MP 34 Résonance

Biblio
* Duffait elec [1]
* Cap prépa [2]
* Notice Cavité Melle-Griot [3]

Plan
I - Resonance électrique = RLC série [1], [2]
1) Resonance en intensité
2) Resonance en tension
II - Resonance mécanique : Corde de Melde [2]
III - Resonance optique = cavité Fabry-Perot. [3]

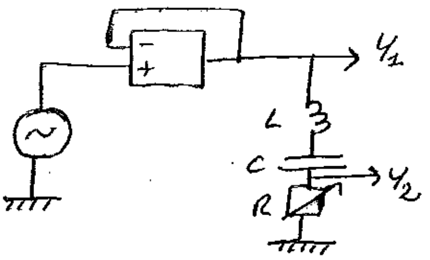
Introduction

Resonance = existence d'un maximum de la quantité étudié en fonction de la fréquence.

Phénomène qui intervient dans de nombreux domaines de la physique. On va étudier la résonance en électricité, en mécanique et en optique. Cela va permettre de voir un système avec une seule fréquence de résonance, des fréq multiples et un procédé de mesure qui repose sur le phénomène de résonance.

I - Résonance électrique : RLC série

1) Resonance en intensité



AO suiveur => évite les déformations du signal d'entrée à l'approche de la résonance (permet de faire du GBF un GBF "parfait").
Nous permet aussi de ne pas tenir compte de $R_{generateur}$ dans le calcul de R_{tot}.

⚠ $R \sim 100\,\Omega$
Si R trop grand, près de la résonance des phénomènes inattendus apparaissent.

$$I = |i| = \frac{E}{R_{tot}\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}}$$

$(R + R_{bobine})$

$$\begin{cases} \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \\ Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}} = \dfrac{f_0}{\Delta f} = \dfrac{L\omega_0}{R_{tot}} \end{cases}$$

Ici la fréq de résonance f_r = fréq propre du circuit f_0.

Mesure de f_r

* En mode XY ⇒ entrée et sortie en phase puis mesure de f_r à l'oscillo.

Au L, C, R - mètre : $\begin{cases} R = \\ C = \\ L = \end{cases}$ $f_{0\,théo} =$

On mesure $f_r = f_0 =$ ⇒ $f_r =$

$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta f_r}{f_r} =$

⇒ On trace $f_r = f\left(\frac{1}{\sqrt{C}}\right)$ ⇒ pente $= \frac{1}{2\pi\sqrt{L}} =$

On doit avoir une droite ⇒
Ça marche pas top pour les petits C car autres capas dans le circuit qui ne deviennent plus négligeables ?

⚠ on n'a pas bien choisi nos composants ⇒ faire en sorte d'avoir un bon facteur de qualité.
(prendre les valeurs du duffait).

$\underline{\Delta}$ ⇒ Avec la pente on ne retombe pas sur la valeur de L donnée par le LCR mètre ⇒ on ne sait pas trop pourquoi !

⇒ On peut aussi utiliser synchronie ~ réponse indicielle pour avoir f_r.

* Acuité de la résonance

Réponse indicielle : on envoie un creneau dans le circuit
Avec synchronie on lisse, on dérive, on prend la TF.
On obtient le diagramme de bode
On mesure Δf à $-3dB$.

$C =$
$R =$
$\Delta f = \quad \pm$ (incertitude = pas de la TF)

On trace Δf en fonction de R_{tot}

Or $\Delta f = \dfrac{R_{tot}}{2\pi L}$ $\Rightarrow$ pente $= \dfrac{1}{2\pi L} =$

$L = \quad \pm$

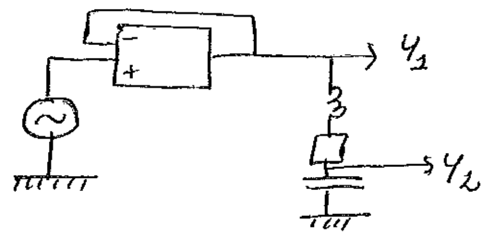
NB : on retombe sur la m̂ valeur exp. d'avant mais ça ne correspond pas à la valeur donnée par le LCR mètre --- mystère --- (Autres L dans le circuit ?)

⚠ La droite ne passe pas par zero $\Rightarrow$ c'est à cause des résistances parasites du circuit.
$\Delta f = \dfrac{R_{tot}}{2\pi L}$ par des toutes petites R comme notre L est petit ça fait tout de suite des grands Δf.
$\Rightarrow$ c'est par ça qu'il faut prendre L ⊕ grand
Cf Duffait.

