

Bibliographie

TdD PCSI Régimes transitoires R, LC
TdD PC Diffusion Thermique
Duffait Capes
Duffait Electronique Agrég

Quaranta, Mécanique
↳ diapason

Plan : I - Illustration des propriétés des régimes transitoires sur l'exemple du circuit RLC

- 1 - mise en évidence
- 2 - propriétés du régime pseudo-periodique

II - Le régime transitoire : un puissant outil d'investigation

1. RLC : réponse indicielle
2. Conduction thermique

III - Utilisation des régimes transitoires : le diapason

Remarque : décaler l'acquisition de conduction thermique avant l'intro

Intro : Le régime transitoire est le régime observé lors d'un changement de contraintes du système. Tous les jours, nous sommes en présence de régimes transitoires. Par exemple, lors de l'allumage d'un four car on ne passe pas instantanément d'un four froid à un four chaud.

(autres exemples ...)

Les interrogations qui nous viennent à l'esprit sont :

- quel temps dure ce régime ?
- quelle forme prend ce régime ?
- atteint-il la consigne ?
- Comment agir sur ce régime ?

Lors de ce montage, nous allons tenter de répondre à ces questions.

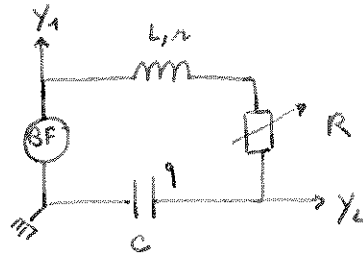
Comme il existe des régimes transitoires dans tous les domaines de la physique, j'ai choisi d'illustrer certaines propriétés des régimes transitoires sur l'exemple du circuit RLC, d'une diffusion thermique et le diapason.

I - Illustration des propriétés des régimes transitoires sur l'exemple du circuit RLC

1. mise en évidence

schéma du circuit étudié :

$$\begin{cases} C = 0,1 \mu F \\ L = 0,1 H \\ R \text{ variable} \end{cases}$$



On souhaite réaliser une étude entre circuit ouvert et un circuit fermé. Pour cela, il faudrait un interrupteur de très grande qualité pour ne pas laisser apparaître de défauts. On préfère utiliser un générateur basse fréquence en signal carré.

$$\boxed{\text{GBF } \square\square\square \quad f = 20 \text{ Hz}}$$

équation différentielle

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = \text{cte}$$

(avec $\text{cte} = \pm \frac{E}{2}$)

si on pose $\lambda = \frac{R}{2L}$ (coefficient d'amortissement)

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{pulsation propre})$$

Définition du facteur de Qualité

$$\boxed{Q = \frac{L \omega_0}{R_{\text{tot}}}}$$

$$\boxed{Q = \frac{f_0}{\Delta f}}$$

Δf : bande passante

La résistance totale du circuit est: $R_{\text{tot}} = R + R_L + R_G$

Pour jouer sur le facteur de qualité, on va faire varier un paramètre: la résistance R .

Variation de $R \Rightarrow$ Observations de 3 régimes différents

Régime pseudo-périodique $\lambda < \omega_0 \rightarrow Q > \frac{1}{2}$

Régime critique $\lambda = \omega_0 \rightarrow Q = \frac{1}{2} \quad \boxed{530 \Omega < R_{\text{crit}} < 590 \Omega}$

Régime apériodique $\lambda > \omega_0 \rightarrow Q < \frac{1}{2}$

Comme nous le remarquons expérimentalement, il est difficile de distinguer le régime critique. Du coup, on va plutôt s'intéresser à caractériser le régime apériodique et pseudo-périodique.

