MP31 – Résonance

5 avril 2016

Maxime Lombart & Sophie Michel

La renommée est un instrument à vent que font résonner les soupçons, la jalousie, les conjectures
William Shakespeare

Commentaires du jury

2014,2015 : Le lien qui existe entre la largeur de la résonance d'un oscillateur et la durée du régime transitoire est souvent ignoré par les candidats. Des phénomènes non linéaires ou paramétriques pourraient également être abordés.

2010 et 2013 : Les phénomènes non linéaires, paramétriques pourraient aussi être abordés. Les critères de détermination expérimentale de la fréquence de résonance ne sont pas toujours pertinents. Le rapport entre la largeur de la résonance et la durée du transitoire est trop souvent ignoré.

2011 et 2012 : La résonance ne se limite pas à l'étude du circuit RLC. Les critères de détermination expérimentale de la fréquence de résonance ne sont pas toujours pertinents. Le rapport entre la largeur de la résonance et la durée du transitoire est trop souvent ignoré. La notion de facteur de qualité ou un équivalent est trop souvent absente.

2008 : Le phénomène de résonance n'apparaît pas qu'en électricité. En outre, le circuit RLC est souvent mal connu. Le jury apprécierait de voir des résonances dans d'autres domaines de la physique, ainsi que des facteurs de qualité importants.

2006 : La résonance n'est pas une amplification. L'influence de l'amortissement est souvent négligée.

2004 : L'étude de la phase est trop souvent absente de ces montages alors qu'elle fournit des relations complémentaires non redondantes à celle de l'amplitude.

2000 : Le phénomène de résonance apparaît dans des domaines très divers de la physique. L'étude du circuit RLC série ne devrait pas occuper plus du tiers du montage. Les phénomènes paramétriques, l'impact des non-linéarités peuvent compléter efficacement une présentation, mais les aborder requiert une réelle maîtrise préalable des expériences envisagées.

Bibliographie

- ✍ *Electronique expérimentale*, **Krob** ⟶ Oscillateur à quartz + RLC
- ✍ *HandBook*, ⟶ valeur de la célérité du son
- ✍ *Dictionnaire expérimentale physique*, **Quaranta mécanique** ⟶ expé avec diapason, corde de melde
- ✍ *Electronique*,**Duffait** ⟶ RLC
- ✍ *Notice cavité Fabry-Pérot confocal*, **Melle Griots et Thorlabs** ⟶ cavité confocal

Table des matières

Introduction

En physique, on dit qu'il y a résonance lorsque l'excitation harmonique d'un système oscillant à une fréquence f proche de l'une de ses fréquences propres f_0 provoque une réponse de très forte amplitude. L'énergie transmise au système à la résonance est maximale. Suivant les cas, on cherchera à favoriser ce phénomène ou au contraire à l'éviter. Nous allons étudier dans ce montage des phénomène de résonance plus ou moins marqués dans différents domaines de la physique.

1 Facteur de qualité faible

1.1 Circuit RLC série

Duffait p147 + Krob p199

Nous allons étudier ici le phénomène de résonance d'un circuit RLC en série. Pour cela, on étudie la résonance en intensité, c'est-à-dire en mesurant la tension au bornes de la résistance.

Dans le modèle, on néglige la résistance dans les fils. On note $R_{tot} = R_{géné} + R_{bobine} + R$ avec $R_{géné}$ l'impédance du générateur, R_{bobine} la résistance de la bobine. Aux bornes de R, la fonction de transfert s'écrit

$$H(j\omega) = \frac{V_s(j\omega)}{V_e(j\omega)} = \frac{R}{R_{tot}} \frac{1}{1 + jQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}, \tag{1}$$

avec la pulsation propre $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

On définit le facteur Q comme le facteur de qualité du système :

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}, \tag{2}$$

avec f_0 la fréquence propre et $\Delta f = f_2 - f_1$ la bande passante où f_1 et f_2 sont les fréquences de coupures. On a accès à ces fréquences de coupures à l'aide du diagramme de Bode de la fonction de transfert $H(j\omega)$ qui est la représentation des deux courbes suivantes le gain en décibel G_{dB} et Φ la phase en fonction de la fréquence :

$$G_{dB}(\omega) = 20\log(||H(j\omega)||) \tag{3}$$
$$\Phi(\omega) = arg(H(j\omega)). \tag{4}$$

Ainsi les fréquences de coupures sont définis de la manière suivante $G(f_i) = G_{max}/\sqrt{2}$.