⚠. Discuter du facteur de qualité → Important ! (Cf rapport du jury). On peut tracer $Q = \dfrac{f_0}{\Delta f}$ en fct° de $\dfrac{1}{R_{tot}}$.

La résonance est d'autant plus aiguë que la bande passante est faible donc que Q est grand.

2) Resonance en tension



Ax bornes de C

$$|\underline{U_c}| = \frac{E}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{1}{Q^2}\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}$$

Lorsque la résonance existe $\left(Q > \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow \omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$

⚠ ici $\omega_r \neq \omega_0$! Ne correspond pas au déphasage nul.

$\Rightarrow$ Réponse indicielle sur synchronie.

* Si on a le tps $\Rightarrow$ Mesure de f_r en fct° de R
  On trace $\left(\frac{f_r}{f_0}\right)^2$ en fct° de R^2 $\Rightarrow \begin{cases} \text{pente} = -\frac{C}{2L} \\ \text{ordonnée} = 1 \end{cases}$

C =

R =

L_{theo} =

pente =

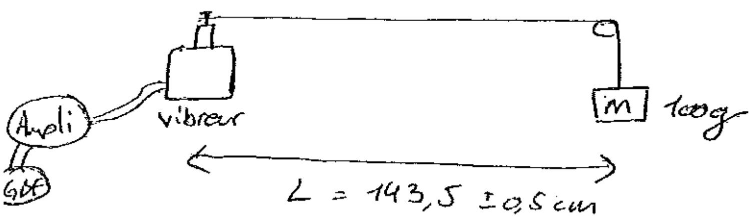
ordonnée =

L_{exp} =

* Si on a pas le tps $\Rightarrow$ On montre juste la condition de résonance, le fait que $\omega_r \neq \omega_0$, l'influence de Q.

$\Rightarrow$ On va voir le phénomène dans un cas mécanique $\Rightarrow$ corde de Melde $\rightsquigarrow$ fort facteur de qualité et résonances multiples.

II - Résonance en méca : corde de Melde



* corde inextensible
* poulie parfaite ($T = mg$)
* poids de la corde négligeable
* Excitation verticale.

Quand on s'approche de la résonance, l'amplitude au niveau de l'excitateur est négligeable ⇒ on peut considérer qu'il y a un noeud au point d'excitation

Modes propres : ondes stationnaires compatibles avec les CL.
Quantification des modes de vibration ⇒ $\boxed{\omega_n = \frac{n c \pi}{L}}$

⇒ On mesure f_n avec stroboscope pour différents n.
⇒ on trace f_n en fonction de n.

pente $= \frac{c}{2L}$ avec $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{mg}{\mu}}$

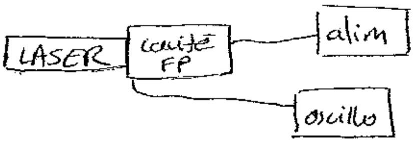
masse linéique de la corde

* On quadruple la masse : $\begin{cases} c' = 2\sqrt{\frac{mg}{\mu}} = 2c \\ \omega_n' = 2\,\omega_n \end{cases}$

* Estimation de Q : $Q = \frac{f_0}{\Delta f} \approx \frac{10}{10^{-2}} \sim 10^3$

fort facteur de qualité ⇒ régime transitoire long.

III - Cavité Fabry - Perot



les branchements sont très bien expliqué dans la doc

⚠ Faire chauffer le Laser pendant 30 mins au moins (jusqu'à ce que les modes ne bougent plus).

⇒ La taille de la cavité varie grâce à un piezoélectrique (cf rampe à l'oscillo)

