

---

# MP33

## RÉGIMES TRANSITOIRES.

---

Marc GRAPIN - Thomas BUSSER - Maxime PERRIER

### Bibliographie :

- 1 - P.Brenders, Electronique PSI; explique la théorie du régime transitoire, l'expérience du RLC en découle.
- 2 - R.Duffait, Expériences d'électronique; théorie sur la réponse indicielle et moteur asservis.
- 3 - Quaranta, Mécanique; c'est presque l'expérience de l'amortisseur fait dans ce montage.

**Commentaires du Jury :** 2013 : Il existe des régimes transitoires dans plusieurs domaines de la physique et pas uniquement en électricité. Bien que le régime transitoire des systèmes linéaires, évoluant en régime de réponse indicielle, puisse parfois se ramener à l'étude d'un circuit RC, la simple mesure du temps de réponse d'un tel circuit ne caractérise pas l'ensemble des propriétés des régimes transitoires. D'autre part, l'établissement de régimes forcés peut conduire à une physique bien plus variée que le retour à une situation d'équilibre. Varier les échelles de temps.

2012, 2011 : Les régimes transitoires ne se réduisent pas à la relaxation des systèmes linéaires en électricité. Par ailleurs, l'établissement de régimes forcés peut conduire à une physique bien plus variée que le retour à une situation d'équilibre.

2010 : Il existe des régimes transitoires dans plusieurs domaines de la physique et pas uniquement en électricité. Bien que le régime transitoire des systèmes linéaires, évoluant en régime de réponse indicielle, puisse parfois se ramener à l'étude d'un circuit RC, la simple mesure du temps de réponse d'un tel circuit ne caractérise pas l'ensemble des propriétés des régimes transitoires. D'autre part, l'établissement de régimes forcés peut conduire à une physique bien plus variée que le retour à une situation d'équilibre.

2009 : Il existe des régimes transitoires dans plusieurs domaines de la physique et pas uniquement en électricité. Bien que le régime transitoire des systèmes linéaires, évoluant en régime de réponse indicielle, puisse parfois se ramener à l'étude d'un circuit RC, la simple mesure du temps de réponse d'un tel circuit ne caractérise pas l'ensemble des propriétés des régimes transitoires. D'autre part, l'établissement de régimes permanents non stationnaires peut conduire à une physique bien plus variée que le retour à une situation d'équilibre.

2008 : Ce nouveau montage a été peu choisi cette année. Notons pourtant que les régimes transitoires interviennent dans de nombreux domaines de la physique et pas seulement en électricité!

**Questions de réflexion :** • Comment trouver une résistance critique précisément ? • Pourquoi y-a-t'il des oscillations sur un crâneau de GBF ? Quel lien entre fréquence de résonance et temps caractéristique du transitoire ?

**Commentaires sur le montage :** Ce montage à été traité les années précédentes avec des expériences qui reviennent en boucle : le RLC (incontournable), l'asservissement en position (utilisé dans un autre montage donc chouette), la manip de diffusion de glycerol mesuré par déviation d'une nappe laser (cf Calecki - Diu, Exercices et problèmes de thermodynamique p357 et BUP 819 p1885-1887)) ou la barre de cuivre. Concernant les deux dernières expériences, je vous laisse lire les retours de l'année 2010 ci-dessous, vous allez rire (ou pas) :

• Note : 8/20. La préparation fut catastrophique, les branchements de la barre de cuivre de l'ENS ont pris feu à cause d'un faux contact, je n'ai pu avoir une nouvelle barre (en fer) qu'une heure avant la fin ... J'ai voulu lancer trop d'expériences en même temps et rien ne marchait, la courbe de la diffusion du glycérol n'était pas du tout en accord avec la théorie... j'ai exploité en catastrophe la barre de fer pendant 30 min devant le jury.

