MP31 - Résonance

2 avril 2015

Guillaume Bodinier & Rémi Menaut

"Pour être bluesman, il faut être deux fois plus noir."
BB King

Commentaires du jury

2014 : Le lien qui existe entre la largeur de la résonance d'un oscillateur et la durée du régime transitoire est souvent ignoré par les candidats. Des phénomènes non linéaires ou paramétriques pourraient également être abordés.

2010 et 2013 : Les phénomènes non linéaires, paramétriques pourraient aussi être abordés. Les critères de détermination expérimentale de la fréquence de résonance ne sont pas toujours pertinents. Le rapport entre la largeur de la résonance et la durée du transitoire est trop souvent ignoré.

2011 et 2012 : La résonance ne se limite pas à l'étude du circuit RLC. Les critères de détermination expérimentale de la fréquence de résonance ne sont pas toujours pertinents. Le rapport entre la largeur de la résonance et la durée du transitoire est trop souvent ignoré. La notion de facteur de qualité ou un équivalent est trop souvent absente.

2008 : Le phénomène de résonance n'apparaît pas qu'en électricité. En outre, le circuit RLC est souvent mal connu. Le jury apprécierait de voir des résonances dans d'autres domaines de la physique, ainsi que des facteurs de qualité importants.

2006 : La résonance n'est pas une amplification. L'influence de l'amortissement est souvent négligée.

2004 : L'étude de la phase est trop souvent absente de ces montages alors qu'elle fournit des relations complémentaires non redondantes à celle de l'amplitude

2000 : Le phénomène de résonance apparaît dans des domaines très divers de la physique. L'étude du circuit RLC série ne devrait pas occuper plus du tiers du montage. Les phénomènes paramétriques, l'impact des non-linéarités peuvent compléter efficacement une présentation, mais les aborder requiert une réelle maîtrise préalable des expériences envisagées.

Bibliographie

→ *Duffait élec*
→ *Duffait optique*
→ *Krob*
→ *Notice cavité Melles-Griot*

Expériences

- Circuit RLC
- Oscillateurs couplés
- Corde de Melde
- Oscillateur à quartz
- Cavité cconfocale Fabry-Pérot

Table des matières

Introduction

La résonance est un phénomène présente dans de nombreux domaine de la physique. On a résonance lorsque l'énergie transmise au système par une excitation harmonique est maximale. La résonance peut être plus ou moins marquée. On va donc commencer par des résonances peu marquées pour dégager les idées principales autour de se phénomène pour ensuite voir des résonances beaucoup plus fortes ainsi que leurs utilisations.

1 Petit Q

1.1 Circuit RLC

On étudie ici la résonance en intensité. On note $R_t = R_{géné} + R_{bobine} + R$ la résistance totale du circuit. Aux bornes de R la fonction de transfert vaut

$$H = \frac{v_s}{v_e} = \frac{R}{R_t} \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

avec

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad Q = \frac{1}{R_t}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Mesure de f_0

On envoie un sinus de fréquence f en entrée du circuit. A la résonance $f = f_0$, le déphasage est nul entre v_e etv_s. En utilisant le mode XY de l'oscillo avec v_e et v_S en entrées, on obtient donc une droite.

Pour différentes valeurs de C, on mesure f_0 par cette méthode tout en utilisant un fréquencemètre pour faire plaisir au jury. En traçant f_0^2 en fonction de $1/C$, on obtient une pente valant $1/(4\pi^2 L)$. D'où $L = ... \pm ......$H.

Diagramme de Bode - Mesure de Q

✍ Duffait élec p.145

On cherche à mesurer $Q = f_0/\Delta f$ ($\Delta\omega$ = bande-passante). On va donc tracer le diagramme de Bode en amplitude du RLC par la réponse indicielle.

On prend ici $L = 0.1$H, $C = 0.25\mu$F $\Rightarrow f_0 = 1$kHz et $R \sim 100\Omega$. On soumet le circuit à un créneau de 1Hz. On enregistre la sortie du circuit après un saut de tension. On dérive le signal obtenu pour avoir la réponse impulsionnelle puis on en fait la TF pour avoir la fonction de transfert H du circuit. (en vrai il est bon de lisser le signal avant et après l'avoir dérivé...) On peut alors tracer le diagramme de Bode en amplitude $Gdb = 20\log(|H|)$ en fonction de $\log(f)$. On doit alors bien avoir les asymptotes en -20db/décade et un max en $f = f_0$. La bande passante est défini comme la largeur à -3db. Avec le réticule on peut donc mesurer Δf. On en déduit $Q = ... \pm ....$

Lien entre Q et τ

✍ Krob p.49-50 (pour les expressions sur τ).

