grave, comparé à l'erreur faite sur le temps de vol lui même. A l'oscillo, l'estimation de ce temps de vol dépend de façon non négligeable ... du calibre utilisé pour la base de temps ! C'est très gênant. On propose donc une deuxième méthode, plus précise, dite de déphasage. On passe en mode XY à l'oscillo, et lorsque l'ellipse s'applatit, les signaux sont en phase. On mesure par exemple 5λ pour réduire l'incertitude sur la distance. On en déduit enfin la célérité.

Principe de la méthode par temps de vol
Rien de plus simple, c'est la bonne veille formule $v = d/t$. Strictement parlant, on mesure une vitesse de groupe.

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \qquad \text{m/s} \tag{1}$$

Et pour les incertitudes :

$$\frac{\Delta v}{v} = \left[\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \simeq \left(\frac{\Delta t}{t}\right) \tag{2}$$

donc

$$\Delta v = \qquad \text{m/s} \tag{3}$$

Principe de la méthode par déphasage
Cette méthode permet de s'affranchir du temps de réponse global du système (transducteur + oscillo). C'est ce qui fait qu'elle est non seulement plus précise, mais aussi plus juste. Cette mesure par déphasage implique que :

$$2\pi = \frac{2\pi d}{\lambda} \to \lambda = d \qquad \text{donc} \qquad c = \lambda f \tag{4}$$

Et pour les incertitudes :

$$\frac{\Delta v}{v} = \left[\left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda}\right) \tag{5}$$

donc

$$\Delta v = \qquad \text{m/s} \tag{6}$$

Note :

Il pourrait être intéressant de faire la mesure à plusieurs fréquences (mais il faudrait changer d'émetteur) dans l'audible pour montrer que le milieu n'est pas dispersif ...

2 Dépendance de la célérité en la température, effet sur la fréquence.

Le fil conducteur est ici que dans un concert, les instruments à vent ont tendance à s'échauffer au cours du temps. Par conséquent, ils peuvent se désaccorder. Certes, l'oreille est un capteur logarithmique, et par conséquent la différence perçue est faible, puisque de l'ordre d'un quart de ton. Néanmoins, un phénomène de modulation désagréable peut apparaître. Les afficionados du diapason pourront à ce stade placer leur expérience sur l'effet de la modulation. Comme d'habitude en physique, on peut tirer profit d'un effet a priori néfaste : c'est le meilleur moyen pour accorder sa guitare à l'oreille que d'utiliser les notes dites "harmoniques" et de réduire au maximum la modulation. Si elle est nulle, les deux cordes vibrantes sont accordés.

Pour les détails de la manip, je vous renvoie au Jolidon. Rappelons simplement que cette expérience a pour but de vérifier la loi :

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \tag{7}$$

où γ est le coefficient adiabatique de l'air assimilé à un gaz parfait diatomique ($\gamma = 1.4$ en théorie classique non relativiste) et $M \simeq 29$g/mol. Attention quand même, on rappelle que c'est grâce à la géométrie du tube de Kundt qu'on peut supposer qu'un seul mode se propage dans le guide d'onde cylindrique ... mais ceci n'est vrai qu'en deça de la fréquence de coupure basse de l'ordre de 4kHz. On travaille toujours en deça pour ne pas être inquiété. Autre "piège", la condition aux limites au niveau du haut-parleur. Contrairement à ce que l'on pourrait penser, il n'impose pas un ventre en pression.

"Tube de Kundt"

✍ Matériel utilisé :
tube de Kundt et bain thermostaté
haut parleur et microphone au bout de la tige
thermocouple (à attacher à la tige)

⏲ 7min

N'en déplaise au jury, on mesure encore une fois une vitesse. Plus précisément, on veut vérifier la loi en racine de T donnée ci dessus. On mesure λ et f indépendamment, pour revenir à c. Pour cela, on se place aux résonances pour avoir une amplitude plus importante mais surtout pour s'assurer que λ ne dépende pas de T. Comme on a un système d'OS, on a que $\lambda = 2L/n$ où n est le numéro du mode et L la longueur de la cavité dans le tube de Kundt. L'astuce pour gagner un peu de temps, c'est de fixer λ, de changer la température et de faire varier la fréquence pour retrouver une résonance. Pensez quand même à attendre que le système soit à l'équilibre thermique ! 10min semble être un bon compromis.

