

# MP 32 - COUPLAGE DES OSCILLATEURS

janvier 2018

*Kama Sutra : philosophie du couple où l'on campe sur ses positions.*

Le couple formé par la promo & Pierre Comelli

KATHY DORL

## Commentaires du jury

**2014 à 2017** : Les pendules utilisés dans le cadre de ce montage sont souvent loin d'être des pendules simples, et les candidats doivent en tirer les conclusions qui s'imposent. Les expériences de couplage inductif sont souvent difficiles à exploiter car les candidats ne maîtrisent pas la valeur de la constante de couplage. Enfin, il n'est pas interdit d'utiliser plus de deux oscillateurs dans ce montage, ou d'envisager des couplages non linéaires, qui conduisent à des phénomènes nouveaux comme l'accrochage de fréquence, et ont de nombreuses applications.

## Bibliographie

- ♣ *Tome IV [1], Quaranta* → Pour la manip sur le couplage capacitif
- ♣ , **Physique Expérimentale [2], Jolidon** → Manip des masses couplées
- ♣ *Synchronisation de deux oscillateurs couplés — BUP 815 [3], Flieller, Magoni* → Pour la manip sur la synchronisation d'oscillateurs à relaxation

## Expériences

- ♣ Masses couplées
- ♣ Couplage capacitif de deux oscillateurs électroniques
- ♣ Multivibrateur astable (couplage non linéaire)

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Couplage capacitif de deux circuits RLC</b>	<b>2</b>
1.1	Détermination de la fréquence de résonance d'un oscillateur seul . . . . .	2
1.2	Rendre les deux RLC identiques . . . . .	3
1.3	Couplage capacitif . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Oscillateurs mécanique couplés</b>	<b>7</b>
2.1	Fréquences propres . . . . .	7
2.2	Influence du nombre de degrés de libertés . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Synchronisation de deux oscillateurs à relaxation</b>	<b>10</b>
3.1	Présentation de l'oscillateur à relaxation . . . . .	10
3.2	Synchronisation - étude de la stabilité . . . . .	12

## Introduction

### 1 Couplage capacitif de deux circuits RLC

↻ [1]

On a ici deux oscillateurs RLC, c'est-à-dire deux systèmes linéaires oscillants à un seul degré de liberté. On effectue un couplage linéaire, ce par un couplage capacitif qui correspondrait, en mécanique, à un couplage élastique.

Une conséquence du couplage de systèmes oscillants identiques est le dédoublement de leurs fréquences propres. Pour deux oscillateurs couplés à fréquences propres initialement identiques, le système possède deux fréquences différentes.

Le but ici est de faire apparaître ce dédoublement de fréquence propre, ainsi que leur dépendance au couplage-même.

#### Remarque

On peut faire aussi un couplage inductif cf [1] p.152, où le terme de couplage est proportionnel à la dérivée seconde de la tension. Un tel couplage est analogue à un couplage inertiel en mécanique.

Un couplage résistif à un terme de couplage proportionnel à la dérivée première de la tension et est analogue à un couplage par frottement visqueux en mécanique.

#### 1.1 Détermination de la fréquence de résonance d'un oscillateur seul

On veut ici coupler deux oscillateurs identiques. Le but des 1.1 et 1.2 est donc de rendre ces oscillateurs identiques. On pourrait se contenter d'utiliser des composants de même valeurs, mais ces composants ne sont jamais parfaitement identiques.

Dans un circuit RLC les deux paramètres importants sont :

$$\text{La fréquence de résonance } f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$\text{Le facteur de qualité } Q = \frac{2}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Compte tenu des ordres de grandeur des valeurs des composants on a une fréquence de l'ordre du kilohertz. On mesurera donc nos composants avec un RLC-mètre réglé sur 1kHz.

Pour notre étude on veut un régime pseudo-périodique donc un facteur de qualité important, d'où un choix de faible résistance. Dans le même ordre d'idée, et car on a besoin qu'il fonctionne en courant alternatif, on prendra un condensateur de faible capacité. On essaiera de prendre une bobine élevée parmi celles disponibles, mais de façon à ce que l'on reste dans le kilohertz pour la résonance.

Dans notre cas on s'attend à :

$$f_0 = \pm \text{ Hz}$$

$$Q = \pm$$

Pour déterminer ces paramètres on va étudier la réponse impulsionnelle du système.

En posant une loi des mailles, on obtient l'équation différentielle du RLC :

$$\frac{d^2uc}{dt^2} + \frac{R1}{L1} \frac{duc}{dt} + \frac{1}{L1C1} uc = e = E \cos(\omega t)$$

#### Exp 1.1 - détermination résonance

↻ [1]

⊖

Matériel :

1 résistance  $R1 = 100.5^{\pm 0.9} \Omega$  (la détermination de l'incertitude est ici inutile)

1 condensateur  $C1 = 9.82^{\pm 0.08} \mu F$

1 bobine P60.21  $L1 = 44.9^{\pm 0.4} mH$

1 GBF P44.11

1 oscilloscope P36.7

1 RLC-mètre P69.33

1 multimètre P69.38 (facultatif)

1 fréquencemètre P69.6 (facultatif)

Le GBF fournit un signal sinusoïdal. On observe la réponse du système en mesurant la tension aux bornes de R1. On peut observer cette réponse à l'oscilloscope.

On fait varier la fréquence du signal fourni par le GBF et on identifie celle de résonance comme celle où la tension aux bornes de R1 est maximale. On lit alors la fréquence indiquée par l'oscilloscope en comptant le nombre de périodes sur une durée donnée.

Pour plus de précisions, comme l'oscilloscope a une précision limitée en mesure de tension, on peut, quand on est proche de la résonance, mesurer la tension aux bornes de R1 par un multiètre, ce qui permet d'identifier avec plus de précision la fréquence de résonance.

Pour plus de précision et de rapidité, on peut mesurer la fréquence fournie par le GBF avec le fréquencemètre. Cependant, sa précision est telle (on rentre dans les millièmes de hertz) qu'elle est exagérée par rapport à l'incertitude sur la fréquence attendue. Mais cette méthode présente l'avantage d'être plus rapide que la mesure de fréquence par l'oscilloscope.

Une fois réglé à la fréquence de résonance, on ne modifie plus le GBF quant à sa fréquence.

On obtient :

$$f_0 = \pm \text{ Hz (environ 7500Hz)}$$

On peut également présenter au public la réponse indicielle du système (excitation par un échelon de tension). On observe alors plusieurs pseudo-périodes. Cela permettra de mettre en évidence le changement de réponse apporté par le couplage plus tard.

## 1.2 Rendre les deux RLC identiques

On souhaite que les deux oscillateurs aient la même fréquence de résonance. Il n'est pas important que le facteur de qualité soit légèrement différent.

