

# MP 33 : RÉGIMES TRANSITOIRES

11 janvier 2018

Tristan Guyomar & Ugo Petrone

*Les meilleurs moments ne sont que transitoires, ne laisse pas les frottements fluides de la vie te ralentir.*

CITATIONSINSPIRANTES.BLOGSPOT.COM

## Commentaires du jury

**2013 à 2017** : il existe des régimes transitoires dans plusieurs domaines de la physique et pas uniquement en électricité ; de même, l'établissement de régimes forcés peut conduire à une physique bien plus variée que le retour à une situation d'équilibre. Par ailleurs, bien que le régime transitoire des systèmes linéaires, évoluant en régime de réponse indicielle, puisse parfois se ramener à l'étude d'un circuit RC, la simple mesure du temps de réponse d'un tel circuit ne caractérise pas l'ensemble des propriétés des régimes transitoires. Enfin, varier les échelles de temps dans la présentation serait appréciable.

## Bibliographie

- ✦ *Expériences d'électronique à l'agrégation de physique*, **R. Duffait et J-P Lièvre** → Filtre RLC, un grand classique.
- ✦ *Aux confins de la mécanique et de la thermodynamique à travers l'expérience de Rüchardt*, BUP 808, p. 1615, **André Deiber et Jean-Pierre Simond** → Discussion intéressante sur l'expérience du tube de Rüchardt
- ✦ *L'expérience de Rüchardt et Rinkel*, BUP 837, p. 1375, **Charles De Izarra et Michel Pennaneac'h** → Principe de l'expérience et mise en équation
- ✦ *BUP 819*, p.1885 → principe très simple de la diffusion du glycérol dans l'eau avec des photos du dispositif
- ✦ *Exercices et problèmes de thermodynamique*, p.357, **Daniel Calecki et Bernard Diu** → discussions intéressantes sur la diffusion du glycérol dans l'eau

## Expériences

- ✦ Réponse indicielle du RLC
- ✦ Tube de Rüchardt
- ✦ Diffusion du glycérol dans l'eau

## Table des matières

<b>1 Réponse indicielle du RLC</b>	<b>2</b>
<b>2 L'expérience de Rüchardt</b>	<b>4</b>
<b>3 Diffusion du glycérol dans l'eau</b>	<b>5</b>

## Introduction

Le régime transitoire est le régime d'évolution d'un système qui n'a pas encore atteint un état stable ou le régime établi. Il peut apparaître lors d'une modification d'un système. Il peut être caractérisé par un taux d'amortissement, un temps de relaxation ou encore un facteur de qualité. On va voir différents types de régimes transitoires dans ce montage : des transitoires courts dans le cas du RLC et longs dans le cas de la diffusion du glycérol dans l'eau. Dans tous les cas, l'étude du régime transitoire permet de remonter à des caractéristiques importantes du système étudié.

## 1 Réponse indicielle du RLC

RAPPELS :

- Si on mesure la tension aux bornes de  $C$ , on obtient un filtre basse-bas.
- Si on mesure la tension aux bornes de  $L$ , on obtient un filtre basse-haut.
- Si on mesure la tension aux bornes de  $R$ , on obtient un filtre bande-passante.
- Si on mesure la tension aux bornes de  $C$  et de  $L$  on obtient un filtre coupe-bande.

Ici on va étudier le fonctionnement du filtre bande-passante RLC série aux bornes de  $R$ . La tension  $s(t)$  aux bornes de  $R$  est solution de l'équation :

$$\frac{d^2s(t)}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{ds(t)}{dt} + \omega_0^2 s(t) = \frac{\omega_0}{Q} \frac{de(t)}{dt}$$

où  $e(t)$  est le signal d'entrée du filtre et :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{L\omega_0}{R}$$

La résolution de l'équation différentielle conduit à distinguer plusieurs régimes selon les valeurs de  $Q$  :

- $Q < \frac{1}{2}$  : régime aperiodique, pas d'oscillations entre les états initial et final.
- $Q = \frac{1}{2}$  : cas limite où l'on parle de régime critique. Si  $Q$  diffère de  $1/2$  alors on est dans un des deux autres régimes.
- $Q > \frac{1}{2}$  c'est le régime pseudo-périodique des oscillations amorties sont observées pendant le transitoire. Le facteur de qualité  $Q$  donne l'ordre de grandeur du nombre d'oscillations nécessaires au système avant de revenir à l'équilibre. On peut en donner une interprétation "énergétique" avec le décrement logarithmique. Le facteur  $Q$  quantifie la quantité d'énergie perdue par oscillation. De plus, en régime pseudo-périodique : plus  $Q$  est grand plus la résonance est "piquée".

