

Christophe
Nickerel

Biblio BUP 867
Quercenba
Cherbourg

MP 36

~~Oscillations couplées.~~ Couplage des oscillateurs.

Intro :

Nous avons vu en leçon comment le couplage entre 2 O.H. conduit à obtenir 2 fréquences propres ^{identiques} là où on en avait une seule, les 2 fréquences étant d'autant mieux séparées que le couplage est fort.

Nous avons également vu que le couplage permet deux O.H. d'échanger leur énergie mécanique.

C'est ce que nous allons illustrer dans ce montage.

Conclusion

Nous ~~pourr~~ avons montré les conséquences du couplage sur l'énergie et les fréquences.

Nous avons évoqué les phénomènes de dissipation qui, sans apport extérieur d'énergie, placent le système sur la fréquence propre la plus basse.

I Couplage de pendules de torsion

2 pendules identiques $J = J_0 + mg\ell$
couplés par un ressort de torsion Γ .
oscillations élastiques (en posant $C = mg\ell$)

$$\begin{cases} J\ddot{\theta}_1 + C\theta_1 + \Gamma(\theta_1 - \theta_2) = 0 \\ J\ddot{\theta}_2 + C\theta_2 + \Gamma(\theta_2 - \theta_1) = 0 \end{cases}$$

a) Détermination du couplage

- En prépa, mesure de $J_0 = 796 \pm 2,3 \text{ m}^2 \text{kg s}^2$.
- Avec $\ell =$ et $m =$
- On bloque le pendule 2 ; on observe le pendule 1 :
 $\omega_0^2 = \frac{C + \Gamma}{J}$ Mesure: $\omega_0 =$ rad/s
 $\Gamma = (350 \pm 30) 10^3 \text{ N.m. rad}^{-1}$
- Constante de couplage

$$k = \frac{\Gamma}{\Gamma + C}$$

b) Modes propres

Symétrique: $\omega_s^2 = \omega_0^2 (1 - k) = \frac{C}{J}$ $\omega_{\text{th}} =$

Mesure $V_s =$ $\pm$

Antisymétrique $\omega_a^2 = \omega_0^2 (1 + k) = \frac{C + \Gamma}{J}$ $\omega_{\text{th}} =$

Mesure $V_{AS} =$ $\pm$

• Lancer CI qq. FFT $\rightarrow \omega_s, \omega_{AS}$.

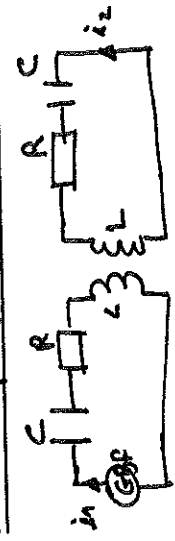
c) Aspects énergétiques (qualitatif).

$$E_m = \frac{1}{2} J \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} (C + \Gamma) \theta_1^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} (C + \Gamma) \theta_2^2 - \Gamma \theta_1 \theta_2$$

Observations qualitatives:

- * Échanges d'énergie mécanique $\Leftrightarrow$
- * décohérence de E_m — on ne fait pas d'hypothèse sur l'amortissement.
- On observe l'évolution de E_m sur les modes S et AS.

II Couplage inductif de 2 RLC série



Couplage inductif: $\begin{cases} L \ddot{i}_1 - M \ddot{i}_2 + R \dot{i}_1 = 0 \\ M \ddot{i}_1 - L \ddot{i}_2 + R \dot{i}_2 = 0 \end{cases}$ idem 2 $\leftrightarrow$ 1.

a) Détermination du couplage

$\omega_1 M = \frac{V_2}{j\omega_1 i_1}$ $k = \frac{M}{L}$

On mesure M pour 2 distances d.

$$\begin{cases} M_1 = \pm \text{mH} \rightarrow k_1 = \pm \\ M_2 = \pm \text{mH} \rightarrow k_2 = \pm \end{cases}$$

b) Oscillations libres: modes propres

GBF: créniaux $f \approx 10\text{ Hz}$
 → régime pseudo-périodique avec battements.
 → on mesure f_1 et f_2 par FFT.

distance $f_1 = \pm H_1 \rightarrow M =$
 $f_2 = \pm H_2$

$d = d_1 \quad f_1 = \pm H_1 \rightarrow M =$
 $f_2 = \pm H_2$

c) Oscillations forcées: modes résonnants

On cherche les résonances en intensité sur l'oscillo
 (recherche déphasage nul). $f_1 =$
 $f_2 =$
 → on retrouve les modes propres.