On reste donc à la même fréquence qu'en 1.1 et on modifie les composants du deuxième RLC de façon à ce que l'on obtienne une résonance pour cette fréquence. Pour simplifier les manipulations, on ne place qu'un seul composant de valeur variable : le condensateur. Les autres composants sont de valeurs identiques à ceux du premier RLC.

### Exp 1.2 - $(RLC)_1 = (RLC)_2$

↗ [1]

⊖

Matériel :

celui de l'exp 1.1 +

1 condensateur à décade P58.17

1 résistance  $R2 = 100.3^{\pm 0.8} \Omega$  (la précision sur l'incertitude est ici inutile)

1 bobine P60.21  $L2 = 44.8^{\pm 0.4} mH$

On lit à l'oscilloscope la tension aux bornes de R2 (on pourrait la lire au multimètre pour plus de précision, mais celui-ci est trop précis par rapport aux différents calibres possible sur le condensateur à décades).

On fait varier la valeur du condensateur à décade jusqu'à obtenir la résonance, c'est-à-dire un signal de tension maximale.

On peut soit lire la valeur de C2 avec les indications portées sur la boîte quant à l'incertitude, soit la mesure avec le RLC-mètre. Cependant, il n'est pas utile d'avoir une mesure précise, car la valeur même de C2 n'a pas d'importance.

On souhaite juste vérifier que  $C2 \approx C1$ .

On obtient  $C_2 = \pm \mu F$  (environ  $10nF$ )

### 1.3 Couplage capacitif

On a maintenant deux systèmes linéaires oscillants à un degré de liberté identiques, si ce n'est pour leurs facteurs de qualité.

On va maintenant effectuer un couplage linéaire de ceux-ci, ce via un couplage capacitif.

Pour les équations de comportement, on se place sans excitation, on suppose  $L_1=L_2=L$ ,  $C_1=C_2=C$  et on néglige les résistances. On procède à une loi des mailles et une loi des nœuds :

$$i, j = 1, 2$$

$$i_i = C \frac{dv_i}{dt}$$

$$C \frac{dv_1}{dt} + C \frac{dv_2}{dt} = \Gamma \frac{dv'}{dt}$$

$$-v' = v_i + L \frac{di_i}{dt}$$

Et obtient le système d'équations couplées :

$$L \frac{d^2 v_i}{dt^2} + \frac{1}{C} v_i + \frac{1}{\Gamma} v_i = \frac{1}{\Gamma} v_j \quad (1)$$

On peut remarquer que le terme de couplage  $\frac{1}{\Gamma} v_j$  est directement proportionnel à une tension. On a bien un couplage linéaire. Le couplage capacitif est analogue à un couplage élastique dans un système mécanique (avec une étude sur le déplacement en lieu de la tension).

$$\text{On pose } C' \text{ tel que } \frac{1}{C'} = \frac{1}{C} + \frac{1}{\Gamma}$$

$$\text{On pose le coefficient de couplage } K = \frac{C'}{\Gamma} \frac{C}{C + \Gamma}$$

$$\text{On pose } \omega'_0 \text{ tel que } \omega'_0{}^2 = \frac{1}{LC'} = \omega_0^2 \left(1 + \frac{C}{\Gamma}\right)$$

L'équation aux pulsations propres est alors :

$$\omega^4 - (2\omega_0'^2)\omega^2 + \omega_0'^2(1 - K^2) = 0 \quad (2)$$

On a un couplage faible (appelé lâche),  $K > 0$ , quand  $\Gamma \rightarrow \infty$ , c'est-à-dire quand le condensateur  $\Gamma$  tend à être un court-circuit. On a un couplage fort (serré),  $K > 1$ , quand le condensateur tend à être un coupe-circuit.

On obtient alors les pulsations propres :

$$\omega_{\pm}^2 = \omega_0'^2(1 \pm K)$$

soit

$$\omega_- = \omega_0' \sqrt{1 - K} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{mode lent, antisymétrique, } v_1 = -v_2);$$

$$\omega_+ = \omega_0' \sqrt{1 + K} = \sqrt{\frac{1}{LC} + \frac{2}{L\Gamma}} \quad (\text{mode lent, symétrique, } v_1 = v_2).$$

On va procéder à une excitation simultanée des modes asymétrique et symétrique.

#### Exp 1.3 - Couplage capacitif - excitation simultanée des modes symétrique et asymétrique

🔗 [1]

⊖

Matériel :

celui de l'exp 1.2 +

1 condensateur à décades P58.17

1 carte d'acquisition Latis-Pro

## 1 ordinateur

On acquiert sur Latis-Pro la tension  $v_2$  aux bornes de R2 (EA1) ainsi que le signal fourni par le GBF (EA0). On règle le GBF sur un signal créneau, de fréquence largement inférieure à celle de résonance et à la tension la plus élevée possible, ce afin d'avoir en réponse un maximum de pseudo-périodes analysables. On a choisi ici 20Hz et 13.3V.

On fixe  $\Gamma$  à une certaine valeur comprise entre 5nF et 100nF. Pour la valeur de  $\Gamma$ , on peut débrancher le condensateur à chaque fois pour le mesurer au RLC-mètre mais, comme nous ne sommes pas en métrologie ici mais que nous souhaitons simplement vérifier une loi de comportement, on peut se satisfaire d'une lecture de la valeur indiquée par le condensateur en s'aidant des indications portées dessus quant aux incertitudes.

On lance une acquisition sur Latis-Pro (20ms de durée d'acquisition, 50.000 points d'acquisition), avec comme déclenchement un front montant de EA0 (signal du GBF). On choisit la durée d'acquisition la plus longue possible pour diminuer les incertitudes de mesures de fréquences propres.

On exploite cette acquisition par la transformée de Fourier de Latis-Pro et on récupère les deux fréquences propres du système (les deux pics). On pourra choisir la largeur à mi-hauteur pour leurs incertitudes, ou se contenter du pas de fréquence induit par la durée d'acquisition (d'où l'intérêt à ce que cette dernière soit grande, permettant un petit pas de fréquence).

On refait cette mesure de fréquences propres pour différentes valeurs de  $\Gamma$  comprises entre 5nF et 100nF

On trace sur Regressi les différentes valeurs de fréquences propres au carré selon  $\frac{1}{\Gamma}$ .

On doit retrouver :

une constante  $f_-^2$  (mode lent, antisymétrique,  $v_1 = -v_2$ ) de valeur  $f_-^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$  ;

une droite  $f_+$  d'ordonnée  $f_-^2$  et de pente  $\frac{1}{4\pi^2 L}$ .

On observe bien que l'on n'a plus des pseudo-périodes en guise de réponse indicielle mais un signal plus compliqué, typique de l'addition de deux sinusoides.

On relève bien deux pulsations propres différentes, signe que le système couplé est à deux degrés de libertés.

On mesure une pente telle que  $L = \pm mH$

On obtient bien deux droites, dont une constante et l'autre de pente correspondant à celle prévue, et de même ordonnée à l'origine.

