MP 31 : Résonance

Un petit plan en pdf pour l'unité 6 du c2i2e...

Plan des manipulations :

Introduction : Présenter un ressort vertical excité sinusoïdalement.
Définition, importance en physique, exemples (balançoire, pont qui tombe, ...).
On se limite dans ce montage aux systèmes linéaires.
On présente des résonances dont l'acuité est de plus en plus marquée.

I) Présentation sur des résonances d'acuités faibles

Circuit RLC série Montrer la résonance en intensité en temporel.
Trouver la fréquence de résonance en XY. Comparer à la valeur théorique.
Tracer $u_R = f(\omega)$ à l'analyseur de spectre. Déterminer le facteur de qualité $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$.
Commentaire *ex nihilo* sur le lien entre Δf et la durée du transitoire ($\tau \Delta f \approx 1$ car transformée de Fourier).
Augmenter R et constater que Q diminue. Commentaires sur le rôle de l'amortissement.

Deux pendules mécaniques couplés Taper sur l'un des pendules.
Acquérir le mouvement avec Vidéocom. Faire une transformée de Fourier : deux pulsations propres.
Exciter avec le moteur à ces pulsations, observer la résonance. Conclure sur N ddl $= N$ résonances.

Corde de Melde Système avec une infinité de ddl, les modes propres sont des ondes stationnaires.
Observer les ondes stationnaires.
Tracer $\omega = f(\frac{1}{\lambda})$. Déterminer c.
Comparer à la mesure "directe" par pesée.

II) Des systèmes avec des résonances plus marquées

Cristal de quartz Utiliser un fréquencemètre de précision. Tracer $\frac{u_s}{u_e} = f(\omega)$. Déduire f_0 et Q.
Boucler et montrer que ça oscille à f_0 (faire une transformée de Fourier).
C'est ce qu'il y a dans les montres. Application numérique sur combien de temps ça met pour être décalé d'une seconde.

Cavité Fabry-Pérot Envoyer un laser dans la cavité confocale d'analyse spectrale.
Expliquer tout ce qu'on voit.
Déduire le "facteur de qualité".
Calculer ensuite la finesse qui est la bonne grandeur caractéristique.

Conclusion : Très important en physique. On a montré des cas où la résonance nous était utile (quartz, Fabry-Pérot) mais on veut parfois l'éviter (amortisseur de voiture). Ouverture sur les spectroscopies en chimie (IR, UV-visible, RMN ...).

Raban, Picard

MP 31 : RÉSONANCE

Jury
* Critères de détermination expérimentale de la fréquence de résonance pas toujours pertinents
* Rapport entre largeur de la résonance et durée du transitoire trop souvent ignoré
* Notion de facteur de qualité trop souvent absente
* Montrer plusieurs domaines de la physique

Biblio
* Notice de l'analyseur de spectre (pour RLC)
* Quaranta I, Mécanique (pour corde de Melde)
* Krob (pour Quartz)
* Notice de la cavité confocale d'analyse spectrale
* Notice Vidéocom (sur la boîte)

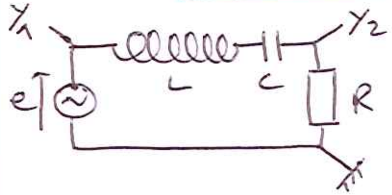
Manips :
* ressort (introduction)
* RLC (définitions et remarques générales)
* 2 pendules couplés
* Corde de Melde
* Oscillateur à quartz
* Cavité Fabry-Pérot

Intro : Concept familier (manip ressort), comme par exemple balançoire ou pont qui tombe quand des gens marchent au pas dessus.
En physique, concept très important qu'on définit comme le transfert maximal de puissance de la source au système.

Plan On se limite aux systèmes linéaires et on va présenter des facteurs de qualité de plus en plus élevés

I) Présentation sur des résonances d'acuité faible

1) Circuit RLC série

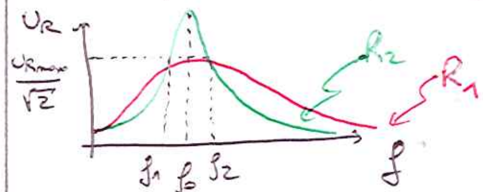


$\begin{cases} L \simeq 45\,mH \\ C \simeq 10\,mF \\ R \simeq 1\,k\Omega \end{cases}$ à l'oscillo en XY

e $\begin{cases} 2\ V_{pp}\ \text{sinus} \\ \text{pas d'offset} \\ \text{fréquence } f \end{cases}$

Changer f jusqu'à voir une droite en XY. C'est la fréquence de résonance.
Comparer à $f_{théo} = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}$

→ On passe à l'analyseur de spectre. On trace $u_R = f(f)$



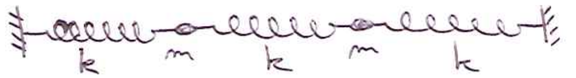
$R_2 < R_1$

Calculer $Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1}$

Définir Q le facteur de qualité. Caractérise l'acuité de la résonance.
Passer à R_1. Constater que f_0 reste identique mais que $f_2 - f_1$ augmente. Q diminue
Conclure sur le rôle de l'amortissement.