Cette dernière propriété se retrouve directement dans l'expression de la bande passante du filtre :

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q} = \frac{R}{2\pi L}$$

ATTENTION : pour toutes les expériences on utilise un montage suiveur pour s'affranchir de la résistance interne du GBF quand on travaille avec un  $Q$  grand donc une  $R$  résistance faible. On prend ici  $R = 100 \Omega$ ,  $C = 100 \text{ nF}$  et  $L = 100 \text{ mH}$  (à vérifier au RLC-mètre pour plus de précisions) afin d'avoir une fréquence de coupure  $f_0 = 1600 \text{ Hz}$ .

### Les différents régimes d'oscillation en fonction de la valeur du facteur de qualité.

En signal d'entrée on envoie un créneau de fréquence  $f$  convenable et on fait varier  $Q$  en faisant varier  $R$ , on projette l'écran de l'oscilloscope et on illustre les trois régimes. On mesure ainsi la résistance critique pour laquelle on bascule du régime aperiodique au régime pseudo-périodique. Et on se replace à  $R > R_c$  pour la mesure de la fréquence de résonance. Il est important dans cette partie de présenter les rôles de chacun des composants, bobines, condensateurs et résistance. Il faut aussi justifier que la tension observée aux bornes de la résistance tendent vers 0 à chaque cycle d'un signal carré de fréquence suffisamment basse. On illustre ainsi les dissipations dans la résistance par effet Joule, etc...

## Mesure de la fréquence de résonance du RLC



⊖ 3 min

On va utiliser le fait qu'à la résonance l'excitateur et l'oscillateur sont en phase pour ce système particulier. On réalise le protocole suivant :

- 1. On envoie un signal sinusoïdale de fréquence  $f$  et d'amplitude quelques volts.
- 2. En mode XY on fait varier la fréquence  $f$ .
- 3. On obtient une droite à la résonance car les signaux sont en phase (pour ce circuit) et on obtient aussi la plus grande réponse du système à une excitation. On note l'intervalle de fréquences de l'excitateur dans lequel on semble distinguer une droite en mode XY. La valeur médiane de cet intervalle donne alors une estimation de  $f_0$ , la demi-largeur donne l'incertitude associée.

On peut alors revenir à la mesure précédente pour montrer que la valeur mesurée de  $R_c$  peut être vérifiée en prenant  $Q = \frac{1}{2}$  et la valeur de  $\omega_0$  mesurée à l'instant.

## Réponse indicielle du RLC et tracé de $\Delta f = g(R)$



⊖ 5 min

On utilise ici une propriété du régime transitoire du RLC dans un régime pseudo-périodique pour mesurer la dépendance de la bande passante à la résistance et réaliser une mesure de l'inductance de la bobine. Sur LatisPro, on trace le diagramme de Bode du filtre à l'aide de la réponse indicielle, réalisée grâce au régime transitoire en envoyant un signal crête de très faible fréquence (0.5 Hz). On pense aussi à tous les critères (Shannon, etc) qu'il faut essayer d'optimiser pour maximiser la résolution fréquentielle de la transformée de Fourier qu'on va réaliser.

Pour réaliser le diagramme de Bode sans dériver le signal :

- On commence par calculer la TF en amplitude du signal mesuré.
- Sur une feuille de calcul on "glisse-dépose" la variable "freq" de la variable "S<sub>Amplitude</sub>" dans une variable que l'on appelle "f".
- on utilise ensuite le fait que la TF de la dérivée c'est  $j\omega$  fois la TF. On calcule donc directement le gain par :  

$$H = 2 * \pi * f * S_{\text{Amplitude}}$$

On mesure ensuite la bande passante à -3dB et on la trace en fonction de  $R$ .

**Remarque :** On peut aussi chercher à avoir la phase en faisant une TF en "argument" puis en appliquant la même méthode. Attention cependant au signe en multipliant par  $j\omega$  car la phase est la partie imaginaire de la fonction de transfert... (aux bornes de  $R$  donc en passe-bande on s'attend à avoir une phase qui varie de  $\frac{\pi}{2}$  à 0. C'est mieux pour déterminer la fréquence de résonance que la courbe de gain.

Cette expérience donne bien une droite mais pas interpolable par un modèle linéaire mais affine. Il faut alors invoquer le fait que la bobine a une impédance qui dépend de la fréquence. En effet la résistance ohmique du fil enroulé autour du noyau de la bobine est accrue du fait de l'effet de peau dans le bobinage à partir de quelques centaines de kHz.