2. propriétés du régime pseudo-périodique

le régime pseudo-périodique

- mesure de la pseudo-période : pour différentes valeurs de R , on mesure à l'oscillo la pseudo-période.

la théorie : [Duffait électronique, p 138 et p 338, Filtrage/Asservissement]

pseudo-période :

$$T_{ps} = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-m^2}}$$

avec $Q = \frac{1}{2m}$

$$T_{ps} = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \rightarrow T_{ps}^2 = \frac{T_0^2}{1 - \frac{1}{4Q^2}}$$

$$\left\{ \frac{1}{T_{ps}^2} = \frac{1}{T_0^2} + \frac{R^2}{16\pi^2 L^2} \right\}$$

on peut donc tracer $\frac{1}{T_{ps}^2} = f(R^2)$

on modélise par $\frac{1}{T_{ps}^2} = aR^2 + b$

valeurs : $a = (80,20 \pm 12,00) s^{-2}$
 $b = (23,5 \pm 0,5) 10^6 s^{-2}$

$$T_0 = 206,3 \mu s$$

$b = \frac{1}{T_0^2}$ donc $T_0 = \frac{1}{\sqrt{b}}$

notice
à 1 kHz
 $L = \pm 2\% + 5 \text{ dgt}$
à 1 Hz
 $C = \pm 0,7\% + 5 \text{ dgt}$

à l'aide d'un RLC-mètre, on mesure

mesure $\left\{ \begin{array}{l} C = 99,45 \text{ nF} \\ L = 10,888 \text{ mH} \end{array} \right.$

Calculs de la barre d'erreur
 $L = (10,888 \pm 0,222) \text{ mH}$

$L = (10,9 \pm 0,2) \text{ mH}$

$C = 99,45 \pm 0,75 \text{ nF}$

$C = 99,5 \pm 0,8 \text{ nF}$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$\frac{\Delta T_0}{T_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta C}{C} \right)$$

$$\Delta T_0 = \frac{T_0}{2} (0,020 + 0,007)$$

$$\Delta T_0 = 2,79 \mu s$$

$$T_0 = 207 \pm 3 \mu s$$

• mesure du dépassement [Duffait élec p338]

théoriquement, on définit le dépassement pour un système du second ordre par :

(D_1 : 1^{er} dépassement) $D_1 = \exp \left[-\pi \frac{m}{\sqrt{1-m^2}} \right] \quad m = \frac{1}{2Q}$

$$(\ln D_1)^2 = \pi^2 \frac{m^2}{1-m^2}$$

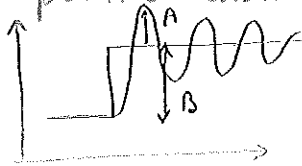
$$\frac{1}{(\ln D_1)^2} = \frac{1}{\pi^2} \left(\frac{1}{m^2} - 1 \right) = \frac{1}{\pi^2} (4Q^2 - 1) = \frac{1}{\pi^2} \left(4 \frac{L^2 \omega_0^2}{R_{tot}^2} - 1 \right)$$

on peut donc tracer $\frac{1}{(\ln D)^2} = f\left(\frac{1}{R^2}\right) = a \times \frac{1}{R^2} + b$

[à noter $\frac{1}{\pi^2} = 0,001$]

mesure de $a =$
 $b =$

expérimentalement, on mesure le rapport $D_1 = \frac{A}{B}$



on effectue différentes mesures de D_1 pour des valeurs de R différentes.

→ on obtient une droite, la théorie est bien vérifiée

Conclusion • plus Q est grand (R petit), plus le régime transitoire comporte des oscillations de pseudo-périodes courtes.

• plus Q est grand (R petit), plus le dépassement est important.

• Quand Q diminue, on passe en régime apériodique.