On va essayer de retrouver la relation entre Q et le temps d'amortissement *tau* du signal : $Q = (\omega_0/2)\tau$. τ est relié à l'atténuation de la réponse indicielle. En notant T la pseudo-période de ce signal et $\delta = \ln(A_n/A_{n+1})$ le décrément logarithmique on a $\tau = T/\delta$.

On mesure A_n, A_{n+1} et T par pointage sur le signal. On trace alors Q en fonction de τ. On retrouve bien une droite de pente $\omega_0/2 \simeq 3100$Hz.

On peut alors blablater sur le fait que plus la résonance est piquée plus la durée du régime transitoire est grande. Cela est lié à l'idée que $(\Delta\omega)\tau \sim 1$ en Fourier. On peut aussi voir que Q est de l'ordre du nombre d'oscillation de la réponse impulsionnelle du système.

1.2 Résonance en mécanique

Oscillateur couplé

✍ Bup 759 pour l'étude quantitative (non faite ici).

On peut voir le phénomène de résonance dans d'autre domaine de la physique, prenons les oscillateurs couplés.

On commence par prendre seulement 2 oscillateurs (on bloque le 3e). On les pertube et on fait une aquisition avec le vidéocom. On fait la TF d'un des 2 signaux, on observe deux pics donc deux résonances. On refait pareil avec 3 oscillateurs. On obtient 3 fréquences de résonances. On illustre ici l'idée que N oscillateurs donnent N résonances.

Corde de Melde

✍ Quaranta mécanique

Vu qu'on est trop des oufs on passe direct à une infinité d'oscillateurs couplés avec la corde de Melde. Avec les conditions aux limites, on a la relation de dispersion $f_n = (n/2L)c = c/\lambda_n$.

On prend la corde de Melde que l'on excite à une de ces fréquences de résonance. On note le nombre $n-1$ de noeuds et on mesure avec un stroboscope la fréquence de fibration f_n de la corde (il faut que la corde apparaise immobile). En traçant f_n en fonction de $1/\lambda_n$ on doit trouver une droite de pente c. D'où $c =$ ...... $\pm$ ......m/s.

On peut alors comparer la valeur trouvé à $c = \sqrt{T/\mu} = \sqrt{m_{masse} g L_{tot}/m_{corde}} =$ ...... $\pm$ ......m/s.

Si on a le temps, on peut faire un ordre de grandeur de Q pour la corde en regardant le nombre d'oscillations que fait sa réponse impulsionnelle.

2 Gros Q

2.1 L'oscillateur à quartz

✍ Krob p.151

On prend la plaquette ENS à 2GHz. On commence par mesurer Q en boucle ouverte. Pour cela on envoie en entrée une sinusoïde à f et on regarde le signal en sortie. Attention, à cause des faibles capacités dans le montage (qui ne sont pas négligeable devant celle de l'oscillo), on doit utiliser une sonde à oscillo pour faire les mesures. On mesure f_0 en prenant le f pour laquelle l'amplitude de sortie est maximale. Avec le fréquencemètre on peut alors faire une mesure à 7 chiffres significatifs. On mesure Δf en mesurant l'écart entre les fréquences où l'amplitude de sortie est diminuée d'un facteur $\sqrt{2}$ par rapport à f_0. On en déduit $Q = f_0/\Delta f =$ ...... $\pm$ ...... qui doit être grand ($\sim 10^4$).

On peut ensuite boucler l'oscillateur et montrer qu'il oscille à f proche de f_0. On vient donc de créer une montre.

2.2 Cavité Fabry-Pérot confocale

✍ Duffait optique p.97 + Notice cavité Melles-Griot

On utilise la cavité confocale de marque Melles-Griot. Un des miroirs de la cavité est porté par un piezoélectrique ce qui permet de faire varier la longueur d en applicant une tension sur le piezo. La condition de résonance de la cavité est

$$4d = k\lambda$$

. Pour une lumière parfaitement monochromatique, on observe une succession de pics liée aux différents ordres d'interférence k. L'écart entre deux pics est donné par $(k+1)\lambda_1 = k\lambda_2$. Que l'on peut réecrire en terme de fréquence sous la forme

$$\Delta\nu_0 = c/(4d) = FSR = 2\text{GHz}$$

Le FSR est caractéristique de la cavité d'étude.

On branche la cavité à l'oscillo comme indiqué dans la notice (il vaut mieux rester sur une visualisation des voies 1 et 2 (on déclenche sur la 1) plutôt qu'en mode XY car les pics sont plus beaux). On règle l'alignement de la cavité et du laser afin de voir des pics. On doit observer un ensemble de pics périodiques.