On observe que le couplage éloigne les pulsations propres.

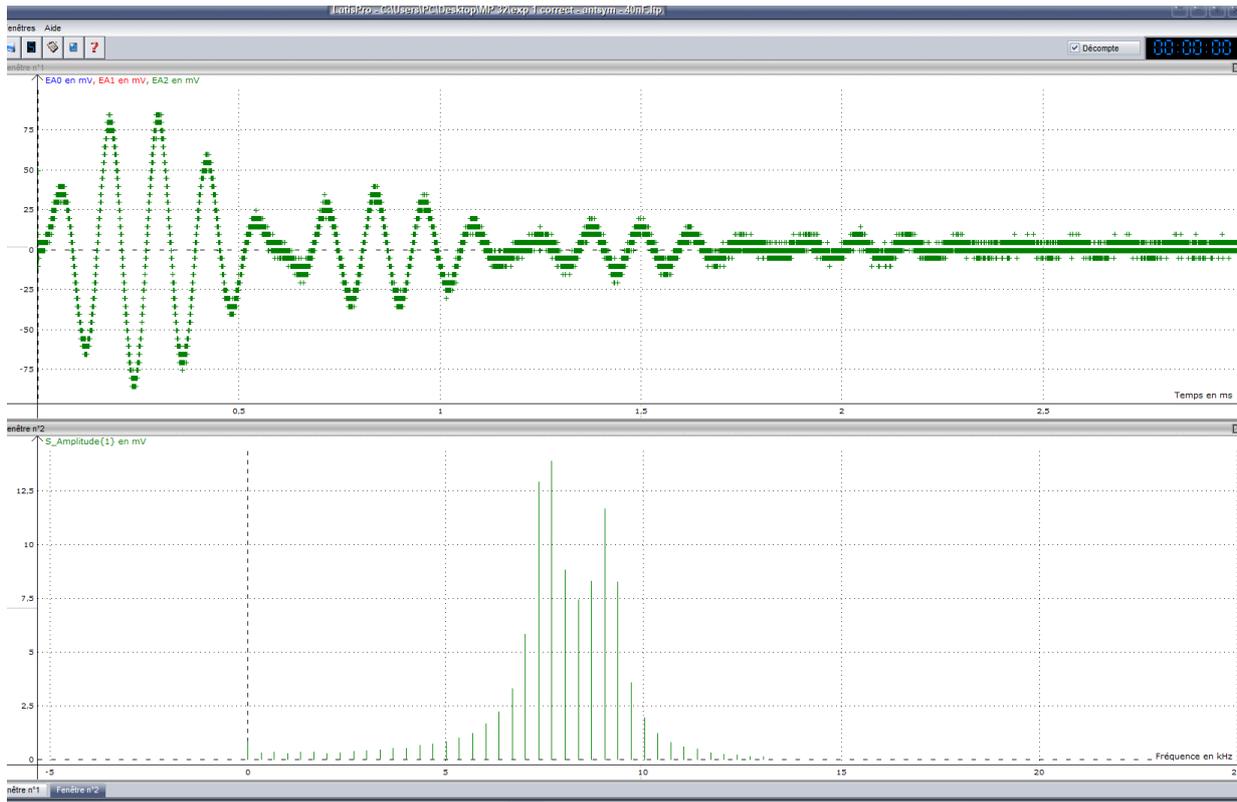


FIGURE 1 – exemple d’acquisition de v2 et de sa transformée de Fourier

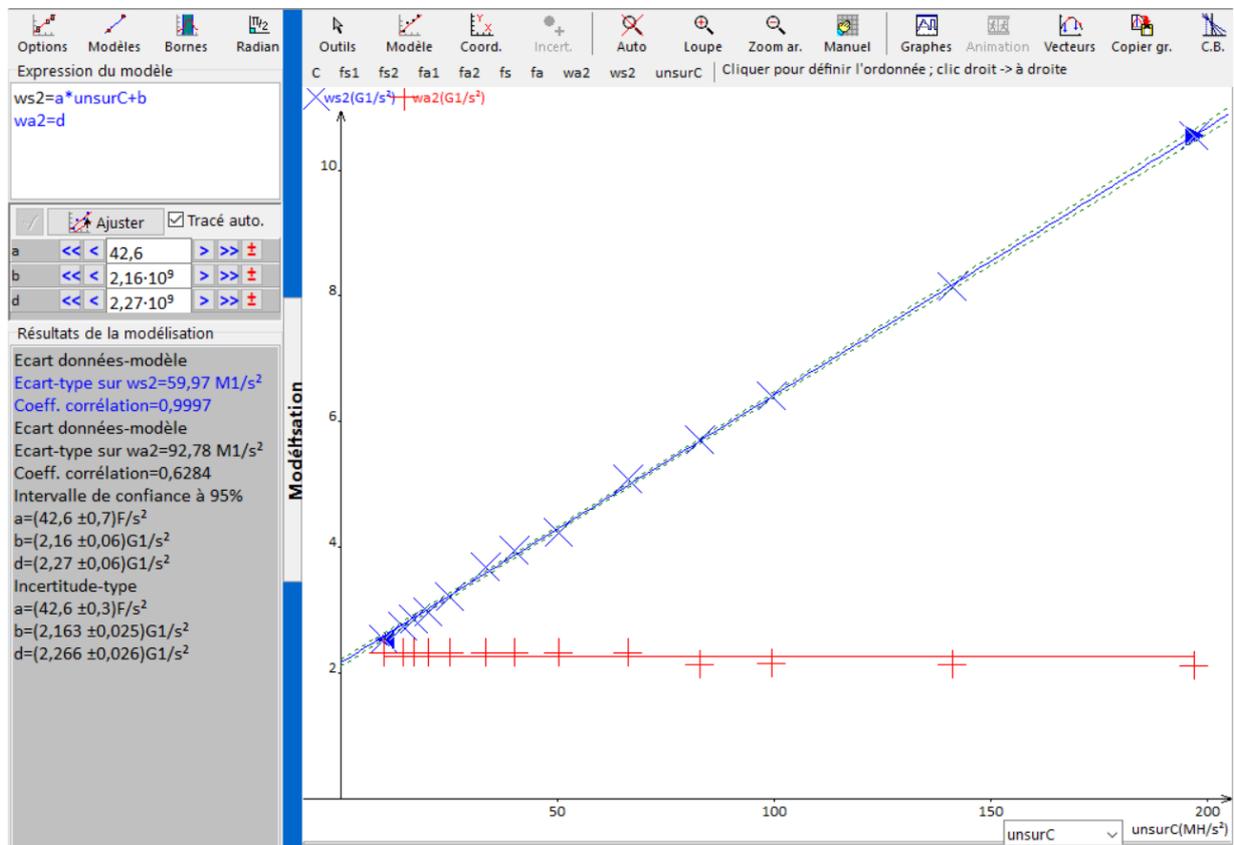


FIGURE 2 – pulsations selon 1/C

**Remarque**

[1] p.150

On peut également faire apparaître le phénomène de battement dans la réponse indicielle en cas de couplage faible.