III Couplage à 4 d.d.l.

$\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ → les ressorts sont identiques (raideur k)
 $\rightarrow$ les masses sont identiques, inerties égales.
 (donc $m \ell^2$)
 en sens de: écarts $\approx 10\%$

Relation de dispersion: $\omega^2 = \omega_0^2 + \frac{4k}{m} \sin^2 \frac{p\pi}{10}$
 $\omega^2 = \frac{g}{\ell} \quad p = 1 \text{ à } 4.$

mesures en prépa: $\omega_0^2 =$ $k =$

a) Mesure des 4 fréquences propres

Excitation: impulsion.

Acquisition FFT → 4 pics.

$\nu_1 =$
 $\nu_2 =$
 $\nu_3 =$
 $\nu_4 =$

On vérifie la relation de dispersion.

b) Modes résonnants (qualitatif)

Montage: 
 moteur → ν_{mot}

On observe les 4 modes résonnants.

c) Profil énergétique (qualitatif) sur oscillations libres

On observe des échanges d'énergie et une décroissance de E_m .

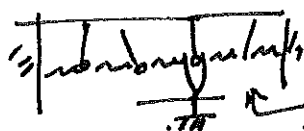
Remarques

① Preliminaires

- équilibrer chaque pendule
- on place la barette à une longueur l fixée.
- on mesure la fréquence propre du pendule (découplé) pour différentes masses m (incluant la masse de la barette) et $\omega^2 = \frac{mgl}{J_0 + mgl}$

- Regression donne J_0 .
- Initialiser le capteur (offset et gain) !
- Pour le calcul de l'énergie:
 - a) pour θ_1 et θ_2 , évaluer $\langle \theta_1 \rangle$ et $\langle \theta_2 \rangle$ sur les acquisitions (pas toujours nulles!)
 - b) $E_m = \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} (c + r) (\theta_1 - \langle \theta_1 \rangle)^2 + \dots - r (\theta_1 - \langle \theta_1 \rangle) (\theta_2 - \langle \theta_2 \rangle)$
since E_m oscille !

③. Avec une noix + 1 pince, on isole 1 pendule.



pendule isolé $\rightarrow \omega^2 = \frac{g}{l} + \frac{2k}{m}$

on mesure l , on obtient k ($\sim 25 \text{ N/m}$).

- Profil énergétique: même remarque, à savoir il faut soustraire les valeurs moyennes des positions dans le calcul des E_p .

> Agrégation 2010 - Note : 17/20

À noter que j'avais le choix avec le montage intitulé *Quantité de mouvement, moment cinétique et énergie en mécanique classique*.

Questions et commentaires du jury : 1ère partie : pendules couplées par fil de torsion. Comment faire pour avoir des conditions initiales mieux contrôlées ? Pour l'aspect énergétique, on fait une acquisition longue puis on fait une analyse de Fourier. Question sur les paramètres d'acquisition, les conditions à respecter... Pourquoi le signal présente des rebonds autour des fréquences attendues (*fenêtres de pondération et acquisition sur un temps qui n'est pas un multiple des deux fréquences qui constituent le signal*). Amortissement des oscillations : comment peut-on savoir si l'origine est un frottement fluide ou solide (*allure de la décroissance et dépendance des fréquences avec le frottement*) 2ème partie : couplage capacitif de deux RLC série. Les composants utilisés étaient tels que les fréquences "symétrique" et "anti-symétrique" n'étaient pas proches. On ne voyait donc pas de battements à l'oscillo, ils m'ont demandé pourquoi. Modélisation de l'influence du couplage sur l'écart fréquentiel entre les deux modes. Questions sur les incertitudes. 3ème manip : couplage de pendules par ressorts par vidéocom. Excitation par un moteur pas à pas. Questions sur le fonctionnement du moteur.

Commentaires personnels : j'imagine que le matériel n'avait pas encore été utilisé pendant le semaine et qu'il avait souffert du transport. Les potentiomètres des pendules étaient tournés de sorte qu'on ne pouvait pas régler leur zéro et il manquait les ressorts pour la manip avec vidéocom. Les techniciens ont bien solutionné ces problèmes, mais attention, ça peut être long.

13.12 SYSTÈMES BOUCLÉS (OSCILLATEURS EXCLUS).

13.12.1 Commentaires extraits des rapports de jury

[2010] "L'utilisation de "boîtes noires" présentant des défauts introduits exprès pour qu'on les corrige par asservissement ne fait qu'illustrer l'incapacité des candidats à aborder des problèmes pratiques réels. Le monde moderne regorge pourtant de systèmes asservis."