• Note : 3/20. J'ai été complètement déstabilisée par les techniciens. Je ne les mets pas en cause, j'aurais dû imposer ma volonté. J'avais prévu : RC, RLC, diffusion du glycérol (à cause des différents domaines de la physique et la barre de cuivre ayant été cassée en première session). La diffusion du glycérol prenant longtemps, j'ai voulu la lancer tout de suite. Et là au lieu de faire comme je le leur disais, les techniciens ont dit « on va faire plutôt comme ça, ce sera mieux » . Je les ai laissé faire, grosse erreur, du coup cette expérience, a monopolisé mes 2 techniciens pendant 3h30, il fallait sans arrêt recommencer l'expérience et ils n'arrêtaient pas de m'appeler toutes les 10 minutes, alors que si on avait fait comme je l'avais dit, le problème qui faisait recommencer l'expérience sans arrêt n'aurait même pas été présent.

# TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION	1
1 - ETUDE D'UN CIRCUIT DU DEUXIÈME ORDRE	2
1.1 Différents type de régime transitoires . . . . .	2
1.2 Réponse indicielle (Duffait p139) . . . . .	3
2 - ETUDE D'UN MOTEUR ASSERVI EN POSITION	4
2.1 Caractéristiques du montage (cf Duffait p328) . . . . .	4
2.2 Discussions et améliorations . . . . .	5
3 - AMORTISSEUR	6
3.1 Caractérisation . . . . .	6
CONCLUSION	7

## INTRODUCTION

- On appelle régime transitoire un régime qui permet de passer d'un état permanent à un autre (pas forcément stationnaire).
- Les régimes transitoires sont souvent mis de côté pour laisser place au régime permanent qui nous intéresse : lorsqu'on allume un four, le transitoire c'est le temps de chauffe mais ce que l'on souhaite c'est une température constante. Egalement pour un amortisseur de voiture, la secousse et les oscillations que l'on ressent après un dos d'âne ne sont pas souhaitées.
- On comprend qu'il y a une notion de temps associé au régime transitoire qu'il est essentiel de savoir maîtriser (limiter le temps de chauffe pour le four, réduire les oscillations pour une voiture).
- Mais ce n'est pas tout ! on va montrer que pour un système supposé linéaire et invariant dans le temps (SLIT), le régime transitoire s'avère être un formidable outil pour le caractériser. • On étudiera un circuit du deuxième ordre pour se donner des outils d'étude du régime transitoire qu'on appliquera ensuite à différents systèmes supposés linéaires.

# 1 ETUDE D'UN CIRCUIT DU DEUXIÈME ORDRE

## 1.1 Différents type de régime transitoires

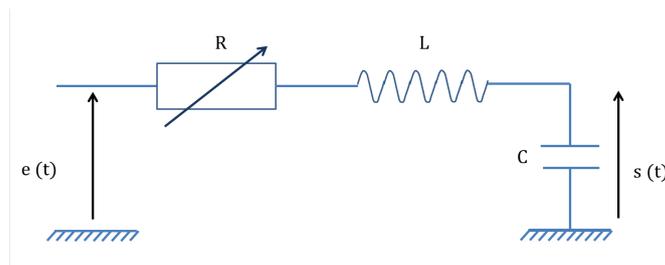


FIGURE 1.1 – Circuit RLC.

Equation de la tension aux bornes du condensateur dans un circuit RLC :

$$LC \frac{d^2 s(t)}{dt^2} + RC \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = e(t) \quad (1.1)$$

L'idée c'est que la solution de l'équation est la somme d'une solution particulière et de la solution de l'équation homogène (i.e. pour  $e(t) = 0$ ) : c'est cette dernière qui caractérise le système et le régime transitoire, elle est sensée tendre vers 0 si le système est stable.