Le facteur de qualité Q permet de caractériser la résonance d'un système oscillant.

Pour déterminer Q il faut au préalable déterminer la fréquence de résonance du système.

Si on alimente le circuit RLC série en régime sinusoïdale forcée, il y aura résonance lorsque l'amplitude du signal aux bornes de R sera maximale, c'est-à-dire que $||H(j\omega)||$ est maximal. Cela se traduit d'après l'expression de H par $\omega = \omega_0$. On en déduit que dans ce cas la fréquence propre est la fréquence de résonance.

Mesure de f_0

Matériel : oscilloscope, fréquencemètre (car affichage GBF par toujours très précis, capacité variable, bobine $L = 0.1H$, GBF, résistance variable.

On alimente l'entrée du circuit par un signal sinuusoïdale de fréquence f. A la résonance $f = f_0$, la fonction de transfert H est réel, ainsi il n'y a pas de déphasage entre V_s et V_e. Ceci se traduit par une droit en mode XY.

- On mesure V_e aux bornes du GBF et V_s aux bornes de la résistance.
- On se place en mode XY sur l'oscillo et on règle la fréquence du signal pour obtenir une droite en mode XY.
- On lit la fréquence sur le fréquencemètre.

Détermination de l'inductance du circuit RLC série

On réalise des mesures de f_0 pour différentes valeurs de C à L et R fixé. On vérifie la relation $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. On trace f_0^2 en fonction de $1/C$, on obtient une pente de $1/(4\pi^2 L)$.
Incertitudes :

- valeur de C à 2%
- incertitude sur f_0 suivant la lecture sur le GBF

On obtient donc $L =$ .... ± ....H

Maintenant que l'on a déterminé f_0, il faut maintenant mesurer Δf pour obtenir Q.

Diagramme de Bode et mesure de Q

✍ Duffait élec p147, Krob p192+p205

On a $Q = f_0/\Delta f$. Pour déterminer Δf, on trace le diagramme de Bode en amplitude du RLC par la réponse indicielle.
On prend le même matériel ($L = 0.1H$, $C = 0.25\mu F$ et $R = 100\Omega$) + carte acquisition PC.

- On alimente le circuit avec un signal carré d'amplitude $3V$ et de fréquence 1Hz pour pouvoir enregistrer la réponse sinusoïdale amortie (Q>1/2) sur toute sa durée.
- On enregistre le signal aux bornes de R sur le PC, en choisissant un déclenchement.
- On effectue la TF du signal. Attention il faut bien vérifier que les bornes d'intervalle du calcul de la TF sont sur l'axe des abscisses.
- On multiplie ensuite la TF par la pulsation (ou $2\pi f$) puis par $\frac{R_{tot}}{RE}$ pour que la fonction de transfert ait un module maximale de 1. On a $H(j\omega) = j\omega TF(v_s(t))$.
- On trace ensuite G_{db} et Φ en fonction de f en échelle logarithmique.
- On vérifie f_0 et on mesure la bande passante à $G_{dB,max} - 3dB$: $f_1 =$ ...... ± ......Hz et $f_2 =$ ...... ± ......Hz

On obtient donc $Q =$ .... ± ....

✍ Krob p50

Il est intéressent si le temps le permet de montrer le lien entre Q et τ le temps d'amortissement du signal. On a $Q = \frac{\omega_0 \tau}{2}$ où τ est relié à l'atténuation du signal. Pour déterminer τ, on utilise le décrément logarithmique qui s'écrit

$$\delta = ln(A_n/A_{n+1}), \tag{5}$$

avec A_n un maxima à un instant t et A_{n+1} le maxima suivant. τ est relié à δ par la formule $\tau = T/\delta$ avec T la pseudo-période.
On mesure par pointage A_n, A_{n+1} et T. On en déduit Q.
Le résultat intéressant est que $\Delta\omega\tau \approx 1$. Ainsi plus la résonance est piquée plus la durée du régime transitoire est longue.
On voit aussi que Q est de l'ordre du nombre d'oscillation de la réponse impulsionnelle du système.