En complément de l'étude précédente, on va illustrer la réponse du circuit RLC à une excitation de type "train d'onde". On va montrer que pour un facteur de qualité très grand donc une réponse fortement oscillante on observe que la réponse du circuit est sous la forme des battements si la fréquence du train d'onde est suffisamment proche de la fréquence de résonance.

On peut expliquer ce résultat par deux manières (qui sont en fait les mêmes raisons énoncées différemment) :

- soit comme une conséquence de la linéarité de l'équation maîtresse de la tension : en régime pseudo-périodique la réponse du système est la somme de la solution oscillante à  $f_0$  et de la solution particulière qui se déduit de l'excitation à la fréquence  $f$ . On somme deux solutions oscillantes donc on a des phénomènes de battements.

### Réponse du filtre RLC à un train d'onde



⊖ 5 min

On souhaite illustrer ici de façon expérimentale la réponse du circuit RLC à un train d'onde. Pour faire cela on utilise le mode "Burst" du GBF. On peut générer des "trains d'onde" de fréquence  $f$  et de longueur  $\tau = \frac{N_{\text{cycle}}}{f}$  déterminées grâce à cette fonction. On choisit la fréquence du train d'onde comme proche de la fréquence de résonance du circuit. Ici avec notre circuit :  $f_0 = 1600 \text{ Hz}$  donc on se place à  $f = 2000 \text{ Hz}$ . On peut ensuite visualiser à l'oscilloscope la réponse du circuit ; la tension aux bornes de la résistance  $R$ . Pour une résistance  $R$  suffisamment petite (en pratique prendre  $R \rightarrow 0$ ), la réponse apparaît comme des battements. On peut mesurer la fréquence des battements qui vaut  $f_{\text{battements}} = f - f_0$

## 2 L'expérience de Rüchardt

L'expérience de Rüchardt est un exemple d'oscillateur mécanique basé sur l'élasticité des gaz. Un tube en verre de longueur  $L$  et de section  $S$  est inséré dans un récipient de grand volume  $V_0$ , comme présenté sur le schéma 1.

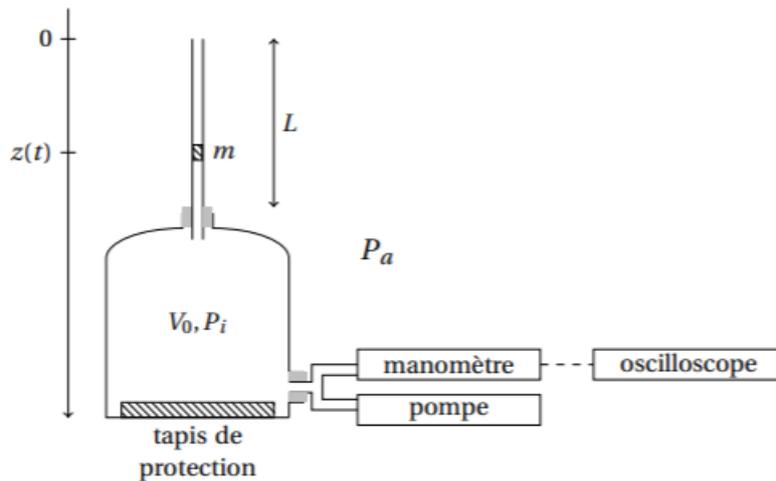


FIGURE 1 – Fonctionnement de l'expérience de Rüchardt

Une masse  $m$  est présente dans le tube, sa dimension est ajustée à celle du tube afin d'isoler l'air contenu dans le récipient, tout en réduisant au maximum les frottements sur les parois. Lorsque la masse est lâchée en haut du tube, elle se met à osciller dans celui-ci. L'embouchure en bas du récipient est reliée à une petite pompe manuelle et à un manomètre, lui-même relié à un oscilloscope. On considère que la chute est rapide et donc adiabatique. L'équation du mouvement de la masse s'écrit :

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{P_a S^2 \gamma}{V_0} z = mg$$

La période des oscillations est égale à :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m V_0}{P_a S^2 \gamma}}$$

Les valeurs du volume et de la surface sont dans la notice de l'expérience de Rüchardt. Cette manip est une analogie du circuit RLC précédent. Dans le RLC, le condensateur stocke de l'énergie, la bobine ajoute de l'inertie et la résistance dissipe. Dans l'expérience de Rüchardt, le grand bocal constitue le condensateur (on stocke de l'énergie car l'évolution est isentropique donc on vérifie la loi de Laplace), l'air dans le tube et la masse constituent les sources d'inertie et les sources de dissipation dans le système sont l'analogie de la résistance du circuit RLC. On retrouve un régime transitoire pseudo-périodique de période  $T_0$ .