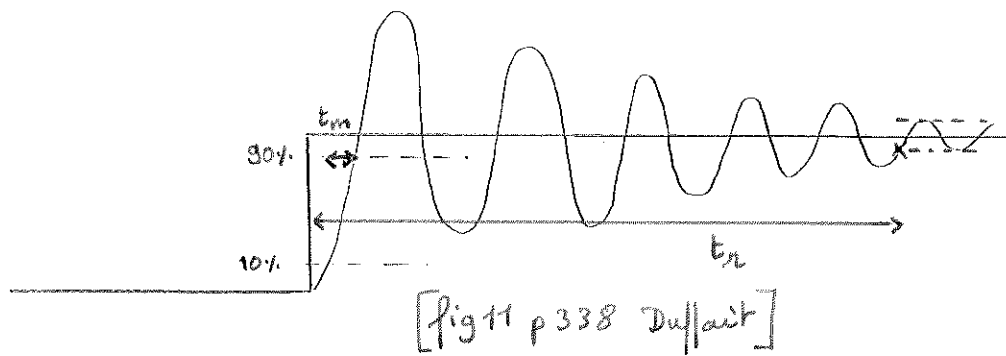
Autres mesures intéressantes (à voir en fonction de la durée du montage)

[Duffait p339, élec / Asservissement]

Pour différentes valeurs de dépassement, faire des mesures des temps caractéristiques suivants : temps de montée, temps de réponse.

définition temps de montée : durée nécessaire pour que la réponse passe de 10% à 90% de la valeur finale.

temps de réponse : durée nécessaire pour que la réponse ne diffère pas de plus de 5% de la valeur finale.



au travers de l'étude du régime transitoire, nous avons pu caractériser différents aspects de ces régimes.

- la mesure de la pseudo-période permet de trouver la fréquence propre f_0 .
- les temps caractéristiques tels que le temps de montée, le temps de réponse sont très importants pour caractériser un système réel.

La présence ou l'absence de dépassement l'est aussi.

→ Illustrer par des exemples

Transition

Nous venons de remarquer que le régime transitoire dépend des paramètres du système.

A présent, on va voir que c'est un puissant outil d'investigation d'un système.

II - Le régime transitoire : un puissant outil d'investigation

1. le RLC : réponse indicielle

L'analyse des systèmes (électrique, mécanique, acoustique...) peut s'effectuer à la fois dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel.

Pour les systèmes linéaires et invariants dans le temps (LTI), l'intérêt du domaine fréquentiel est net.

→ Linéarité : entrée $\lambda_1 e_1(t) + \lambda_2 e_2(t)$
 les sorties $s_1(t)$ et $s_2(t)$.
 sortie $\lambda_1 s_1(t) + \lambda_2 s_2(t)$

Invariance dans le temps : $e(t-t') \xrightarrow{\text{LTI}} s(t-t')$

Dans le cas d'un signal d'entrée quelconque, on peut montrer que la réponse $s(t)$ est reliée à l'excitation $e(t)$ par:

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t-t') e(t') dt'$$

La fonction $h(t)$ contient toute l'info sur le syst. linéaire.

Si l'excitation est un "diac" (une impulsion) $e(t) = \delta(t)$,

on a: $s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t-t') \delta(t') dt' = h(t)$ ↳ réponse impulsionnelle

↓ T.F

$$S(j\omega) = H(j\omega) \cdot E(j\omega)$$

La fonction de transfert: $\boxed{\frac{S(j\omega)}{E(j\omega)} = H(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t') e^{-j\omega t'} dt'}$

$H(j\omega)$ est la T.F de $h(t')$

La fd° de transfert est la Transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle.

Cependant, expérimentalement il est plus facile de générer un échelon de tension plutôt qu'une impulsion.

fonction de Heaviside $\begin{cases} e(t) = 0 & \text{pour } t < 0 \\ e(t) = 1 & \text{pour } t \geq 0 \end{cases}$

Dans notre cas, on utilise un créneau basse fréquence.

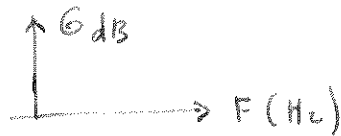
ainsi $s(t) = \int_0^{+\infty} h(t') dt'$

→ La réponse indicielle (soumis à un échelon de tension) est l'intégrale de la réponse impulsionnelle.