2 Facteur de qualité moyen

2.1 Diapason

✍ Quaranta méca p273-275

On étudie la système diapason + caisse de résonance.

- La vibration du diapason seul est représentée par un signal sinusoïdale, donc la transformée de Fourier de ce signal donne un Dirac $f_d(\omega) = \delta(\omega - \omega_0)$. On en déduit que $\Delta\omega$ est quasi nulle donc comme $\Delta\omega\tau \approx 1$, on un temps d'amortissement très long. En revanche le son est de faible amplitude.

- La caisse de résonance fourni un son assez fort de courte durée ($\tau faible$), contenant la fréquence de vibration du diapason précédent.
- L'assemblage du diapason et de la caisse permet d'obtenir un son de forte amplitude centrée sur la fréquence du diapason, et de longue durée donc τ assez élevé.

Déterminons le facteur de qualité de ce système en étudiant la réponse temporelle.

Mesure de Q du diapason + caisse de résonance

✍ Quaranta méca p273

Matériel : diapason à 341Hz, micro, ampli de puissance, PC.

- On mesure la réponse temporelle du système à une impulsion (taper assez fort avec le marteau). On utilise un déclenchement sur le PC avec latispro.
- On trace l'enveloppe si possible.
- On trace la tangente à l'origine, τ se lit à l'intersection avec la tangente et l'axe des abscisses.

On obtient $\tau =$ ....s. Ainsi on peut remonter à $\Delta f = \frac{1}{\pi\tau} =$ ...... $\pm$ .....Hz.
On en déduit $Q = f_0/\Delta f =$ .... $\pm$ ....

On remarque qu'il y a différente taille de caisse suivant le diapason. En effet, il y a des conditions pour avoir des ondes stationnaires dans la caisse, $L = \lambda/4 = c/(4f) =\approx 25cm$. Donc pour la diapason à 341Hz, on vérifie bien que la longueur de la caisse est du même ordre de grandeur 23cm.

2.2 Corde de Melde

✍ Quaranta méca p259 + 285 La corde de Melde est un système composé de plusieurs fréquences de résonance. Avec les conditions aux limites que l'on impose, nœuds d'amplitude à chaque extrémité, on a la relation de dispersion $f_n = \frac{nc}{2L}$, avec n le nombre de fuseau.
On a ici $L_{tot} = 182.9 \pm 0.2cm$, $Ł_{att} = 127.2 \pm 0.2cm$, $M = 202.3 \pm 0.1g$, $m_{corde} = 3.8 \pm 0.1g$, $T = Mg = 1.983 \pm 0.001N$, $\mu = 2.07\pm$.

Mesure de la vitesse de propagation

✍

Matériel : pot vibrant, corde, balance, amplificateur, GBF, masse, rideau noir.

- On alimente le pot vibrant avec le GBF via l'ampli.
- On cherche les fréquence pour lesquelles on observe la résonance (max d'amplitude) pour un nombre de fuseaux différent à chaque mesure.
- On trace f en fonction de n.

On obtient une pente de $c/2L$, soit $c =$ .... $\pm$ .....m.s^{-1}. Résultat que l'on compare à la valeur issu du modèle $c_{th} = \sqrt{T/\mu} = 31.0 \pm 0.02$m.s^{-1}

On peut étudier la variation de la longueur de la corde sur la résonance. En faisant varier L à f fixée, on met en évidence les différents modes propres de la corde vibrante.

3 Facteur de qualité élevé

3.1 Cavité Fabry-Pérot confocale

On utilise la cavité confocale de la marque Melle-Griots ou Thorlabs. Le schéma de la cavité est le suivant :
La condition de résonance de la cavité est obtenue lorsque la différence de marche entre un rayon et le rayon ayant subi des réflexions supplémentaires et possédant la même direction est égale à un nombre entier de longueur d'onde.