Equation homogène d'un système du second ordre :

$$\frac{d^2 s(t)}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{ds(t)}{dt} + \omega_0^2 s(t) = 0 \quad (1.2)$$

Ici  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  la pulsation propre du système et  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$  est le facteur de qualité. On défini aussi  $m = \frac{1}{2Q}$  le facteur d'amortissement. Le polynôme caractéristique de l'équation homogène est :

$$r^2 + 2m\omega_0 r + \omega_0^2 = 0 \quad (1.3)$$

Le discriminant  $\Delta$  vérifie  $\Delta = 4\omega_0^2(m^2 - 1)$  ce qui donne trois types de solutions différentes<sup>1</sup> : le régime apériodique ( $m < 1$ ), régime critique ( $m = 1$ ), le régime pseudo-périodique ( $m > 1$ ) qui sont représentées ci-dessous.

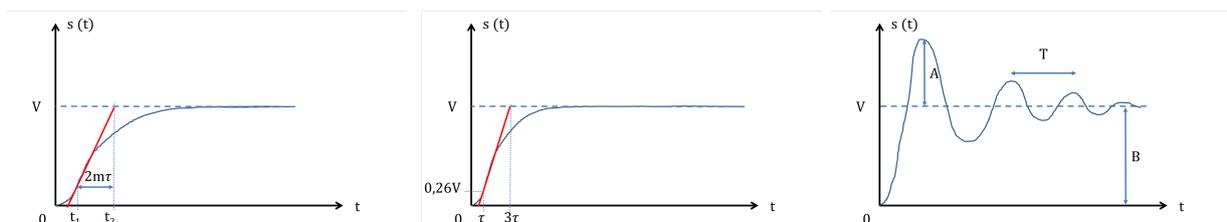


FIGURE 1.2 – De gauche à droite : régime apériodique, régime critique, régime pseudo-périodique.

★ **manip** : Faire varier R et montrer les différents régimes. Discuter du nombre d'oscillations en régime pseudo-périodique (environ égal au facteur de qualité).

1. c.f. P.Brenders, Electronique (p44), pour avoir les solutions analytiques.

★ **manip** : En préparation on mesure L et C au RLC-mètre, on dit que ces valeurs dépendent de la fréquence de travail de l'appareil de mesure. En direct on utilise l'analyseur de spectre pour tracer le diagramme de gain du système. On évalue ainsi  $\omega_0$  et  $Q$  qui caractérisent le système. On compare avec les valeurs calculées.

Il y a un moyen très efficace d'étudier un système à partir du transitoire lui-même, en utilisant une réponse indicielle.

## 1.2 Réponse indicielle (Duffait p139)

La réponse d'un SLIT est :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t-t')e(t')dt' \quad (1.4)$$

Avec  $e$  (resp.  $s$ ) l'entrée (resp. la sortie). Si on envoie un échelon en tension, i.e.  $e(t') = 0$  pour  $t' < 0$  et  $e(t') = V$  pour  $t' > 0$ , alors on obtient :

$$s(t) = V \int_0^t h(\tilde{t})d\tilde{t} \quad (1.5)$$

Si on dérive cette formule, on obtient :

$$\frac{ds(t)}{dt} = Vh(t) \quad (1.6)$$

En prenant la transformée de Fourier de  $\frac{ds(t)}{dt}$  on a donc la fonction de transfert  $H(j\omega)$  du SLIT ! Ainsi on a :

$$\left| TF \left( \frac{ds(t)}{dt} \right) \right| = V.H(\omega) \quad (1.7)$$

ce n'est autre que le gain du filtre (à un facteur près), et :

$$\arg \left( TF \left( \frac{ds(t)}{dt} \right) \right) = \phi \quad (1.8)$$

ce n'est autre que la phase.

★ **manip** : Faire des acquisitions de  $s(t)$ , dériver (ou utiliser un dérivateur, mais c'est plus facile à dire qu'à faire), faire la TF en amplitude et en phase (ne marche pas très bien pour la phase). Faire une mesure de  $\omega_0$  et de  $Q$ , montrer que  $\Delta f = 4\pi m f_0 = R/L$  est linéaire en  $R$  (utiliser un modèle Lorentzien, à faire par l'utilisateur dans Latis-pro).

