

# MP 32 – COUPLAGE DES OSCILLATEURS

2 avril 2015

Thomas Le Reun & Théo Claude



Mode symétrique



Mode antisymétrique

## Commentaires du jury

**2014 :** Les pendules utilisés dans le cadre de ce montage sont souvent loin d'être des pendules simples, et les candidats doivent en tirer les conclusions qui s'imposent. Les expériences de couplage inductif sont souvent difficiles à exploiter car les candidats ne maîtrisent pas la valeur de la constante de couplage. Enfin, il n'est pas interdit d'utiliser plus de deux oscillateurs dans ce montage, ou d'envisager des couplages non linéaires, qui conduisent à des phénomènes nouveaux comme l'accrochage de fréquence, et ont de nombreuses applications.

## Bibliographie

- ↗ [1] *Quaranta d'élec.* → Couplage capacitif et intro.
- ↗ [2] *BUP 685, Benarroche* → Éviter quelques boulettes sur la théorie.
- ↗ [3] *BUP 867, Duffait* → C'est un bon Roger !
- ↗ [4] *Notice des pendules, un glorieux inconnu* → Tout y est.

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Couplage capacitif</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Pendules couplés par un fil de torsion</b>	<b>3</b>
2.1	Étude à couplage nul . . . . .	3
2.2	Étude à couplage faible . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Oscillateur à quatre degrés de liberté</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Couplage inductif (facultatif)</b>	<b>5</b>

## Introduction

On a cherché pendant un bon moment les “couplages non linéaires, qui conduisent à des phénomènes nouveaux comme l'accrochage de fréquence”<sup>1</sup> avant de ce rabattre sur des manip' assez classiques mais efficaces.

En guise d'introduction, je citerai mon colocataire préféré :

Les oscillateurs couplés ça n'a aucun intérêt [...] je suis désolé.

Ceci étant dit, cette présentation sera consacrée aux oscillateurs couplés linéairement et possédant une même fréquence propre. On traitera principalement le cas du couplage dit “élastique” (terme de couplage directement proportionnel à la grandeur mesurée : tension, angle, position...). Le couplage peut aussi être par frottement visqueux (proportionnel à la dérivée première) ou inertiel (proportionnel à la dérivée seconde). Ce dernier cas sera abordé à la fin si Thomas a méga la Patate.

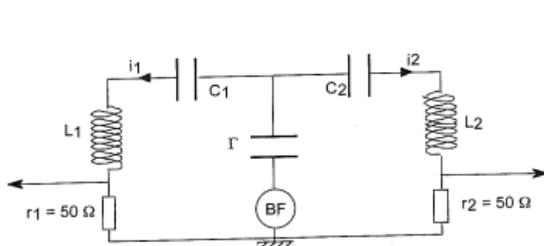
## 1 Couplage capacitif

[1] à Couplages.

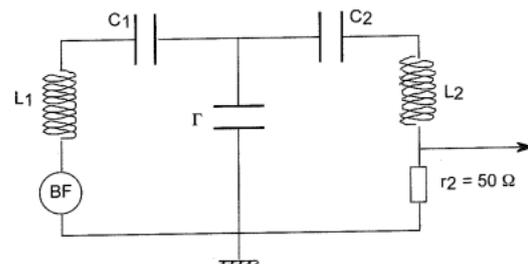
“Si deux oscillateurs identiques sont couplés, leurs fréquences propres initialement identiques donnent naissance à deux fréquences différentes du système couplé (cf. systèmes à plusieurs niveaux en mécanique quantique).”

On constitue deux LC de fréquence propre identique. Les bobines ayant facilement un écart important d'inductance, l'une des capacités doit être adaptée (boîte à décade) pour que  $L_1 C_1 = L_2 C_2$ . Les oscillateurs sont couplés par une boîte à décade.

Le montage correspond bien à un couplage élastique car la tension de couplage au borne du condensateur  $\Gamma$  vérifie :

$$\frac{du_{\Gamma}}{dt} = \frac{C}{\Gamma} \frac{d(u_{C_1} + u_{C_2})}{dt}.$$


Excitation symétrique, mode symétrique.



Excitation asymétrique, mode symétrique et mode antisymétrique.

### Excitation symétrique des deux LC

🔧 [1]

⌚ 2 min

Voir schéma de gauche. Exciter avec des créneaux de période assez grande et visualiser un seul pic par transformée de Fourier de la réponse. La fréquence de ce pic dépend du couplage  $\frac{C}{\Gamma}$ .