Ici le rayon subissant des réflexions parcours une distance 4d avant de revenir à son point de départ, ainsi $\delta = 4d$, donc la condition est

$$4d = k\lambda, \tag{6}$$

avec k un entier.
Un des miroirs est relié à un piézoélectrique qui permet de faire varier la longueur l de la cavité en lui appliquant une tension. Ainsi si l'on fait varier la distance entre les miroirs, la condition de résonance n'est plus réalisée pour la même longueur d'onde. On applique une rampe de tension au piézoélectrique pour la distance varie linéairement, et on enregistre l'intensité transmise par la cavité à l'aide d'un photodétecteur.

Dans le cas d'une lumière parfaitement monochromatique et si le déplacement du miroir est suffisant, on observera une succession de pics correspondant aux ordres d'interférences k successifs.

L'écart entre les pics définit le ISL (intervalle spectrale libre), qui s'écrit sous la forme

$$ISL = \frac{c}{4d}. \tag{7}$$

Ici avec la cavité (Melle-Griots 2GHz) Thorlabs $ISL = 1.5$GHz. Dans cette expérience, on se sert du ISL pour calibré les distances entre deux pics observés à l'oscilloscope. Après cette calibration, on pourra remonter au facteur de qualité de la cavité $Q = \frac{\nu_0}{\Delta\nu}$ où ν_0 est la fréquence centrale du Laser et $\Delta\nu$ défini comme la largeur à mi-hauteur du pic.

☕

Détermination du facteur de qualité de la cavité Fabry-Pérot confocal

✍ Duffait optique p97 + Notice cavité Melle-Griots + celle de thorlabs ⏲

Le but est de calibrer les distances entre pics sur l'oscillo avec le ISL puis de déterminer $\Delta\nu$ largeur à mi hauteur d'un pic.

Matériel : cavité confocal Melle-Griots ou Thorlabs, amplificateur Melle-Griots ou thorlabs, Laser He-Ne rouge, potences + pinces, oscillo.

- On effectue les branchements à l'aide de la notice, puis on aligne du mieux possible la cavité et le laser.
- Au début on doit observer un glissement continues des raies à l'intérieur d'un même groupe. l'intensité de chaque raie évoluant à l'intérieur d'une même enveloppe. Ce glissement provient d'une modification de la longueur de la cavité par dilatation thermique.
- On mesure la distance $\Delta x_0 = ... \pm ......ms$ entre deux pics identique de deux groupes différents. On associe cette distance au ISL.
- On zoom sur pic et on détermine la largeur à mi-hauteur $\Delta x_m = ... \pm ......ms$ sur l'oscilloscope.
- On remonte à la largeur à mi-hauteur en fréquence $\Delta\nu = \frac{ISL}{\Delta x_0}\Delta x_m = ... \pm ......$Hz.

On obtient ainsi $Q = ... \pm ....$

3.2 Oscillateur à quartz

On cherche à étudier la résonance d'un résonateur à quartz. Ce résonateur est représenté par le schéma suivant :

☕ On cherche à mesurer le facteur de qualité de ce résonateur.

Mesure de Q

✍ Krob p151 ⏲

Matériel : boitier ENS Quartz à 2MHz, GBF, fréquencemètre, oscilloscope.

- On alimente le résonateur à quartz avec un signal sinusoïdal de fréquence f et on regarde le signal de sortie.
- On relève l'amplitude de v_e, v_s pour différentes fréquences autour de 2MHz , puis on trace le gain $G_{dB} = 20log(|H|) = 20log(v_s/v_e)$. On ajoute un point à la courbe commencé en préparation.
- On relève f_0 en cherchant le maximum d'amplitude du signal v_s.
- On détermine Δf avec la courbe de gain en relevant f_1 et f_2 à $G_{dB,max} - 3dB$.

On obtient $f_0 =$ ...... $\pm$ ......Hz, et $\Delta f =$ .... $\pm$ ......Hz ainsi $Q =$ ...... $\pm$ ....

On doit obtenir un grand facteur de qualité de l'ordre de 10^4.

Conclusion

Le phénomène de résonance est présent dans plusieurs domaine de la physique. Il peut être utile (quartz, Fabry-Pérot) ou gênant par exemple pour les amortisseurs de voiture où on cherche à ne pas avoir d'oscillation.

Remarques et commentaires ♡ :