Exploitation
On trace $c^2 = aT + b$ sous Regressi, et on obtient :

$$a = \qquad \pm \qquad \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2/\mathrm{K} \tag{8}$$

$$b = \qquad \pm \qquad \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2 \tag{9}$$

Détail sur les incertitudes

Curieusement, l'erreur sur la mesure de la cavité dans le tube de Kundt est non négligeable. Il est difficile de prévoir la taille exacte de la cavité à cause de la position un peu incertaine du haut parleur d'une part et et la paroi épaisse en verre à l'autre bout. Au mètre ruban, la précision n'est pas non plus exceptionnelle, et une incertitude de 2cm semble raisonnable. L'erreur sur la température est de l'ordre de 1K (pertes thermiques, microphone non collé au thermocouple, thermocouple qui donne une valeur qui fluctue légèrement, et surtout une erreur systématique ... Changez de thermocouple pour voir !). En tout et pour tout, 1K d'incertitude semble raisonnable. Enfin, il y a la précision sur l'estimation de la fréquence de résonance. Celle ci est faible, et en général négligeable devant le reste. On laisse Regressi s'occuper du calcul d'incertitude, qui prend donc en compte l'incertitude combinée entre l'incertitude expérimentale ET l'incertitude sur l'ajustement de ces mêmes données expérimentales avec un modèle linéaire, ou affine.

3 Résonateurs de Helmholtz : cavité résonante et contrôle du timbre

Toujours pour suivre notre fil conducteur, les résonateurs de Helmholtz permettent de contrôler le timbre d'un instrument, et de façon plus pratique ils permettent de caractériser l'acoustique d'une salle (c'était notamment utilisé dans les églises, et je "confesse" ne pas savoir pour les autres lieux de cultes ...). L'idée est que pour amplifier le son d'une vibration mécanique, on utilise souvent des cavités résonantes. Par conséquent, pour contrôler le son, il est possible d'abaisser l'intensité de certaines fréquences en utilisant ces mêmes cavités. C'est aujourd'hui encore utilisé dans certaines salles de concert !

Pour faire cette manip, plusieurs choix s'offrent à vous. En préparation, nous avons testé d'utiliser l'analyseur de spectre pour générer un bruit blanc dans le résonateur, et toujours à l'analyseur de spectre on peut tracer le spectre de Fourier. A première vue, le résultat est impressionnant, surtout si on utilise la démarche qui sera détaillée dans le polycopié de demain de Benjamin et Jolan pour faire fonctionner l'analyseur de spectre. Par contre, à y regarder de plus près, les fréquences que nous sommes supposés obtenir (à part pour le fondamental) ne sont pas en accord parfait avec la théorie ... (les valeurs obtenues de l'ordre du kilohertz ne sont pas totalement abbérantes, mais elles sont supérieures de 5 à 10% à la borne supérieure obtenue donnée par les incertitudes). Et la théorie elle même est assez restreinte sur le sujet, voire contradictoire. Il existe un BUP écrit en juin 2002 sur le sujet, mais qui ne donne pas exactement la même relation de dispersion que les livres cités en bibliographie (Garing et Charmant). Les résonateurs ont été déformés avec le temps, et l'explication pourrait simplement provenir de là. Si le jour J Cachan ou Montrouge en a en meilleur état, ça peut valoir le coup d'essayer ... En attendant, on va se concentrer sur la mesure du fondamental, ce qui nous permettra d'illlustrer proprement le principe.