► Le transitoire est un formidable outil d'investigation.

► On a appliqué cette méthode au RLC, système simple qui semble présenter un intérêt réduit... Bien au contraire, le RLC à pour equation :

$$\frac{d^2S(t)}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dS(t)}{dt} + \omega_0^2 S(t) = H_0 \omega_0^2 E(t)$$

comme la plupart des systèmes mécaniques ! Avec  $\ddot{x} + \omega_0^2 x$  la partie harmonique et  $\gamma \dot{x}$  la partie visqueuse. On peut résonner par analogies : si on arrive à modéliser un système mécanique par une équation d'ordre 2, on peut appliquer ces méthodes de transitoire à ces systèmes. On va basculer lentement vers la mécanique en étudiant tout d'abord un moteur asservi en position.

## 2 ETUDE D'UN MOTEUR ASSERVI EN POSITION

### 2.1 Caractéristiques du montage (cf Duffait p328)

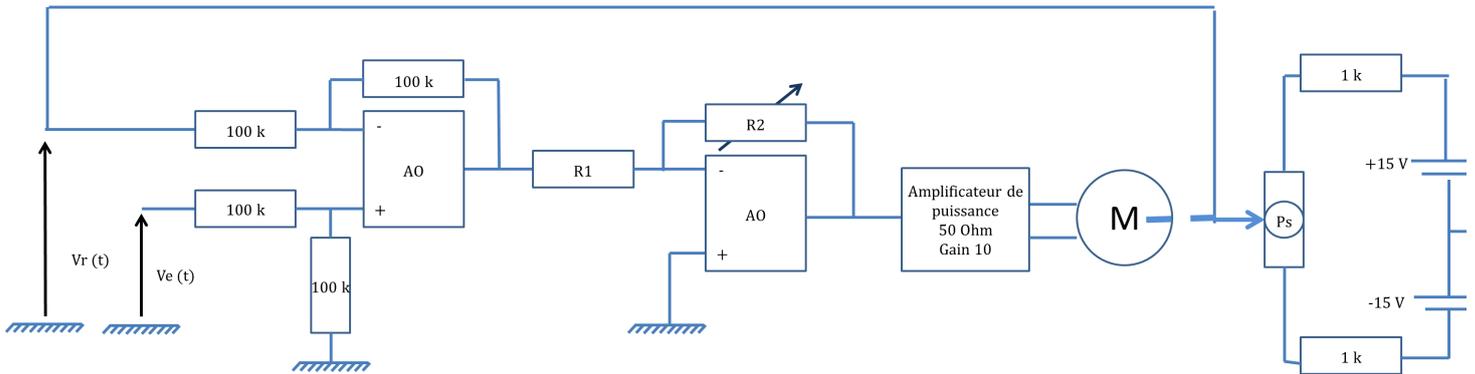


FIGURE 2.1 – Montage du moteur asservi en position.

La fonction de transfert (en transformée de Laplace) du système est du type<sup>1</sup> :

$$H(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2} \quad (2.1)$$

avec

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{kA_v K}{R_m J_m}}$$

où  $k = \frac{2 \times 15/3}{2\pi}$  V.s (lien entre l'angle et la tension délivrée par le potentiomètre),  $K \simeq 0.11 \pm 0.01$  couplage entre tension et rotation du moteur ( $V_m = R_m I_m + K\omega_m$ ),  $A_v = G_{\text{ampli}} \times R_2/R_1$ ,  $R_m \simeq 10 \pm 6\Omega$  la résistance du moteur<sup>2</sup>,  $J_m \simeq 4.10^{-5}$  le moment d'inertie du moteur.