**Remarque**

[1] p.148

On peut également procéder à une excitation du mode symétrique seul ( $v_1 = v_2$ ). On obtient alors via Latis-Pro une seule fréquence propre de valeur non constante  $f_+ = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} + \dots$ . Cela permet de vérifier que la fréquence propre variable avec le couplage est bien celle du mode symétrique, et donc que celle constante est celle du mode antisymétrique.

## 2 Oscillateurs mécanique couplés

Nous avons montré qu'en couplant linéairement deux systèmes oscillants linéaires à un degré de liberté identiques, nous avons un système à deux degrés de libertés avec deux fréquences propres. Nous allons maintenant montrer que le nombre de degrés de liberté du système est égal au nombre de systèmes couplés (à un degré de liberté), et que les fréquences propres du systèmes varient avec.

Pour faire le lien électrique-mécanique, on a :

tension  $u$  -> déplacement  $x$

inductance  $L$  -> masse  $m$

inverse de la capacité  $\frac{1}{C}$  -> ressort de raideur  $k$

### 2.1 Fréquences propres

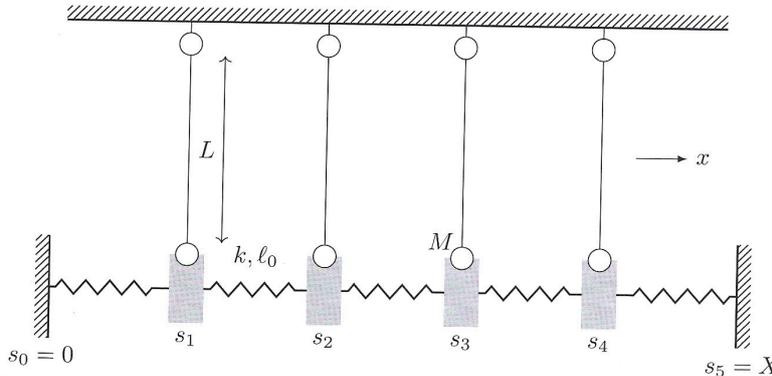


FIGURE 3 – schéma 4 masses couplées

Vérifications à effectuer auparavant :

- On a vérifié que les ressorts n'étaient pas comprimés/distendus à l'équilibre
- On a vérifié que la résultante des tensions des fils étaient bien porté par la verticale.
- On a vérifié qu'on restait dans la zone de réponse linéaire des ressorts

Caractérisation du matériel (long à faire car cela implique de démonter/remonter le système - prendre les valeurs tabulées si possible) :

- On a mesuré la raideur des différents ressorts en mesurant l'allongement en fonction de masses connues;
- On a pesé les différentes masses

Pour l'étude on va supposer toutes les masses identiques à la valeur moyenne suivante entaché d'une certaine erreur pour tenir compte de la répartition des différentes masses. On va procéder de même pour les ressorts et les longueurs L.

Les autres hypothèses faites dans notre modèle sont :

1. Angle des pendules petits
2. Mouvements unidirectionnels

L'équation du mouvement d'une masse est la suivante, avec  $s_i$  l'écartement de la masse i par rapport à sa position d'équilibre :

$$\ddot{s}_i = \Omega_0 s_i + \Omega_1 [s_{i+1} - 2s_i + s_{i-1}] \quad (3)$$

On obtient les pulsations propres suivantes :

$$\omega_1 = \sqrt{\Omega_0^2 + \frac{1}{2}(3 - \sqrt{5})\Omega_1}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\Omega_0^2 + \frac{1}{2}(5 - \sqrt{5})\Omega_1}$$

$$\omega_3 = \sqrt{\Omega_0^2 + \frac{1}{2}(3 + \sqrt{5})\Omega_1}$$

$$\omega_4 = \sqrt{\Omega_0^2 + \frac{1}{2}(5 + \sqrt{5})\Omega_1}$$

avec  $\Omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$  et  $\Omega_1 = \sqrt{\frac{k}{M}}$

La formule générale des pulsations propres pour un système de N masses et donc de N modes propres est :

$$\omega_{p,N} = \sqrt{\Omega_0^2 + \sin^2\left(\frac{p\pi}{2(N+1)}\right)4 * \Omega_1} \quad (4)$$

avec p = 1..N



## 2.1 - Oscillateur mécanique couplés

🔗 [2]



module de masses couplées P79.22

caméra Vidéocom P14.14

3 noix

3 pinces

1 mètre-ruban P96.18

Le dispositif se compose de 4 masses reliées par des ressorts de raideurs  $k$  et de longueurs à vide  $l_0$  et suspendu à des fils de longueurs L.

On excite les 4 masses en les délaçant de leurs positions d'équilibres et en les relâchant.

On enregistre leurs mouvements grâce à la caméra Vidéocom pendant 1 minute.

On procède aux transformées de Fourier des signaux obtenus.

On observe la présence de 4 fréquences propres et donc de 4 modes propres.

On compare leurs valeurs à celles attendues.