La distance Δx_0 sur l'oscillo correspond au FSR. On peut alors en déduire la distance entre deux modes du laser au sein d'un même ordre d'interférence. On mesure l'intervalle Δx_m sur l'oscillo, l'écart en fréquence est alors donné par une règle de 3 :

$$\Delta\nu_m = \frac{FSR}{\Delta x_0}\Delta x_m = \text{......} \pm \text{......}$$

De même on peut calculer la largeur d'un pic :

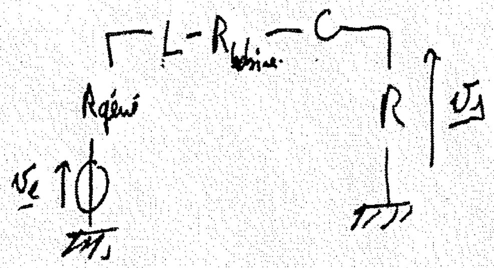
$$\Delta\nu_l = \frac{FSR}{\Delta x_0}\Delta x_l = \text{......} \pm \text{......}$$

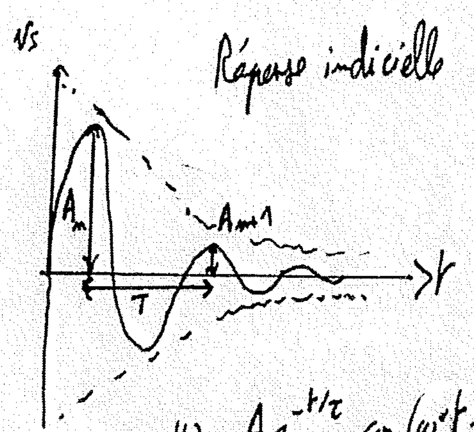
On trouve alors le facteur de qualité du laser $Q = \nu_0/\Delta\nu_l = \nu_0/\Delta\nu_l$ qui est énorme ($\nu_0 = c/\lambda$ est la fréquence centrale du laser). En pratique vu que ν_0 dépend en réalité du pic, on prend la finesse : $F = FSR/\Delta\nu_l \sim 100$ mais on est limité par la finesse de la cavité de mesure qui vaut 200.

Conclusion

La résonance est un phénomène transversal en physique. Elle peut être utile (instrument de mesure) ou non. S'il reste du temps, on peut exciter les pendules couplés autour de leurs fréquences des résonance avec le moteur et montrer que l'on casse tout.

RLC

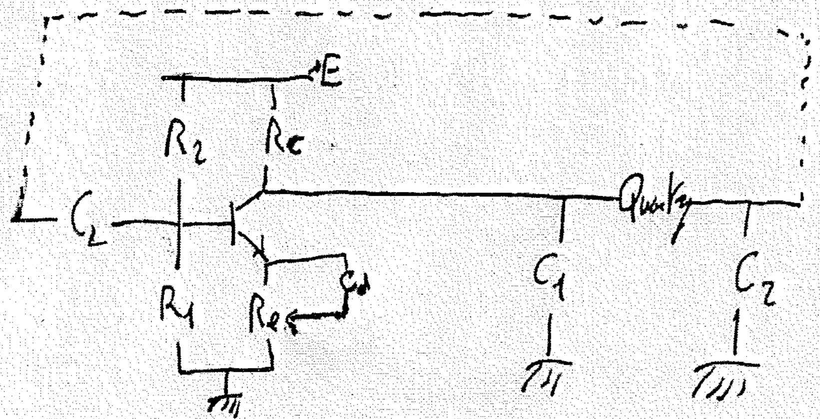




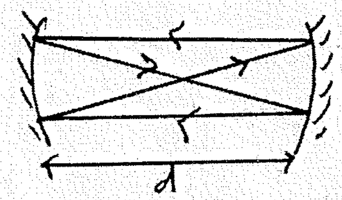
$$v_s(t) = A e^{-t/\tau} \cos(\omega' t + \varphi)$$

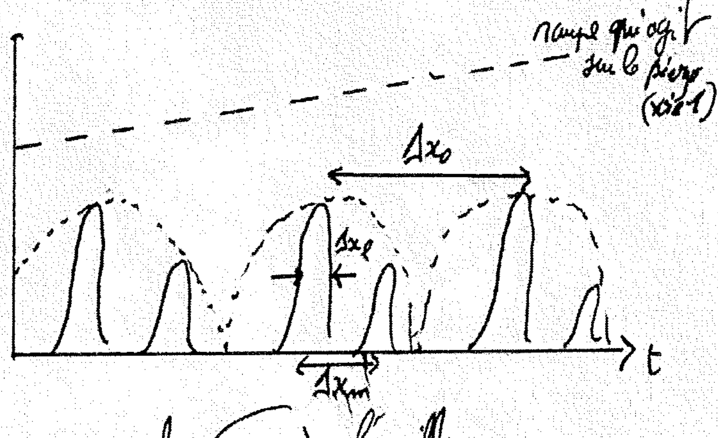
$$\omega' = \omega_0 \frac{\sqrt{4Q^2-1}}{2Q}$$

Quartz



Cavité Fabry-Pérot





visualisation à l'oscillo