Ce qui est important ici c'est d'obtenir une équation du second ordre en  $V_e(t)$ . Si on impose un échelon de tension le système va répondre comme un circuit RLC, à condition de rester dans une zone limitée (un gain  $A_v$  faible entre 5 et 10, la modélisation est valable dans une région limitée, on ne peut pas faire varier  $R_2$  infiniment). En effet, on a pas tenu compte dans la modélisation des effets inductifs, qui donne une equation d'ordre 3. Une telle équation est approchée correctement par une equation d'ordre 2 à condition de rester dans une zone limitée (typiquement, faire varier  $R_2$  de 10 à 50 k $\Omega$ ).

★ **manip** : Montrer l'influence du gain (si  $m$  diminue  $\omega_0$  augmente). Montrer la résistance à une force extérieure (se mettre en tension continue). Réponse à un échelon.

★ **manip** : Envoyer un échelon de tension, utiliser un dérivateur pour récupérer le signal, faire la TF du signal dérivé. Mesurer  $\omega_0$  (et  $Q$  uniquement devant le jury) à partir de la TF et tracer  $\omega_0$  en fonction de  $\sqrt{R}$ , c'est linéaire et normalement on s'attend à avoir  $\omega_0 = (30 \pm 15) \times \sqrt{R_2/R_1}$ . Calculer  $\tau_m = Q/\omega_0 \sim 1.10^{-2}s$  pour une prochaine manip.

1. c.f. Duffait pour le détail des calculs.

2. Attention lorsqu'on parle de résistance interne du moteur à courant continu, pensez aux charbons et au collecteur, faites la mesure vous verrez!

## 2.2 Discussions et améliorations

► L'asservissement : compromis à faire sur facteur de qualité. Les oscillations sont gênantes ici (imaginez un bras robot qui dépose une micro puce sur un circuit imprimé) mais permettent d'arriver à la valeur de consigne rapidement et correctement, pas comme dans le régime amorti.

★ **manip** : montrer le temps de montée, le temps de réponse à 5%, la dérive en fonction de la résistance si ce n'est pas déjà fait.

► Une autre possibilité est d'utiliser un correcteur à avance de phase (en lien avec les P.I.D. : proportionnel intégral dérivé), en mettant en parallèle de  $R_1$  et  $R_2$  une capacité  $C_1$  et  $C_2$  tel que la correction sur la fonction de transfert du filtre sans asservissement satisfasse :

$$T'(p) = \frac{B_m}{p(p\tau_m + 1)} \times C(p) \quad (2.2)$$

où

$$C(p) = \frac{\tau_1 p + 1}{\tau_2 p + 1} \quad (2.3)$$

où  $\tau_1 = R_1 C_1$  et  $\tau_2 = R_2 C_2$  Si on choisit bien  $\tau_1 = \tau_m$  on a une nouvelle constante de temps  $\tau'_m = \tau_2 = \frac{Q'}{\omega_0}$  : on peut changer l'amortissement sans changer  $\omega_0$  relié au temps de montée. On cherche à avoir un amortissement augmenté d'un facteur 2 donc pour  $R_1 = 10k\Omega$  et  $R_2 = 100k\Omega$ , comme  $\tau_m \simeq 50s$ , on a  $C_1 \simeq 5\mu F$  et que

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{m'}{m}$$

donc  $C_2 \simeq 250nF$ .

★ **manip** : Montrer l'influence du correcteur, normalement le nombre d'oscillations est diminué de moitié. Mesurer le dépassement à l'oscilloscope et appliquer la formule

$$\sqrt{\frac{\pi}{(\ln(D))^2} + 1} = \frac{1}{m}$$

. Montrer qu'on a bien multiplié par 2 le facteur m.

# 3 AMORTISSEUR

## 3.1 Caractérisation

► On passe à un système purement mécanique présent dans toutes les voitures : les amortisseurs, dont le principe est étudié par ce montage.