### Excitation asymétrique des deux LC

🔧 [1]

⌚ 10 min

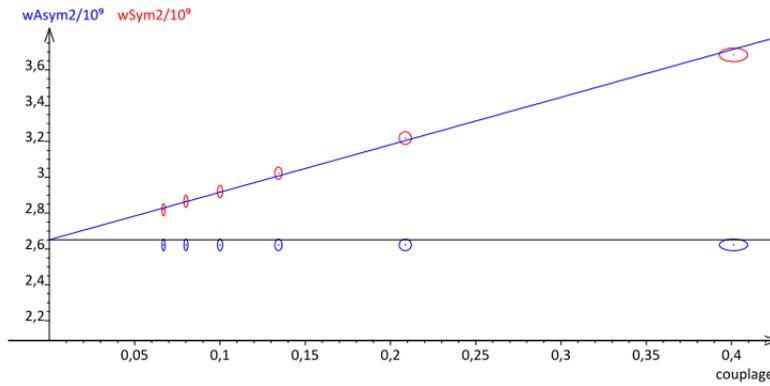
Voir schéma de droite. Exciter avec des créneaux de période assez grande et visualiser deux pics par transformée de Fourier de la réponse. Celui de fréquence plus élevée correspond au mode observé lors de l'expérience précédente : c'est le mode symétrique. L'autre mode ne dépend pas du couplage : c'est le mode antisymétrique. Une augmentation du couplage écarte les modes.

Tracé d'une régression linéaire pour vérifier le système :

$$\begin{cases} \omega_{\text{asym}}^2 = \frac{1}{LC} \\ \omega_{\text{sym}}^2 = \frac{1}{LC} (1 + 2\frac{C}{\Gamma}) \end{cases}$$

Même si ça fait paniquer un peu Regressi, on obtient la courbe suivante pour un seul paramètre de fit :

1. À notre grand désarroi, la PLL ne cadrait pas assez avec le sujet... :/



↓ Réalisons maintenant l'analogie de cette expérience en mécanique. On s'intéressera cette fois à l'aspect énergétique.

## 2 Pendules couplés par un fil de torsion

[4].



### 2.1 Étude à couplage nul

L'étude d'oscillateurs couplés commence toujours à couplage nul en mécanique étant donné que tout n'est pas écrit sur les composants comme en électronique. On doit donner ici les caractéristiques des deux pendules et en particulier montrer qu'ils sont identiques.

#### Équilibrage de la barre et mesure de moments cinétiques

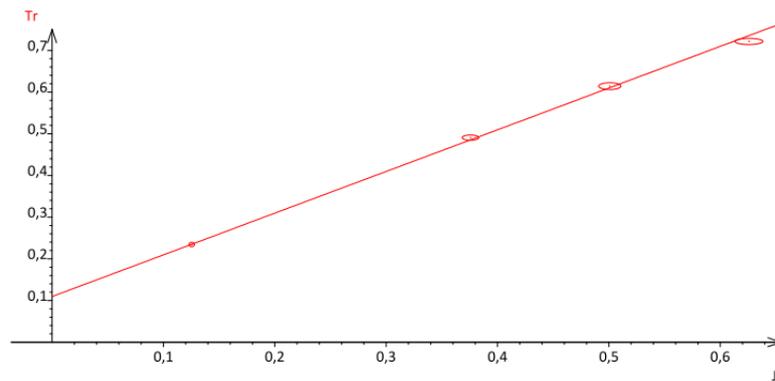
🔧 [4]

⌚ 5 min

S'arranger pour que le centre de masse des deux barres soit sur l'axe (ne pas hésiter à coller des petites masses par-ci par-là si besoin). Estimer le moment d'inertie d'une barre en faisant varier la masse accrochée au bout et en mesurant sa pseudo-période. Mettre la même masse sur l'autre barre, mesurer sa pseudo-période, conclure que leurs moments d'inertie sont identiques.

On trace la régression linéaire suivante pour trouver  $J_0$  :

$$\underbrace{mga \left( \frac{T}{2\pi} \right)^2}_{T_r} = J_0 + \underbrace{ma^2}_J$$



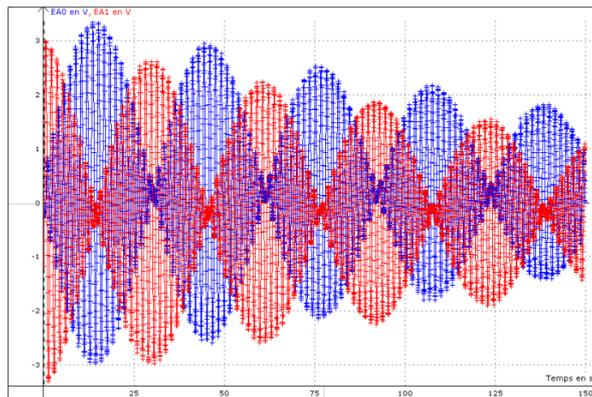
## 2.2 Étude à couplage faible

### Mesure de la constante de couplage et point de vue énergétique

🔧 [4]

⌚ 5 min

*Acquisitionner* les deux pendules couplés après avoir fait le 0 des capteurs et les avoir étalonnés (attention au gain !). Dédire la constante de couplage de la durée des battements. Calculer l'énergie mécanique totale du système et admirer la décroissance exponentielle.