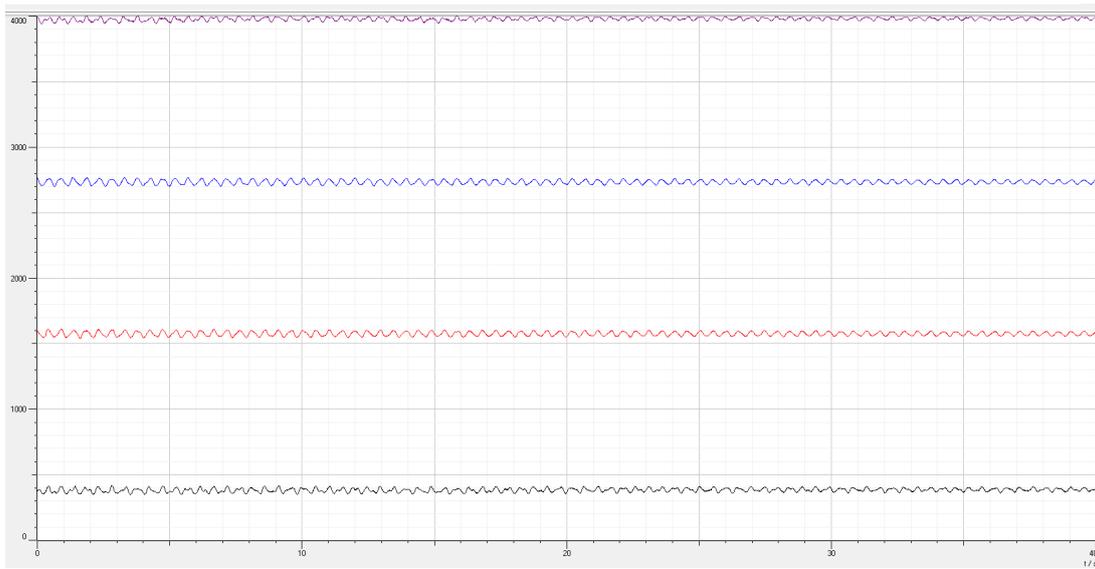


FIGURE 4 – enregistrement Videocom des déplacements des masses

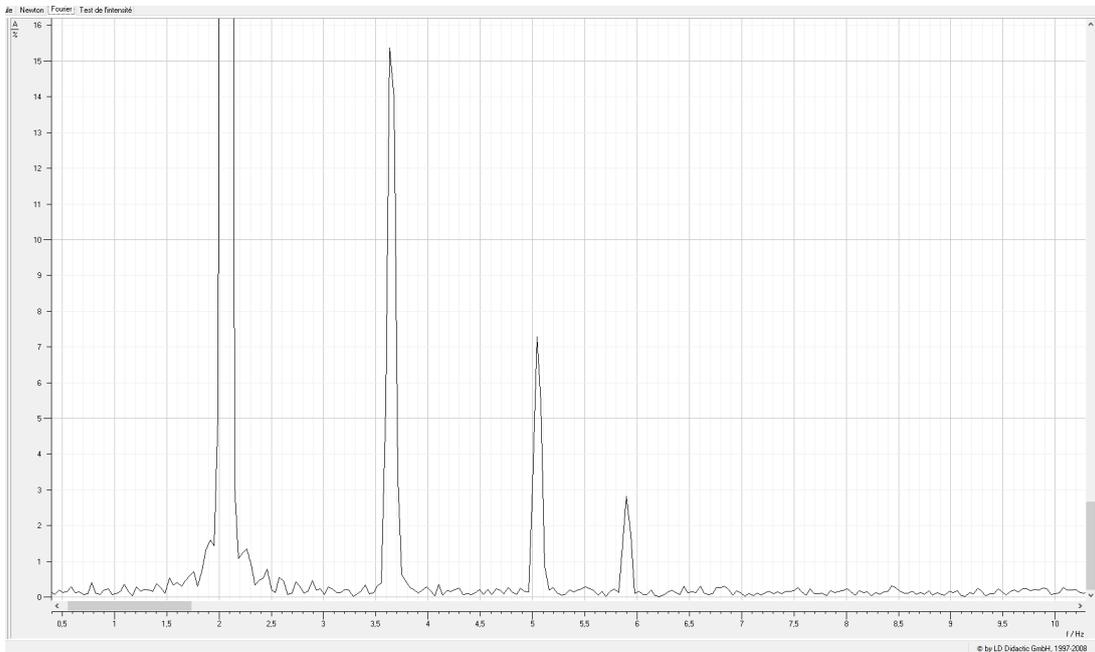


FIGURE 5 – TF des déplacements - les pics correspondent aux fréquences propres

**Remarque - Excitation privilégié d'un mode**

Pour être plus précis dans la détermination des fréquences propres, on peut chercher à les déterminer une par une. Pour cela, il faut mettre le plus d'énergie possible dans un mode précis pour avoir la plus grande amplitude possible de la fréquence propre correspondante une fois passé dans l'espace de Fourier.

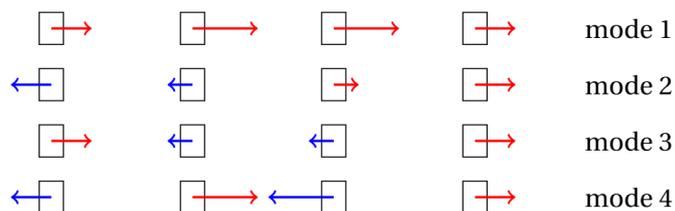


FIGURE 6 – Modes propres pour le système 4 masses

On fait donc 4 fois l'expérience, en déplaçant à l'état initial les masses selon l'un des modes représentés figure 3.

## 2.2 Influence du nombre de degrés de libertés

On va montrer que le nombre de fréquences propres est relié au nombre de degrés de libertés .

### 2.2 - influence du nombre de degré de libertés

☞ [2]

celui de 2.1

Avec les noix et les pinces, bloquer une masse et recommencer le protocole de 2.1.

Observer l'existence de 3 fréquences propres.

Bloquer 2 masses, observer 2 fréquences propres.

Bloquer 3 masses, observer une seule fréquence propre.

Comparer la valeurs de ces fréquences propres à leurs valeurs théoriques données

On excite les 4 masses en les délaçant de leurs positions d'équilibres et en les relâchant.

On enregistre leurs mouvements grâce à la caméra Vidéocom pendant 1 minute.

On procède aux transformées de Fourier des signaux obtenus.

On observe la présence de 4 fréquences propres et donc de 4 modes propres.

On compare leurs valeurs à celles attendues et données par l'équation (4).

#### Remarque

On peut tracer la courbe  $w^2 = a + b * \sin^2\left(\frac{p\pi}{2(N+1)}\right) * 4$  et ainsi remonter aux valeurs du système L et  $\frac{k}{M}$

## 3 Synchronisation de deux oscillateurs à relaxation

☞ [3] p.65, figures tirées de ce livre

Les oscillateurs à relaxation sont fortement non-linéaires. Tous les systèmes non-linéaires fonctionnant à fréquence variable peuvent se synchroniser sur un signal extérieur.

#### remarque

Une manipulation introductive peut être celle de la synchronisation de deux métronomes posés sur une même tablette elle-même posée sur deux canettes. Pour réussir cette manip', il faut mettre les métronomes à des fréquences élevées (mais différentes entre elles).

Cette manipulation est analogue à celle de Huygens (1665) qui avait observé la synchronisation des balanciers d'horloges couplées.

### 3.1 Présentation de l'oscillateur à relaxation

On a le montage suivant :

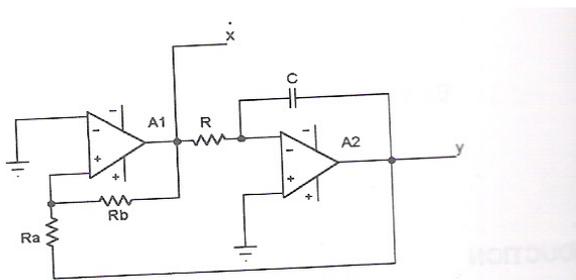


FIGURE 7 – Oscillateur à relaxation

L'oscillateur à relaxation est constitué d'un amplificateur opérationnel (AO) (appellation correcte aujourd'hui : amplificateur linéaire, même si ici il ne fonctionnera pas en régime linéaire...) monté en comparateur à hystérésis et d'un AO monté en intégrateur inverseur.

La tension de saturation est  $\pm V_{sat}$  et on notera  $k = \frac{R_a}{R_b}$ .