[2009] "Il n'est pas interdit de penser à d'autres domaines que l'optique."

[2008] "L'utilisation de boîtes noires dont le fonctionnement n'est pas maîtrisé dessert les candidats¹³."

[2007] "La connaissance du comportement en fréquence des quadripôles est nécessaire pour discuter les propriétés d'un système bouclé. Le tracé d'un diagramme de Bode peut faciliter la présentation."

[2004] "Il n'est pas nécessaire de se lancer dans des prestations trop techniques ou trop ambitieuses. Ce montage peut donner lieu à une bonne liaison entre mesure et grandeur physique, pour peu que l'on ne perde pas de vue la mise en valeur de la grandeur physique elle-même. Cela dit, les méthodes de corrections "PID" peuvent être montrées simplement sur des exemples judicieusement calibrés¹⁴."

13. Le titre du montage était alors le suivant : *Asservissement d'une grandeur physique ; applications*

14. Le titre était alors le suivant : *Asservissement d'une grandeur physique*.

[1998] "On peut bien entendu se limiter aux asservissements analogiques et laisser, sur ce sujet, les techniques numériques aux spécialistes. Le choix du dispositif, ainsi que celui de la grandeur asservie, sont laissés au candidat. Certains dispositifs un peu sophistiqués permettent d'illustrer assez complètement de nombreux aspects du sujet. Mais, il est dangereux d'utiliser une maquette dont on ne connaît pas le principe. Il existe des montages plus simples utilisant par exemple un correcteur (PI, PID, ...) et permettant l'étude de l'asservissement de vitesse (ou de position) d'un moteur. Bien qu'on exige davantage à l'agrégation, il faut savoir qu'une simple régulation de température en tout ou rien permet déjà de montrer un certain nombre de phénomènes."

13.12.2 Retour des années précédentes

> Agrégation 2008 - Note : 17/20

À noter que j'avais le choix avec le montage intitulé *Production et analyse d'une lumière polarisée*.

Questions et commentaires du jury : c'est quoi l'intérêt du diagramme de Nyquist ? Tous les oscillateurs sont-ils non-linéaires ?

> Agrégation 2010 - Note : 03/20

À noter que j'avais le choix avec le montage intitulé *Thermométrie*.

Questions et commentaires du jury : précisions sur toutes les quantités qu'on manipule avec la cavité confocale. Sens physique de la finesse, de la résolution, de l'intervalle spectral libre ?

Commentaires personnels : premier commentaire du jury en plein montage, ça m'a soulé ! J'ai présenté l'AO boucle ouverte, puis l'ampli inverseur, l'asservissement en position (que j'ai été bien incapable de faire fonctionner) et le laser. Une vraie catastrophe malgré des techniciens très disponibles et très gentils, j'ai paniqué et fait une présentation lamentable qui vaut bien la note.

13.13 INSTABILITÉS ET PHÉNOMÈNES NON-LINÉAIRES.

13.13.1 Commentaires extraits des rapports de jury

[2010] "Il s'agit de bien illustrer quelques caractéristiques typiques des systèmes non-linéaires : pluralité des positions d'équilibre, bifurcation, caractérisation des non linéarités, ralentissement critique..., en fonction du ou des système(s) choisi(s) pour illustrer ce montage."

[2009] "Il n'est pas interdit de penser à d'autres domaines que l'optique."

[2007] "Éviter un choix trop ambitieux de manipulations non maîtrisées."

[1998] "De même, pour les phénomènes non-linéaires, il ne suffit pas de monter quelques expériences sur le pendule simple ou sur le redressement du courant par des diodes ;

[2005] "Les appareils de mesure traditionnels (palmer, mètre-ruban) permettent de vérifier les valeurs obtenues par des méthodes dont on cherche à illustrer le principe."

13.10.2 Retour des années précédentes

▷ Agrégation 2008 - Note : 06/20

À noter que j'avais le choix avec le montage intitulé *Lasers*.

Questions et commentaires du jury : expériences pas assez exploitées ; bien expliquer avant de manipuler ce qu'on va faire et plus détailler le protocole suivi pour prendre des mesures.

▷ Agrégation 2008 - Note : 12/20

À noter que j'avais le choix avec le montage intitulé *Asservissement d'une grandeur physique : application*.