Résonateur de Helmholtz

✍ Matériel utilisé :
le résonateur de volume 508mL (mesuré à l'éprouvette)
haut parleur et microphone (le gris (sans pile) et le noir (à pile) fonctionnent assez bien) ⏲ 13min
carte d'acquisition ou analyseur de spectre (voir plus haut)
filtre et amplificateur

On réalise un sweep linéaire en fréquence avec le GBF, et on acquiert deux signaux avec et sans résonateur sous latis pro. On peut faire la TF du signal de sortie, ou bien utiliser directement la mesure de temps pour lire les fréquences de résonances, puisque le sweep est linéaire (il y a donc proportionnalité entre le temps d'acquisition et la fréquence envoyée par le GBF). Pour le sweep, prendre entre 50 et 450 Hz sur 4s est à la fois un choix pratique pour les conversions et qui se situe autour de la fréquence de résonance, de mémoire vers 180 Hz pour notre résonateur.

Il faut absolument mettre une synchronisation externe dans le dernier cas, pour s'assurer que le déclenchement se fait au début du sweep. De plus, ni le micro ni le haut parleur n'ont a priori une réponse plate. Il faut absolument caractériser leur fonction de transfert, puisqu'elle dépend de la fréquence. C'est pour cela qu'il est nécessaire de faire une acquisition avec le résonateur, puis dans les mêmes conditions, sans le résonateur.

Exploitation
Le fondamental possède une fréquence donnée par (Garing) :

$$f_0 = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{S}{VL_{\text{eq}}}} \qquad \text{où} \qquad L_{\text{eq}} = L + 0.3D \tag{10}$$

Dans le dernier terme D est le diamètre de la section du résonateur. Il s'agit d'un terme correctif dû à des effets hydro (analogie avec la vidange et la fameuse formule de Torricelli qui plait tant à Jérémy :))

Les harmoniques sont supposées vérifier la relation de dispersion suivante (voir commentaire à ce propos ci-dessus) :

$$\frac{\omega L}{c}\tan\left(\frac{\omega L}{c}\right) = \frac{SL}{V} \tag{11}$$

Si vous choisissez le même résonateur que nous, voici les valeurs des paramètres :

$$V = 508\text{mL} \qquad L = 3.01\text{cm} \ \ \text{(mesuré au palmer)} \qquad L_{\text{eq}} = 3.67\text{cm} \ \ \text{(calculé)} \tag{12}$$

$$S = \frac{\pi}{4}(2.178)^2 \ \ \text{cm}^2 \tag{13}$$

A propos des incertitudes Concernant l'incertitude sur la relation de dispersion si vous voulez obtenir les harmoniques, on vous conseille de résoudre numériquement l'équation implicite (11) pour votre fréquence centrale $f \pm \Delta f$. Par exemple pour un écart relatif de 1% on comprend bien ce que l'on fait, et c'est plus simple à expliquer. C'est ce que l'on a choisi de faire ici. Sinon, vous pouvez utiliser le logiciel GUM.

4 Corde vibrante : principe des instruments à corde

Le principe de cette expérience est d'expliquer sommairement le principe de fonctionnement d'une guitare. Pour cela, il y a plusieurs choses à montrer, selon le temps qu'il vous reste. C'est pour cela qu'il s'agit de la dernière manip. On préfère vous prévenir, cette expérience est plus difficile qu'elle en a l'air ! Si vous voulez la présenter, on vous conseille un peu d'entrainement ...

Corde vibrante : première étape

✍ Matériel utilisé :
(beaucoup de) masses pour stabiliser les supports ... et 2 supports
microphone (le gris (sans pile) et le noir (à pile) fonctionnent assez bien) ⏲ 13min
la tige métallique biseautée exprès (merci à Benoît Capitaine !)
le filtre et l'ampli (nous avons utilisé "le Stanford"), et une carte d'acquisition avec Latis Pro

On réalise une corde de Melde, avec un noeud à une extrémité et des masses pour tendre la corde de l'autre. La barre métallique du côté des masses joue le rôle de poulie. On excite la corde tendue par une masse d'environ 3kg en la pinçant à peu près au centre, et on place le micro au contact du métal pour avoir une meilleure transmission. Le signal étant tout de même faible, on amplifie et on filtre avant de faire l'acquisition sous Latis Pro. Une acquisition de 2s est suffisante, pour 100000 points, ce qui fait un pas d'échantillonnage de 50µs (OK pour Shannon). Enfin, on fait la transformée de Fourier du signal obtenu. On retrouve un fondamental avec des harmoniques.