La fréquence des oscillations est  $f_1^0 = \frac{1}{2R_1 C \ln(1+2k)}$ . Si  $k \ll 1$ , la fréquence devient  $f_1^0 = \frac{1}{4kR_1 C}$ .

On notera X l'intégrale au cours du temps de x.

On a alors  $y = \frac{-X}{R_1 C}$

On obtient l'équation de comportement de l'oscillateur :

$$x = V_{sat} * \text{sign}(x - 4f_1^0 X) \quad (5)$$

Cette équation montre que l'oscillateur est non-linéaire.



### Exp 3.1-A - mise en place d'un oscillateur à relaxation

☞ [1]



Matériel :

- 1 résistance  $R_1 = 8208 \pm 4 \Omega$
- 1 résistance  $R_a = 1k\Omega$
- 1 résistance  $R_b = 10k\Omega$
- 1 condensateur  $C = 1\mu F$
- 1 AO à alimentation via câble extérieur P41.4
- 1 AO à alimentation via broches P41.5
- 1 oscilloscope P36.7
- 1 RLC-mètre P69.33
- 1 multimètre P69.38

En préparation, bien faire le zéro sur les *offsets* des AO. C'est-à-dire relier à la masse les entrées + et - de l'AO, et faire varier la molette de l'*offset* jusqu'à avoir un signal nul en sortie.

Observer le signal en x et y. Remarquer que l'on a bien un signal carré pour x, triangulaire pour y, et que leurs fréquences correspondent bien à celle prévue.

On doit avoir un rapport cyclique de 0.5. Si ce n'est pas le cas, c'est que l'offset est mal réglé.

Mesurer précisément la valeur de R1. Vérifier rapidement les valeurs des autres composants.



### Exp 3.1-B - mise en place d'un deuxième oscillateur à relaxation

☞ [1]



Matériel :

- 1 résistance  $R_2 = 6330 \pm 4 \Omega$
- 1 résistance  $R_a = 1k\Omega$
- 1 résistance  $R_b = 10k\Omega$
- 1 condensateur  $C = 1\mu F$
- 1 AO à alimentation via câble extérieur P41.4
- 1 AO à alimentation via broches P41.5

L'intérêt ici est de construire un deuxième oscillateur identique au premier si ce n'est  $R_2 \neq R_1$  (mais proche tout de même). On aura ainsi deux oscillateurs non-linéaires de fréquences différentes. Mesurer précisément la valeur de  $R_2$ . Vérifier que les autres composants ont des valeurs identiques à celles de l'oscillateur 1. Vérifier que l'oscillateur 2 à une fréquence plus élevée que celle de l'oscillateur 1.

### 3.2 Synchronisation - étude de la stabilité

On remarque que l'on a une synchronisation stable que pour certaines valeurs de couplages. Dans d'autres cas, on a un des oscillateurs qui n'oscille plus ou alors on a les deux oscillateurs qui se mettent à avoir des fréquences variables. On va donc étudier les plages de stabilité.

Une étude analytique détaillée nous donne les plages suivantes en fonction des résistances de couplage  $R_{21}$  et  $R_{12}$  :

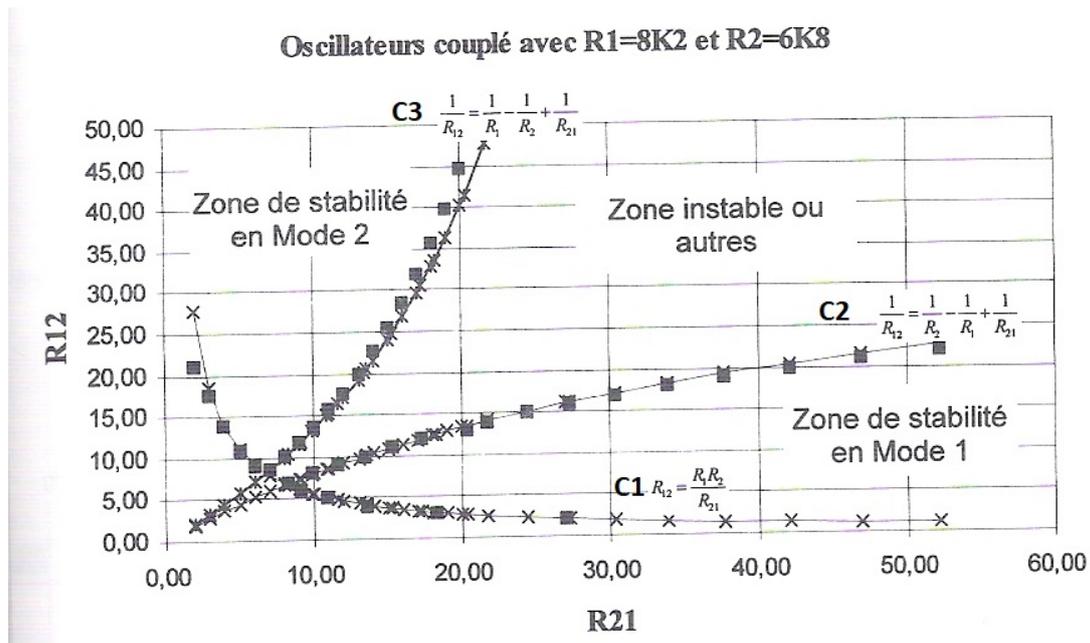


FIGURE 8 – Plages de stabilité

Avec le mode 1 correspondant à  $x_1$  en avance sur  $x_2$ , et le mode 2 à  $x_1$  en retard sur  $x_2$ . Entre les courbes C1 et C2 et C2 et C3, on a les plages de synchronisation stable.

Sous C1, on a perte de la synchronisation et de l'oscillation d'un des deux oscillateurs :