2) Deux pendules mécaniques couplés.

Manipulation qualitative.
Bloquer le 3e pendule et observer les 2 premiers à Vidéocom.
Faire une transformée de Fourier : 2 pulsations ω_1 et ω_2
On peut faire la remarque que pour le système simplifié suivant :



avec 2 masses identiques et 3 ressorts identiques, on a

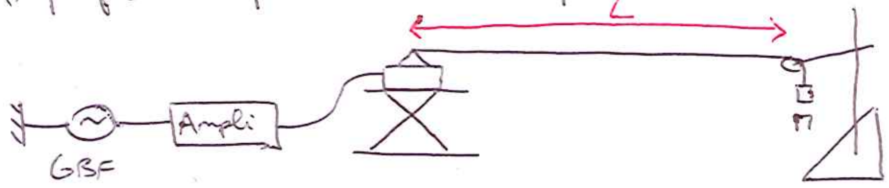
$$\omega_2 = \sqrt{3}\,\omega_1.$$

Ça marche assez bien sur notre système.

→ Exciter avec le moteur à ces pulsations. Observer la résonance. Conclure sur N ddl = N résonances (avec la dégénérescence...)

3) Corde de Melde

Amplificateur pour vibrateur p 47.7.



$M = 200\,g$

Relever f (lue au GBF) et $\lambda = \dfrac{2L}{(n+1)}$ où n est le nombre de noeuds pour les fréquences de résonances (au stroboscope, ça bouge plus)

> Remarque : Le Quaranta dit que lorsque le vibrateur est vertical, la fréquence de la corde est moitié de celle du GBF.
> Je crois que c'est faux. Si la fréquence était moitié, au stroboscope on verrait deux fils....

Tracer à Regressi $f = f(1/\lambda)$. Droite de pente c.

Je note $c_1 \pm \Delta c_1$

On a par ailleurs $c = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}} = \sqrt{\dfrac{Mg}{m/L_{tot}}}$

où $\begin{cases} M & \text{masse de la masse} \\ g & \text{champ de pesanteur} \\ m & \text{masse de la corde} \\ L_{tot} & \text{longueur totale de la corde } (\neq L) \end{cases}$

On obtient $c_2 \pm \Delta c_2$.

Plutôt que de simplement comparer les deux, on peut améliorer notre estimation de c en faisant la moyenne pondérée par l'inverse des variances.

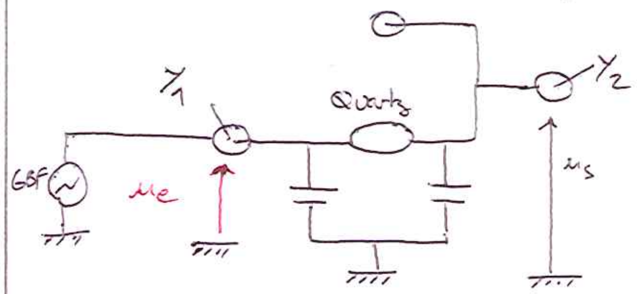
$$c = \frac{\dfrac{c_1}{\Delta c_1^2} + \dfrac{c_2}{\Delta c_2^2}}{\dfrac{1}{\Delta c_1^2} + \dfrac{1}{\Delta c_2^2}} \qquad (\Delta c \text{ en annexe})$$

On comprend qu'on donne ainsi plus de poids aux mesures les plus précises.

II) Des systèmes avec des résonances plus marquées

1) Cristal de quartz

Boitier tout fait ENSL. Quartz 2MHz
Fréquencemètre précis (au hertz d'après la notice) p 69.5



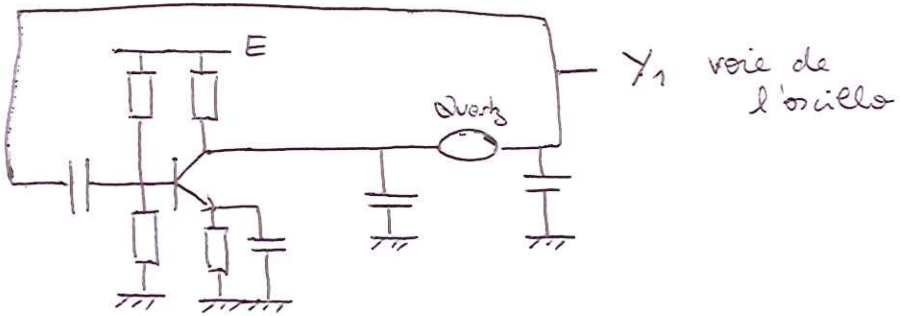
tracer u_s/u_e en fonction de f "à la main"

Le fréquencemètre se branche en parallèle du GBF.

Déduire f_0 et Q.

- On attend $Q \sim 10^4 - 10^5$.