- Feuille de calcul:
- acquisition de la réponse indicielle EAO (c-a-d soumis à un échelon de tension)
 - lissage [EAO] (lissage de la rép indicielle)
 - dérivée de EAO lissé

- l'essage de la dérivée
- module de la transformée de Fourier de la dérivée
- argument de la transformée $\times 1$ "
- $20 \log(\text{module de la T.F.}) = G_{dB}$

on affiche



On est content :-), on vient d'obtenir le diagramme de Bode en gain du système.

Mise en évidence de la puissance du régime transitoire.

Détermination possible :

- ordre du système
- facteur de qualité
- fréquence propre (le max du diag. de Bode est une bonne approx de f_0)

Mesures

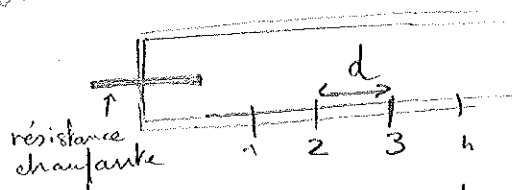
ex: pour $R = 40 \Omega$ $f_0 = 4,8 \text{ kHz}$ $f_1 = 378 \text{ Hz}$ $f_2 = 361 \text{ Hz}$
 $\hookrightarrow \boxed{Q = 6,5}$

à présent, on va étudier le régime transitoire d'un autre système.

2. Conduction thermique

On effectue un choc thermique à une extrémité d'une barre en cuivre calorifugée sur sa surface latérale. Une extrémité est en contact avec la résistance chauffante, l'autre extrémité est en contact avec l'atmosphère par l'intermédiaire d'une ailette de refroidissement.

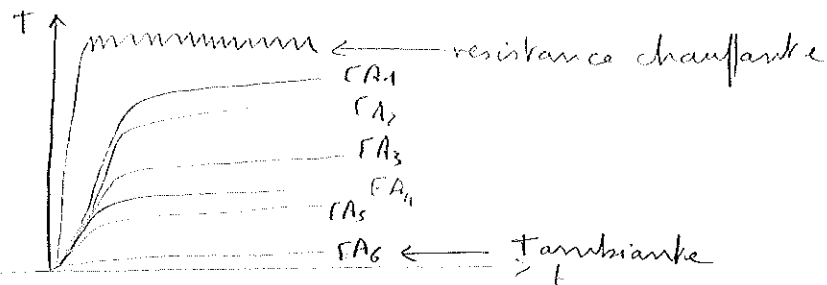
Conversion :
 $0,1 \text{ V par } ^\circ\text{C}$



Distance entre les capteurs:
 $d = (10 \pm 0,2) \text{ cm}$

Acquisition 200 points pendant 10 min

Acquisition :



équation locale de conservation de l'énergie :

$$\text{div } \vec{q} + \mu c \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

loi de Fourier: $\vec{q} = -\lambda \text{grad } T$

On en déduit l'équation de la chaleur :

$$-\lambda \Delta T + \mu c_v \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = D_{th} \Delta T} \quad \text{avec}$$

$$\boxed{D_{th} = \frac{\lambda}{\mu c_v}}$$

λ : conductivité thermique
 μ : masse volumique
 c_v : capacité thermique massique à volume constant

Diffusivité thermique

(1D) on a donc $\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

après approximation de $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ / on peut écrire

$$(1) \quad D = \frac{\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{t=t_{\max}}}{\frac{T_{n+1} - 2T_n + T_{n-1}}{\Delta x^2}}$$

Quaranta Thermo et appli
 [p 105 - Conduction Thermique]

$$D_{cuivre} = 114 \cdot 10^6 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$D_{cuivre} = 114 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\boxed{D_{cuivre} = 1,14 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}}$$

valeur tabulée

Analyse (feuille de calcul)

- lissage de $T = f(t)$
- Dérivée de $T = f(t)$
- lissage de la dérivée

on prend la valeur de la dérivée pour laquelle elle est max,
 on obtient $\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{t=t_{\max}}$, on relève $t_{\max}$

- pour $t_{\max}$, on repère T_{n+1} , T_n et T_{n-1}
- On applique (1)