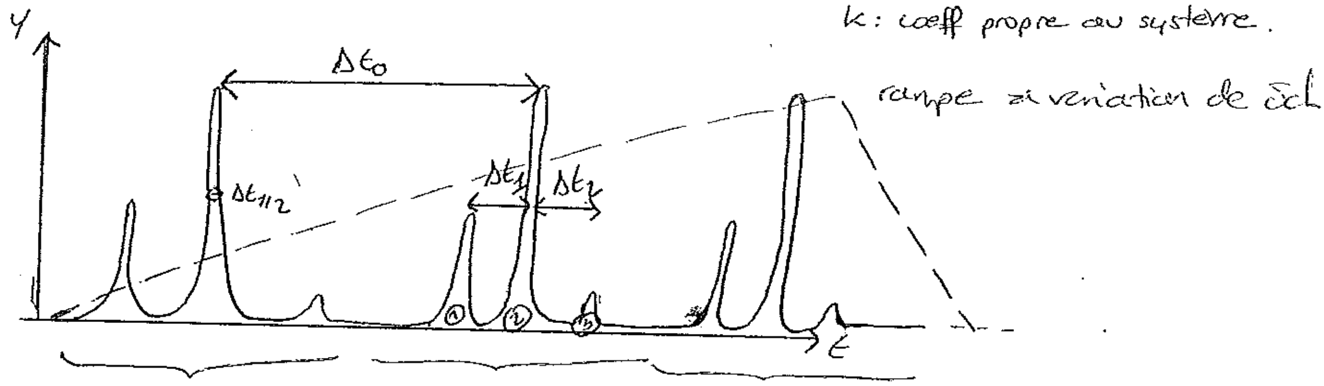
↳ on change la fréq de résonance

$d = D + \delta d$) ce qu'on fait varier

$\delta d = k(t - t_0)$

k : coeff propre au système.

Condition de résonance : $p\lambda = 4d$



mode $p-1$ δd_0 — mode p δd_1 — mode $p+1$ δd_2

* $\hat{m}\ \lambda$ par 2 ordres consécutifs :

$$p\lambda = 4d_1 = 4(D + \delta d_1)$$
$$(p+1)\lambda = 4d_2 = 4(D + \delta d_2)$$

$$\Rightarrow \lambda = 4(\delta d_2 - \delta d_1) = 4k(\Delta t_0)$$

$$\Rightarrow \text{or } \lambda = \frac{c}{\nu} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{c}{4\nu\Delta t_0}$$

* De plus :

$$p\lambda = 4(D + \delta d)$$
$$p\lambda' = 4(D + \delta d')$$

$$pc\left(\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu}\right) = 4(\delta d' - \delta d) = 4k\Delta t$$

Comme on a 3 pics ⇒

$$\begin{cases} pc\left(\dfrac{1}{\nu_2} - \dfrac{1}{\nu_1}\right) = 4k\Delta t_1 \\ pc\left(\dfrac{1}{\nu_3} - \dfrac{1}{\nu_2}\right) = 4k\Delta t_2 \end{cases}$$

avec normalement $\Delta t_1 = \Delta t_2$

$$\nu \approx \nu' \Rightarrow \frac{pc\,\Delta\nu}{\nu^2} = 4k\Delta t$$

$$\Delta\nu = \frac{4k\Delta t\,\nu^2}{pc} = \frac{\cancel{4}\,\cancel{c}\,\Delta t\,\nu^2}{p\cancel{c}\,\cancel{4}\nu\,\Delta t_0} = \frac{\Delta t\,\nu}{p\Delta t_0}$$

$$\text{or } p = \frac{4d}{\lambda} = \frac{4\nu d}{c} \approx \frac{4\nu D}{c} \qquad \Delta\nu \approx \frac{\Delta t\,\cancel{\nu}\,c}{4\cancel{\nu}D\,\Delta t_0} = \frac{\Delta t\,c}{4D\,\Delta t_0}$$

+

$$\Delta\nu = \frac{\Delta t}{\Delta t_0}\overbrace{\left(\frac{c}{4L}\right)}^{FSR} = \frac{\Delta t}{\Delta t_0} FSR$$

Notice → $FSR = 2GHz$

$$\Rightarrow (\nu_1 - \nu_2) = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_0} FSR \quad \text{et} \quad (\nu_2 - \nu_3) = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_0} FSR$$

A l'oscillo, on mesure $\dfrac{\overbrace{(\Delta t_1 + \Delta t_2)}^{\Delta t_{tot}}}{2}$ et Δt_0 → on en déduit $\Delta\nu$

↳ pour avoir ⊖ d'incertitude

→ $\begin{cases} \Delta t_0 = \\ \Delta t = \end{cases}$

→ 3 modes separés de $\Delta\nu =$

→ Δt_{tot} ⁓ $L_c = \dfrac{c}{\Delta\nu_c} = \dfrac{c\,\Delta t_0}{\Delta t_{tot}\, FSR} = \quad \pm$

Longueur de coherence du laser

...

→ Largeur d'un mode : $\Delta\nu_{1/2} = \dfrac{\Delta t_{1/2}}{\Delta t_0} FSR = \quad \pm$

⚠ Limitation à cause de la résolution de la cavité $\Delta(\Delta\nu) = \dfrac{FSR}{F} = 6\ MHz$

(cf notice).

→ $Q \approx \dfrac{\nu}{\Delta\nu}$ énorme ! ☺

Conclusion.

Résonance → nombreux domaines, un autre = en acoustique
Phénomène à craindre parfois (pont) et parfois très utile
(appareil de mesure, filtre).