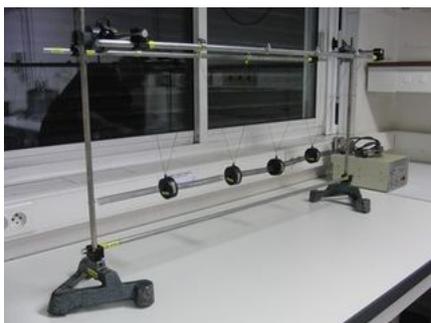


Malgré un faible couplage, le transfert d'énergie est quasiment total entre les deux oscillateurs. Cette fois le mode antisymétrique est le mode rapide alors que le mode symétrique est lent.

↓ *Jusqu'à présent, on a observé deux modes pour deux oscillateurs. Que se passe-t-il pour  $N$  oscillateurs ? Est-ce qu'au delà de la taille d'un ballon de basket on ne répond plus de rien ?*

## 3 Oscillateur à quatre degrés de liberté

[3] 3.3.2 et Annexe 5.



Il existe deux versions de cette manip'. Depuis que Rémi en a explosé une, je vous recommande chaudement de prendre celle qui ressemble à quelque chose. Les raideurs sont plus élevées et les modes beaucoup plus résolus : il n'y a que des avantages.

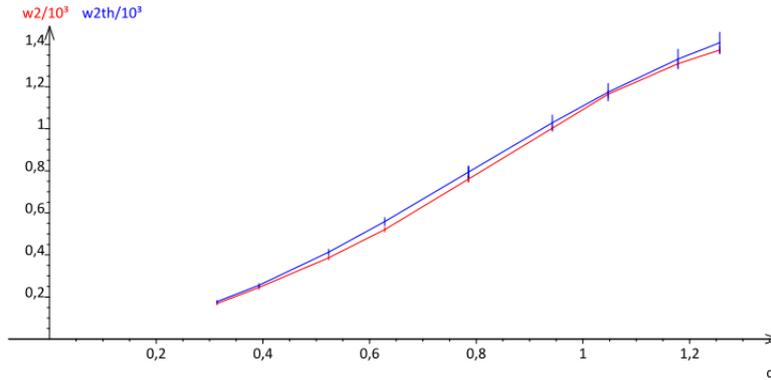
### Analyse des modes du système

🔧 [3]

⌚ 10 min

Visualiser le mouvement des masses à l'aide de Vidéocom et réaliser une acquisition après les avoir excitées. Relever la position des quatre modes. Vérifier avec le moteur de l'enfer que un mode correspond bien à une résonance du système. Bloquer une masse grâce à un support et réitérer l'opération...

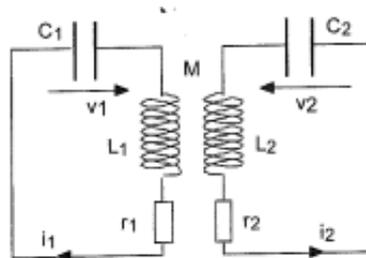
On peut tracer une courbe de dispersion de phonons :  $w^2 = \frac{g}{a} + \frac{4K}{m} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{p}{N+1}\right)$  et la comparer avec la courbe théorique. Et là Thomas est plutôt bon!



↓ Précédemment, on ne s'est intéressé qu'aux couplages élastiques. Considérons rapidement le cas d'un couplage inertiel.

## 4 Couplage inductif (facultatif)

[1] à Couplages.



Dans ce cas, le couplage est bien inertiel car en dérivée seconde de la tension.

### Visualiser les modes et leurs variations en fonction du couplage

🔧 [1]

⌚ 2 min

À l'aide de l'analyseur de spectre montrer que cette fois que les deux modes bougent avec le couplage. Noter qu'il s'écartent toujours. À partir d'un certain couplage ( $\frac{1}{Q^2}$ ) on ne peut plus les différencier.

## Conclusion

On a présenté ici deux types de couplages (élastique et inertiel) entre plusieurs oscillateurs. Le nombre de modes observés est égal au nombre d'oscillateurs s'il y a dégénérescence totale. Tant que l'équation est linéaire, plus le couplage est intense plus les modes s'écartent les uns des autres. L'étude des masses couplées est importante pour la dispersion de phonons dans les solides et le couplage inductif est fondamental dans le cadre des transformateurs.