- Boucler ennuité et montrer que ça oscille (le démarrage des oscillations est dû au bruit thermique)



Remarque : la partie amplification est assurée par un montage émetteur commun.

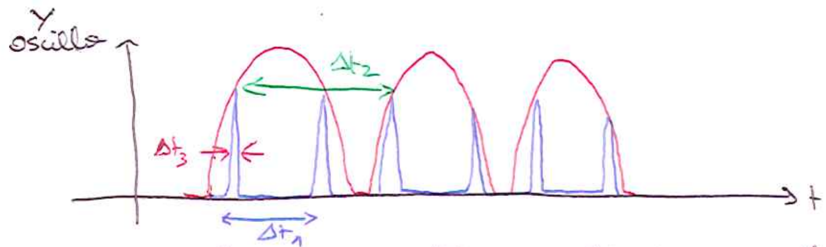
Remarque : On peut calculer que signaux à f_0 et $f_0 + \Delta f = \frac{f_0}{Q} + f_0$ sont décalés de 1 seconde au bout d'un temps Q en seconde.

Ici, une montre utilisant un tel quartz se décalerait d'une seconde toutes les 30 heures, ce qui me semble relativement mauvais...

2) Étude d'un laser à l'aide de la cavité confocale d'analyse spectrale Melles-Griot.

Brancher la cavité grâce à sa notice.
Envoyer le laser dedans.
Une fois calibrées les voies de l'oscilloscope, mettre "Persist" et attendre que ça se stabilise.

On obtient la figure suivante



L'écart entre chaque pic bleu à l'intérieur d'une bosse est Δt_1

———————————— pour deux bosses différentes est Δt_2

La largeur d'un pic est Δt_3

Δt_2 est lié à la cavité d'analyse : c'est son intervalle spectral libre tabulé à 2 GHz dans la notice.
On s'en sert pour faire des règles de 3 pour calculer Δt_1 et Δt_3.

Δt_1 est l'ISL du laser.
Δt_3 est la largeur d'un mode du laser.

⚠ En fait, la cavité d'analyse est limitante pour Δt_3, on aura donc simplement une limite basse pour le facteur de qualité et la finesse

Le facteur de qualité serait

$$Q = \frac{\nu_0}{\Delta\nu} \quad \text{où} \begin{cases} \nu_0 \text{ fréquence du laser (mode observé)} \\ \Delta\nu \text{ obtenu par règle de 3 à partir de } \Delta t_3. \end{cases}$$

ν_0 nous est inconnu ici mais on peut l'estimer par $\frac{c}{\lambda}$.

Mais en toute honnêteté ν dépend du mode observé et on préfère donc regarder la Finesse qui est

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\nu_1}{\Delta\nu_3} \quad \text{où} \quad \Delta\nu_i \text{ est obtenu par règle de 3 à partir des } \Delta t_i$$

Remarque : On peut regarder le Taillet, <u>Optique physique</u> pour la définition

Remarque : D'après le Dangoisse, <u>les lasers</u>, on s'attend à $Q \sim 10^8$. Par je n'ai pas trouvé de valeur pour la finesse

<u>Conclusion</u> : Très important en physique. On a vu des cas où la résonance nous était utile mais on veut parfois l'éviter (amortisseur de voiture).
Ouverture sur les spectroscopies en chimie.

<u>BONUS</u> Une fois l'analyseur de spectre réglé, il est facile de calculer Q pour plusieurs R
On peut alors tracer $Q = f(1/R)$ qui donne une droite de pente à comparer à $\sqrt{\frac{L}{C}}$.
Je ne suis pas sûr d'avoir le temps d'en parler, mais ça fait une mesure quantitative sur le rôle de l'amortissement.

<u>Remarques</u> Pour le RLC attention au choix des composants

→ Prendre $R \geqslant 1\,k\Omega$ pour négliger largement les résistances internes du GBF, des composants

→ Choisir L et C de telle sorte d'avoir $\frac{L}{C}$ grand ($\Rightarrow Q$ grand) mais $1/\sqrt{LC} \sim 10\,kHz$ pour avoir une décade au dessus de la résonance accessible

De manière générale, prendre L grand, $R = 1\,k\Omega$ et essayer $1\,nF$, $10\,nF$ et $100\,nF$ pour C ...

<u>BONUS</u> Incertitude sur c

$$c = a c_1 + b c_2 \quad \text{avec} \quad a = \frac{1}{1+\frac{\Delta c_1^2}{\Delta c_2^2}}, \; b = \frac{1}{1+\frac{\Delta c_2^2}{\Delta c_1^2}}$$

alors, avec une formule de propagation des erreurs,

$$\Delta c = \sqrt{a^2 \Delta c_1^2 + b^2 \Delta c_2^2}$$

$$= \frac{\Delta c_1 \Delta c_2}{\sqrt{\Delta c_1^2 + \Delta c_2^2}} \leqslant \begin{cases} \Delta c_1 \\ \Delta c_2 \end{cases}$$