Pour la corde, on a :

$$f_0 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \text{avec} \quad T = mg \tag{14}$$

Note : Pensez bien à mesurer la masse linéique de la corde AVANT d'avoir tout bien réglé ... Pensez aussi à acquérir plusieurs signaux quand vous faites cette manip. 5 semble être un bon compromis.

Plusieurs choses sur intéressantes ici. Si on augmente T, et donc si on augmente m, la fréquence du fondamental est plus élevée. Le son paraît plus aigu. Sur les guitares, c'est le rôle des petites vis de serrage sur le haut du manche. Vous pouvez aussi vérifier expérimentalement que si L augmente, f_0 diminue et le son parait plus grave. C'est justement le rôle des frettes sur une guitare, en reduisant la longueur effective de la corde, on change la note jouée. Pour transposer un morceau, on utilise un capodastre. C'est exactement le même principe. Maintenant, on se propose de vérifier la décroissance des harmoniques du spectre en $1/n^2$ où n est le numéro du mode. Dans le spectre de Fourier, attention à ne pas tirer de conclusion trop hâtive, puisque le micro possède une fonction de transfert qui n'est pas plate. Il faut le vérifier, mais on l'a déjà fait normalement à ce stade.

Corde vibrante : deuxième étape

✍ Matériel utilisé :
idem que précédemment, mais on passe sous Regressi ⏲ 13min

On commence par étalonner la réponse en fréquence du micro. Ensuite, prendre la TF du signal. Il faut absolument choisir une fenêtre manuelle et prendre le début du signal, parce que la décroissance des modes n'est pas uniforme (c'est ce que l'on veut montrer !). Les hautes fréquences risquent d'être absentes ou pire ne pas être des multiples du fondamental, même si cet effet est faible. L'explication est donnée en détail dans le Garing pour ceux que ça intéresse. C'est un effet d'anharmonicité lié à l'épaisseur de la corde (sur la corde de Mi grave choisie, il y a un fil de nylon autour duquel on réenroule un cable, tout ça pour augmenter la masse linéique et changer la fréquence.). La partie rigolote commence alors, sur votre spectre de Fourier, vous notez la hauteur des pics pour chaque mode. Ensuite il faut pondérer chaque hauteur par un coefficient que vous déterminez grâce à l'étalonnage du micro réalisé précédemment. Enfin, il reste à tracer le ln de l'amplitude en fonction du ln de n où n est le numéro du mode. Si tout va bien, la pente est de -2. Je discute des incertitudes dessous.

Sous Regressi, on trace :

$$\ln(A) = a\ln(n) + b \tag{15}$$

où A est l'amplitude du mode de Fourier. Idéalement, b tend vers 0. On trouve :

$$a = \qquad \pm \qquad \text{et} \qquad b = \qquad \pm \tag{16}$$

A propos des incertitudes : Sur la hauteur du pic, il suffit de l'estimer à partir de l'allure de la transformée de Fourier sous Latis Pro. En prenant suffisamment de points, la TF est bien résolue et s'il y a deux pics très proches, prendre l'écart de hauteur entre les deux pics est une borne supérieure de l'incertitude raisonnable. Concernant la réponse du micro, et donc le coefficient de pondération qui intervient dans le calcul de A, c'est plus délicat, parce qu'à basse fréquence, le micro utilisé coupe les basses fréquences ! Pour estimer les incertitudes, il faut considérer "l'épaisseur" du signal sinusoidal sous Latis Pro. Attention, l'estimation de votre incertitude dépend du calibre utilisé sous Latis Pro, puisqu'elle est bornée inférieurement par le pas d'acquisition du logiciel (si vous observez une "quantification" du signal, changez de calibre). Je vous laisse noter les valeurs données par Théo en direct, sachant qu'encore une fois, in fine on laisse Regressi faire le calcul final d'incertitude, et on donne une incertitude globale, qui prend en compte les incertitudes de type A et B, celle liée aux mesures et enfin celle sur l'ajustement des données avec le modèle théorique (moindres carrés).

Espace de temporisation