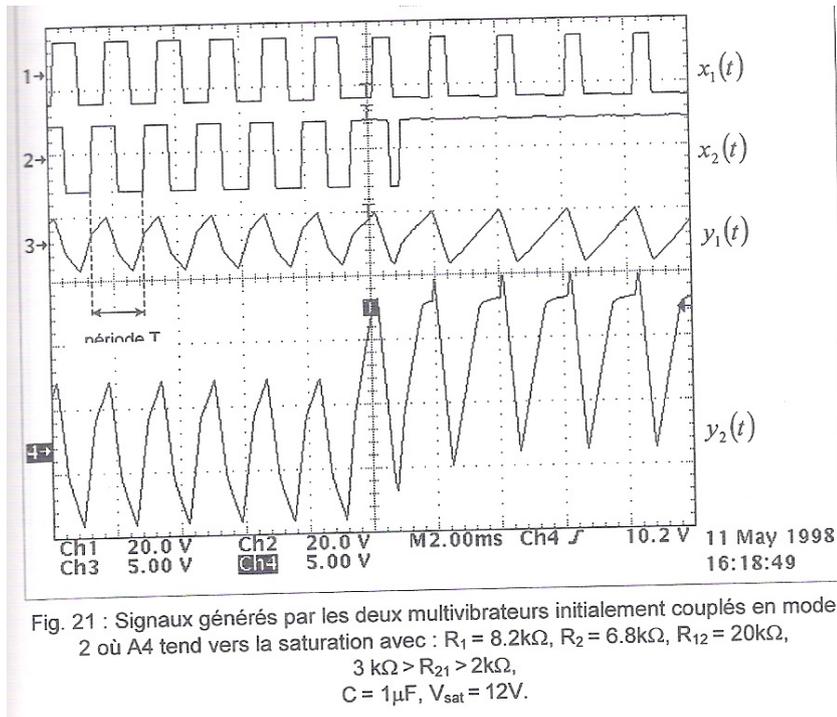


FIGURE 9 – Perte de synchronisation

En fait, dans l'exemple ci-dessus, les résistances de couplage sont telles que l'AO<sub>11</sub> —  $x_1$  bascule trop rapidement pour que l'AO<sub>22</sub> —  $y_2$  puisse avoir le temps d'atteindre  $-V_{sat}$ . Résultat, l'AO<sub>21</sub> —  $x_1$  — n'a pas l'opportunité de basculer et reste à la valeur  $+V_{sat}$ .

Entre C2 et C3, on a perte de la stabilité des oscillations :

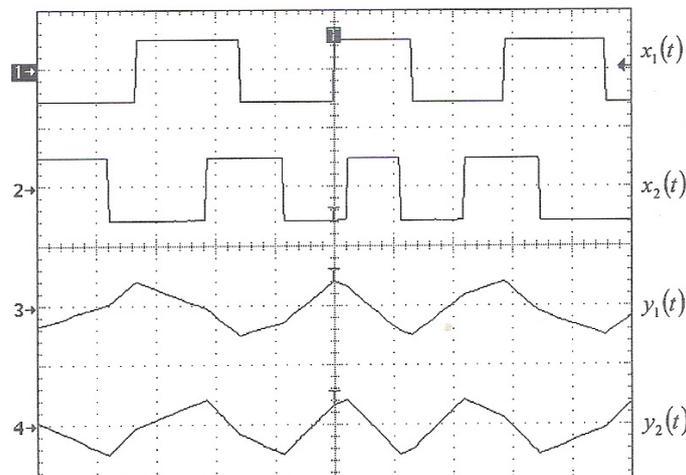


FIGURE 10 – Instabilité

Les résistances de couplage sont telles que un coup l'AO<sub>11</sub> bascule avant l'AO<sub>12</sub>, un coup après. Remarque, si  $R_1=R_2$ , cette plage d'instabilité n'existe pas. On passe directement du mode 1 au mode 2 sans perte de la synchronisation. En effet, dans ce cas, les courbes C2 et C3 sont identiques.

**Exp 3.2 - couplage non-linéaire de deux oscillateurs à relaxation - étude de la stabilité**

☞ [1]

⊖

Matériel :

- celui de 3.1-A et 3.1-B +

- remplacer R2 par une résistance à décade P56.14
- 2 résistances à décades  $R_{12}$  et  $R_{21}$  P56.14

Observer à l'oscilloscope les sorties des quatre AO.

A  $R_{21}$  fixé, faire varier  $R_{12}$  jusqu'à atteindre les limites de stabilité de la synchronisation.

Tant que vous serez à gauche du mode 1, c'est-à-dire pour  $R_{21}$  petit, vous ne trouverez qu'une limite inférieure, correspondant à la courbe C1 ou C3. Pour  $R_{21}$  suffisamment grand, vous trouverez trois limites correspondant aux courbes C1, C2 et C3.

Recommencer les mesures en faisant varier  $R_{21}$ .

Il y a deux incertitudes ici présentes : celle de la boîte à décade et celle du choix de la résistance comme valeur limite. Celle des boîtes à décade est de 1/100 et est largement majoritaire devant celle du choix de la valeur limite. On pourrait limiter l'incertitude des boîtes à décade en les enlevant du circuit à chaque fois et en mesurant leur valeur au multimètre, mais cela ralentit assez largement la prise de mesure, et cela donnerait une précision sans doute inutile ici. En effet, on ne fait pas de la métrologie, on cherche juste à vérifier une relation analytique.

Tracer les courbes  $R_{C1} = a1 * \frac{1}{R_{21}}$  ;  $\frac{1}{R_{C2}} = a2 * \frac{1}{R_{21}} + b2$  ;  $\frac{1}{R_{C3}} = a3 * \frac{1}{R_{21}} + b3$