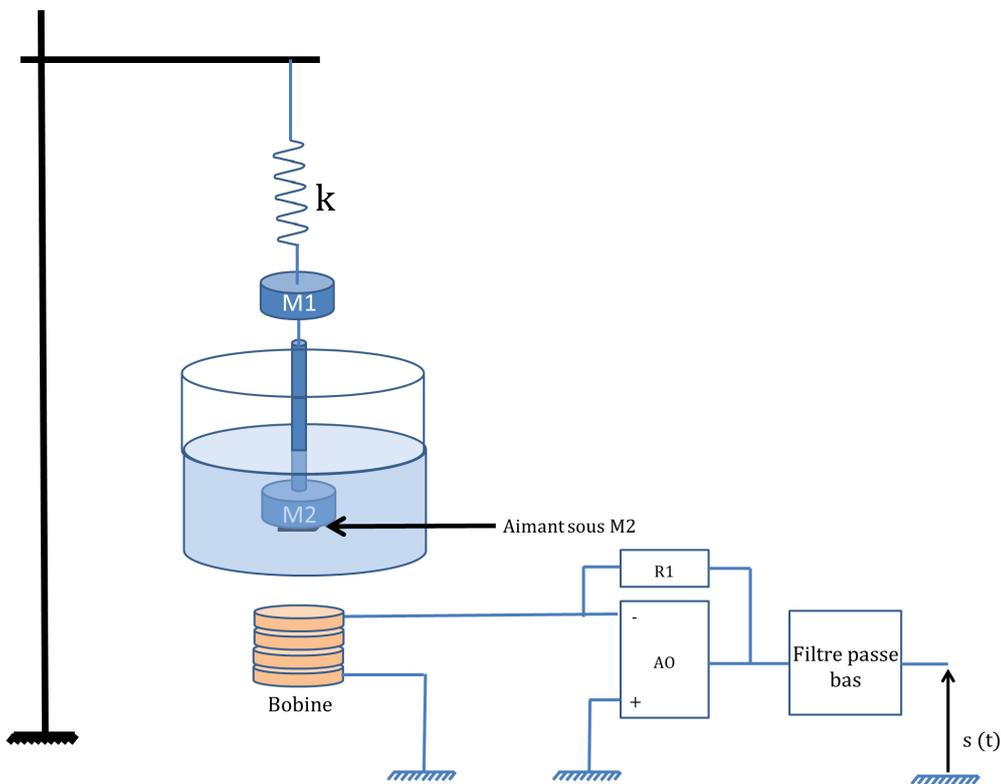


FIGURE 3.1 – Principe d'un amortisseur (cf Quaranta mécanique à "Pendule")

Le montage permet de repérer la vitesse de la masse et pas sa position. Tant mieux ! On pourra effectuer la TF directement sur le signal acquis.

Equation :

$$M\ddot{x} + \gamma\dot{x} + kx = 0 \tag{3.1}$$

où  $M = M1 + M2$  - masse de fluide déplacé. Donc  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}}$  et  $m$  l'amortissement (attention ce n'est pas la masse) vérifie  $2m\omega_0 = \frac{\gamma}{M}$ .

★ **manip** :  $k$  et  $M$  sont mesurés en préparation, attention à la masse de fluide déplacé qui donne des incertitudes. On envoie un échelon de position avec la masse à l'air avec une pince qui frotte sur le dispositif. On voit apparaître une diminution linéaire due aux frottements secs.

★ **manip** : On met la masse  $M2$  dans l'eau et on change  $M1$  : on acquiert différentes valeurs de  $M$  et donc différents spectres, qu'on trace et qu'on modélise par une Lorentzienne. On mesure  $m$  et  $f_0$  et on trace  $4\pi m.f_0 = \gamma/M$  en fonction de  $1/M$ .

★ **manip** : On place le piston dans du glycerol pour montrer que le régime est amorti. au régime critique on a  $\gamma = 2\sqrt{Mk}$ .

## CONCLUSION

- ▶ Beaucoup d'applications en mécanique et en électricité.
- ▶ Manip du diapason dans l'eau pour montrer l'importance d'un haut facteur de qualité.