Questions et commentaires du jury : qu'est-ce que la poudre de graphite ? Qu'est-ce qu'on observe à l'oscillo pour l'expérience du banc hyperfréquence ? À quoi sert l'ondemètre sur le banc hyperfréquence ? Est-ce que l'indice du verre est toujours égal à 1.5 ?

13.11 COUPLAGE DES OSCILLATEURS

13.11.1 Commentaires extraits des rapports de jury

[2010] "Les pendules utilisés dans le cadre de ce montage sont souvent loin d'être des pendules simples. D'autre part, il faut réaliser le montage correspondant aux équations que l'on écrit (ou l'inverse), sinon l'interprétation n'est pas correcte. Enfin, les couplages non-linéaires conduisent à des phénomènes nouveaux comme l'accrochage de fréquence, qui ont de nombreuses applications."

[2009] "Il n'est pas interdit de penser à d'autres domaines que l'optique."

[2006] "Les systèmes propagatifs à constantes réparties n'ont leur place dans ce montage qu'à condition de faire référence explicitement au couplage lors de la manipulation présentée."

[2005] "Ce montage ne doit pas se limiter aux filtres passifs. D'autres domaines que l'électronique peuvent également être abordés."

[2004] "L'étude de la phase est trop souvent absente de ces montages alors qu'elle fournit des relations complémentaires non redondantes à celle de l'amplitude"

[1999] "L'étude du couplage d'oscillateurs identiques ne permet pas de couvrir la totalité du sujet."

[1997] "Dans l'étude de deux oscillateurs couplés, il ne faut pas s'appesantir sur la détermination des paramètres des oscillateurs indépendants, mais il faut plutôt considérer les deux régimes, oscillations libres et forcées. Il est aussi possible d'étendre l'étude à des

13.11. COUPLAGE DES OSCILLATEURS

oscillateurs comportant plus de deux degrés de liberté¹²."

13.11.2 Retour des années précédentes

▷ Agrégation 2008 - Note : 11/20

À noter que j'avais le choix avec le montage intitulé *Asservissement d'une grandeur physique : applications*.

Commentaires personnels : mon plan :

1. Couplage des pendules par un fil de torsion ;
2. Couplage inductif avec bobines ;
3. Chaîne de pendules couplés avec forçage sinusoïdal, modes.

Pour les pendules, j'ai illustré l'importance d'avoir les mêmes fréquences propres pour un bon couplage entre les deux pendules. Pour les circuits RLC couplés, je suis resté très qualitatif en montrant les configurations qui permettaient un couplage plus ou moins important (orientation des bobines, distances). J'ai commencé à parler de la chaîne dans les 5 dernières minutes. J'ai eu le temps de montrer la relation de dispersion que j'avais fait en préparation mais je n'ai pas pu montrer le fit et remonter à la distance entre les pendules. J'ai essayé de justifier les conséquences du couplage sur l'allure de la courbe de dispersion.

▷ Agrégation 2008 - Note : 13/20

À noter que j'avais le choix avec le montage intitulé *Diffraction des ondes lumineuses*.

Commentaires personnels : expériences présentées : pendules couplés (couplage classique), couplage inductif (couplage inertielle) et expérience que je n'ai pas eu le temps de montrer : 12 oscillateurs couplés (cf présentation de l'année 2007/2008). Le jury est resté alors que je n'avais écrit qu'un tiers de mon tableau mais il m'a laissé 2 minutes pour finir, sans me presser. Le jury m'a posé des questions sur la transformée de Fourier assez classiques, sur le moment d'inertie d'un pendule pesant avec ou sans masse (qu'est-ce que représente physiquement le moment d'inertie ?) et des questions sur le montage impliquant les bobines.

▷ Agrégation 2010 - Note : 08/20

À noter que j'avais le choix avec le montage intitulé *Instabilités et phénomènes non-linéaires*.

Questions et commentaires du jury : comment évaluez-vous la position du point source avec le laser divergent ? Quelle est la différence de marche entre les ondes qui génèrent deux anneaux sombres successifs ? Comment évaluez-vous les incertitudes sur la position des éléments optiques ? Comment se placer dans les conditions de Fraunhofer rigoureusement ? Le faisceau laser est-il parallèle ? Comment évaluez-vous la position de la première extinction ? Si on incline le fil, comment évolue la figure de diffraction ? Et si on le translate ? Quelle est la différence entre la diffraction par un fil et par une fente ?

¹² Le titre du montage était alors le suivant : *Oscillations couplées*.