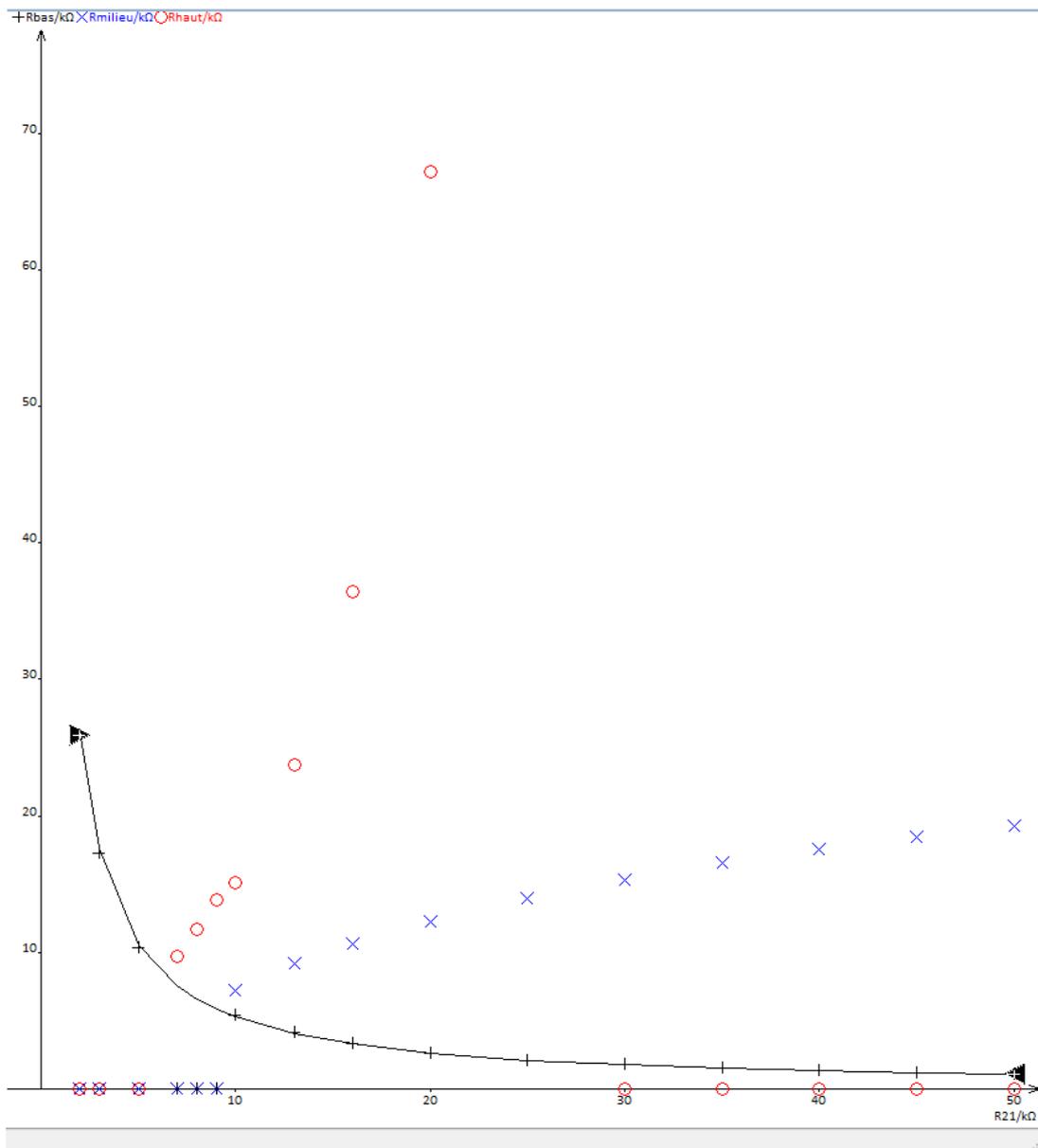


FIGURE 11 – Limites de stabilité

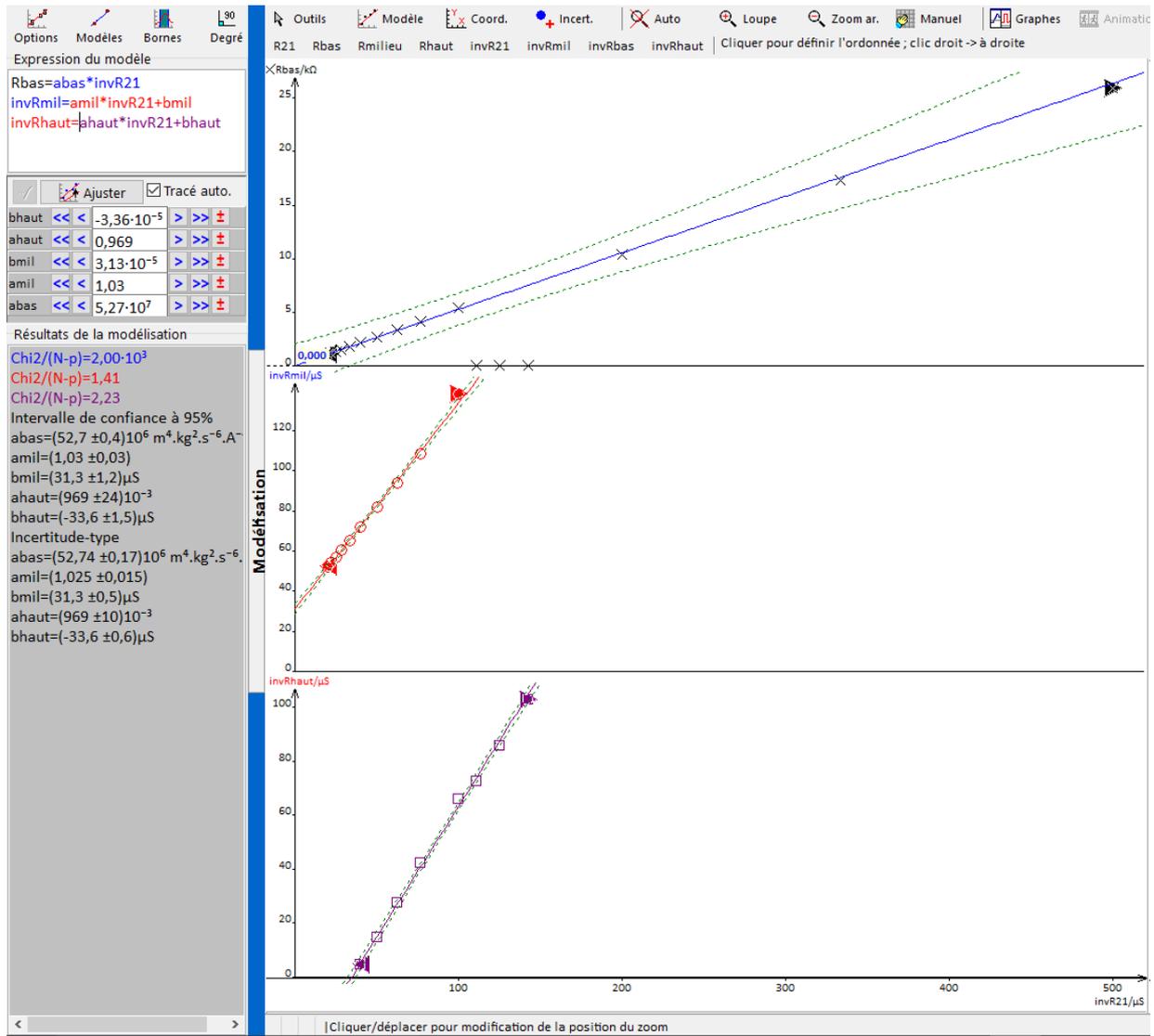


FIGURE 12 – Modélisation des limites de stabilité

- $a_{1att} = 51960 \pm 40k\Omega^2$  ;  $a_{1exp} = 52740 \pm 400k\Omega^2$
- $a_{2att} = 1$  ;  $a_{2exp} = 1.03 \pm 0.03$
- $b_{2att} = \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} = 36,15 \pm 0.05\mu\Omega^{-1}$  ;  $b_{2exp} = 31,4^{\pm 0.6}\mu\Omega^{-1}$
- $a_{3att} = 1$  ;  $a_{3exp} = 0.97^{\pm 0.03}$
- $b_{3att} = -\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} = -36,15 \pm 0.05\mu\Omega^{-1}$  ;  $b_{3exp} = -33.6 \pm 1.5\mu\Omega^{-1}$

On peut remarquer que l'on obtient les bonnes pentes de 1 pour  $\frac{1}{RC_2}$  et  $\frac{1}{RC_3}$ .

On peut remarquer que l'on trouve systématiquement des résistances légèrement plus élevées que celles attendues. On est légèrement à côté de la barre d'erreur. Ceci est sûrement dû au fait que le modèle suppose un circuit parfait, hors l'offset des AO pas parfaitement nul créé décalage. Il y a également probablement un écart dû au fait que les résistances Ra, Rb et les condensateurs C ne sont pas rigoureusement identiques entre chaque oscillateur, créant un autre décalage avec le modèle.

Mais d'une manière globale, les lois de comportement analytiques ont bien été vérifiées.