### Mesure de la période des oscillations dans le tube de Rüchardt

⌘ 5 min

⊖ Notice de la manip

On place la petite masse dans le tube et on pompe quelques fois (attention à toujours pomper de la même manière pour toutes les expériences). On relève alors la valeur de la pression sur le manomètre. On lâche la petite masse et

on observe à l'oscilloscope en mode défilement les oscillations de pression. Lorsque la masse a arrêté d'osciller, on relève la valeur de la pression (afin de vérifier que cette valeur ne change pas par rapport au début de l'expérience, ce sera la valeur  $P_a$ ) puis on pompe à nouveau pour la faire sortir du tube (attention à ne pas la faire tomber, cela pourrait l'endommager et fausser les manip futures). On mesure ensuite la période des oscillations. On répète cette manip plusieurs fois afin d'avoir plus de précision.

### 3 Diffusion du glycérol dans l'eau

On observe la diffusion du glycérol dans l'eau. Les deux phases vont alors diffuser selon l'axe (Oz). L'indice optique de la solution dépend à la fois de z, de la concentration en glycérol et du temps. L'indice de la solution de glycérol s'écrit :

$$n_{eg} = (1 - c)n_e + cn_g$$

On observe une figure semblable au schéma de la figure 2.

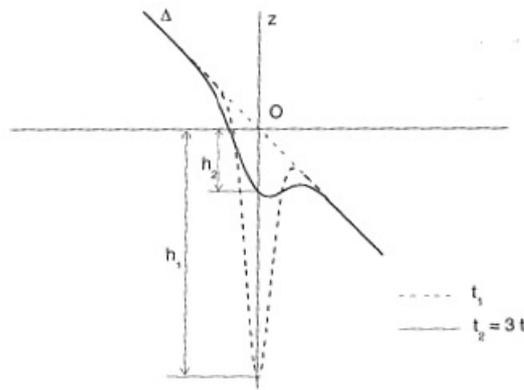


FIGURE 2 – Les mesures se font systématiquement à la hauteur  $h$  comme présentée ici : on observe ainsi la variation de l'indice optique au cours du temps

La hauteur  $h$  au cours du temps est donnée par la formule :

$$h(t) = \frac{eL(n_{eg} - n_e)}{\sqrt{4\pi Dt}}$$

où  $e$  est l'épaisseur de liquide traversée,  $L$  est la distance entre la cuve et l'écran et  $D$  est le coefficient de diffusion. On commence par préparer une solution à 50% en masse de glycérol, l'indice optique de notre solution est donc :

$$n_{eg} = x_g n_g + (1 - x_g) n_e = \frac{1}{1 + \frac{M_g}{M_e}} (n_g - n_e) + n_e$$

où  $M_g$  et  $M_e$  sont respectivement les masses molaires de l'eau et du glycérol et cette deuxième formule est valable pour le mélange 50/50 en masse que nous utilisons expérimentalement. **Il est essentiel de travailler avec des concentrations réduites en glycérol**, l'expérience serait sinon beaucoup trop longue (dans notre cas, lancer la manip 2h à l'avance est suffisant).

On a donc au début de l'expérience une discontinuité de concentration en glycérol, ce qui entraîne la diffusion du glycérol vers les zones de plus faibles concentrations. Ce gradient de concentration s'observe par un gradient d'indice car les indices du glycérol et de l'eau sont légèrement différents, le faisceau laser étant dirigé vers les zones d'indice fort. La déviation est proportionnelle au gradient d'indice.

#### Mesure du coefficient de diffusion du glycérol dans l'eau



⊙ 10 min

On introduit de l'eau dans la cuve (on a utilisé la cuve avec des joints en caoutchouc) puis on injecte **avec précaution** notre solution de glycérol à l'aide d'une propipette de chimie. Cette étape doit être réalisée au moins 2h avant la mesure. On mesure ensuite toutes les dix minutes la hauteur  $h$  (comme indiqué sur le schéma), en éclairant la cuve à l'aide d'une nappe laser (réalisée grâce à une lentille cylindrique en sortie d'un laser). Il faut bien faire attention à repérer toujours la hauteur  $h$  sur la même ligne verticale. On trace ensuite  $\left(\frac{eL(n_g - n_e)}{\sqrt{4\pi h}}\right)^2 = f(t)$ . On

obtient ensuite la valeur du coefficient de diffusion  $D$ , à comparer avec la littérature <sup>a</sup>.

<sup>a</sup>. Nous avons utilisé le papier **Diffusion Coefficients for the Binary System Glycerol Water at 25°C. A Velocity Correlation Study**, *J. Chem. Eng. Data*, **2004**, 49 (6), pp 1665–1670

Questions, commentaires, opinions, idées de start-up/think tank :