Capteur	D mesurée ($\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$)
2	0,97
3	0,92
4	1,28
5	1,04

$$D = \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{t=t_{\max}} = 1$$

$$\frac{T_{n+1} - 2T_n + T_{n-1}}{(\Delta x)^2} = g$$

Exploitation des données (Capteurs 2 par ex)
sur le graphique des dérivées $\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_n$

avec $n = 6$ capteurs

on note la valeur de $\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{n=2}$ maximale,

on repère le temps.

ex max à $t_{\min} 44 \text{ s}$ et $\frac{\partial T}{\partial t} = 0,1033 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{s}^{-1}$

sur le graphique d'acquisition $T = f(t)$, on repère T_{n+1}, T_{n-1}, T_n
au temps $t = t_{\min} 44 \text{ s}$

ex $\left(T_{n-1} = T_{n+1} = 51,71^\circ\text{C} ; T_{n-2} = T_n = 34,00^\circ\text{C} ; T_{n-3} = T_{n+1} = 27,58^\circ\text{C} \right)$

puis calcul de D.

Conseil de H. Castaing : préparer une feuille de calcul pour calculer D, ceci évite les erreurs à la calculatrice.

Calcul d'incertitudes

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{\Delta f}{f} + \frac{\Delta g}{g}$$

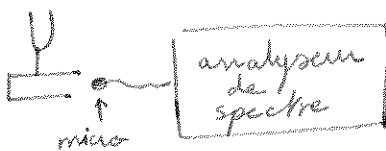
$$\text{avec } \Delta g = \frac{4}{\Delta x^2} \Delta T + \frac{2g\Delta(\Delta x)}{\Delta x}$$

$$\Delta T = 0,3^\circ\text{C}$$

$$\Delta(\Delta x) = 0,2 \text{ cm}$$

à faire ...

III - Utilisation des régimes transitoires : le diapason



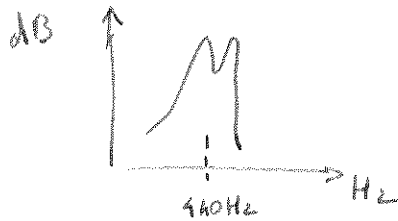
Ici, on exploite le régime transitoire.

En effet le régime transitoire permet de garder la note longtemps de façon stable.

→ mettre en évidence la différence entre un choc dur (bois) et un choc mou (caoutchouc). différence de timbre entre les 2.
bois → présence d'harmoniques d'ordre supérieur.
(le choc "bois" excite plus de fréquences)

caoutchouc $\rightarrow$ absence d'harmoniques

$\rightarrow$ Mettre en évidence la présence de 2 modes de vibration pour diapason (sym. et anti-sym)
Dans ce cas, il y a battement. On est censé entendre le Wha-Wha.



Si on règle bien l'analyseur de spectre et qu'on atteint une bonne résolution, on peut le voir.

Conclusion

Régime transitoire : dans certains cas, on souhaite en avoir un pour l'exploiter. Dans d'autres cas, on cherche à l'éviter.

Pour un système linéaire, toute l'info est contenue dans le régime transitoire.

Ouverture $\rightarrow$ régimes transitoires pour un syst. non linéaire.

Commentaires (H. Castaing et H. Devolve)

- faire attention à la barre d'erreur qu'on affiche sur Synchronie pour la modélisation $\frac{1}{T_{ps}^2} = aR^2 + b$. (la mesure à l'oscillo de T_{ps} est précise à l'oscillo donc ne pas trop surestimer les incertitudes)

L'autre mesure possible : à partir de la modélisation, chercher à retrouver les valeurs de L etc

- Réponse indicielle : faire le calcul de la T.F. devant le jury.
- diagramme de Bode (le max du GdB est une bonne approximation de la fréquence propre)
- Conduction thermique : préparer une feuille de calcul pour calculer D pour limiter les erreurs de frappe possible à la calcul.