
MP38 : RÉGIMES TRANSITOIRES

Victor et Chloé

Bibliographie : [1] Duffait, *Expériences d'électronique*, [2] Garing, *Ondes mécaniques et diffusion*, [3] Quaranta, *Thermodynamique*, [4] BUP n°857(2) vol.97 Octobre 2003

Un régime transitoire, tous domaines de la Physique confondus, est un régime d'évolution du système physique provoqué par une modification des contraintes extérieures qui lui sont appliquées, et précédant un régime de fonctionnement permanent. Ce dernier peut correspondre à un état d'équilibre du système ou à un état stationnaire (continu, périodique). Ces régimes sont couramment observés dans la vie quotidienne : ouverture d'un robinet, allumage d'un four.

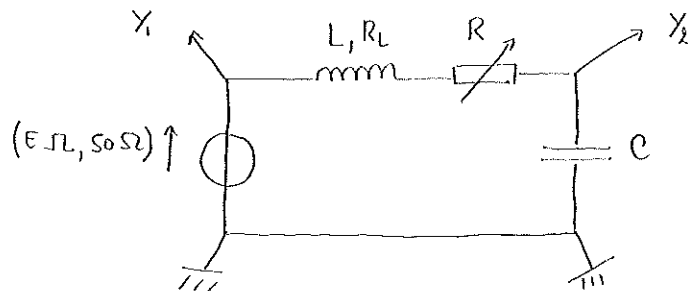
L'intérêt de l'étude de ces régimes transitoires, comme nous le verrons au cours de ce montage, est de nous renseigner sur certaines caractéristiques intrinsèques du système physique. Nous ne nous intéresserons ici qu'à l'étude de systèmes *linéaires*, ce qui restreint un peu la variété des régimes observables, mais simplifie leur exploitation théorique. Nous allons chercher à observer différents types de régimes transitoires, évaluer leur durée et quelques unes de leurs propriétés, puis nous concluerons sur un exemple de contrôle de ces propriétés.

1 Illustration de propriétés des régimes transitoires sur l'exemple du circuit RLC série

Exemple théorique très simple, mais qui s'est révélé un peu plus complexe que prévu à mettre en oeuvre, en particulier lors de l'utilisation de Synchronie.

1.1 Montage et mise en évidence des différents régimes de fonctionnement

[1] On choisit $L = 0,1$ H, $C = 0,1$ μ F, et on utilise une boîte de résistances variables. On cherche à étudier la réponse du circuit à un échelon de tension. Les interrupteurs mécaniques fournissant un signal de qualité médiocre (très bruité), on alimente le montage à l'aide d'un GBF fournissant un signal carré de fréquence $f = 20$ Hz, fréquence suffisamment faible pour que la totalité du régime transitoire puisse être observée sur une demi-période du générateur.



On observe la tension aux bornes du condensateur, régie par l'équation

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dU_C}{dt} + \omega_0^2 U_C = \omega_0^2 E$$

avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R_{tot}} \sqrt{\frac{L}{C}}$. La résistance totale du circuit prend en compte la résistance variable R , la résistance interne de la bobine (mesurée au RLC-mètre $R_L = 37,0 \Omega$) et la résistance interne du GBF (50Ω).

En jouant sur la valeur de la résistance variable, on observe à l'oscilloscope les régimes transitoires apériodique ($Q < 1/2$) et pseudo-périodique ($Q > 1/2$) du circuit. Il est cependant difficile de distinguer expérimentalement le régime apériodique critique (correspondant à $Q = 1/2$) et donc de déterminer précisément la résistance critique du montage définie par $R_{totc} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ (valeur théorique avec les composants choisis $R_{totc} = 2000 \Omega$ soit $R_c = 1913 \Omega$). On parvient seulement à encadrer cette valeur.

Rq : des oscillations peuvent apparaître en régime pseudo-périodique sur le signal délivré par le GBF car sa résistance interne n'est alors plus négligeable devant celle du reste du montage.

1.2 Détermination de la période des oscillations pseudo-périodiques

[1] On vérifie la loi donnant la valeur de cette pseudo-période en fonction de la résistance totale du circuit et de la période propre :

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \Leftrightarrow \frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_0^2} - \frac{R_{tot}^2}{16\pi^2 L^2}$$

On mesure donc T à l'oscilloscope pour différentes valeurs de R_{tot} et on trace $\frac{1}{T^2} = f(R_{tot}^2)$.

Modélisation : bon ajustement des points expérimentaux par la loi $\frac{1}{T^2} = aR_{tot}^2 + b$ avec : $a =$ et $b =$. On en déduit la valeur expérimentale de la période propre du circuit $T_0 =$.

Les valeurs de L et C sont mesurées précisément au RLC-mètre (mode 1 kHz, fréquence se rapprochant le plus de la période propre du circuit $f_0 \approx 1,5$ kHz) : on trouve $L = 102 \pm 2$ mH, $98,2 \pm 0,7$ nF. On en déduit la valeur théorique de la période propre $T_{0,th} = 628 \pm 14 \mu s$.

Autre mesure possible : celle du décrétement logarithmique $\delta = \ln\left(\frac{U_C(t)}{U_C(t+nT)}\right)$ qui permet également de remonter à la période propre du circuit.

1.3 Caractérisation de la réponse fréquentielle du circuit RLC via l'étude de son régime transitoire

[1] L'objectif de cette expérience est de montrer que la seule étude du régime transitoire d'un système physique *linéaire à invariance temporelle* peut permettre de caractériser son comportement fréquentiel, ie sa réponse à une excitation sinusoïdale (ou une superposition d'excitations sinusoïdales) de n'importe quelle fréquence.

En effet, la réponse impulsionnelle (ie à un Dirac) de ce type de système, notée $h(t)$ dans la suite, contient toute l'information sur le "SLIT" et permet d'exprimer sa réponse $s(t)$ à une excitation $e(t)$ quelconque via la relation :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t-t')e(t')dt'$$

En utilisant ensuite la propriété de la TF d'un produit de convolution, on montre que la fonction de transfert $H(\omega) = \frac{S(\omega)}{E(\omega)}$ du système physique n'est autre que la *TF de sa réponse impulsionnelle*.

En électronique, et en particulier dans le cas de l'étude de filtres du deuxième ordre, il est cependant difficile de générer expérimentalement une impulsion excitatrice de durée négligeable devant la pseudo-période des oscillations du régime transitoire, du moins avec les GBF ordinaires. On préfère en général étudier la réponse indicielle du circuit, ie sa réponse à un échelon (fonction de Heaviside) :

$$s(t) = \int_0^t h(t')dt'$$

On remarque alors que la réponse impulsionnelle correspond à la dérivée temporelle de la réponse indicielle.

Nous allons exploiter cette propriété dans ce montage. Pour $R = 100 \Omega$ par exemple, on enregistre grâce à la carte d'acquisition de l'ordinateur et au logiciel Synchronie la réponse du condensateur $U_C(t)$ à un créneau de fréquence 20 Hz. On lisse une première fois les oscillations pseudo-périodiques, dérive le signal, puis lisse

à nouveau la dérivée correspondant à la réponse impulsionnelle. On calcule ensuite sa TF, dont le module correspond au module de la fonction de transfert du circuit.

Plus précisément, on trace en échelle logarithmique $GdB = 20 \log(|H(\omega)|)$ qui correspond au diagramme de Bode en gain du circuit. Pour $R = 100 \Omega$, on observe le phénomène de surtension aux bornes du condensateur se produisant à la fréquence $f_1 = f_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} < f_0$ et le circuit se comporte comme un filtre passe-bas d'ordre 2.

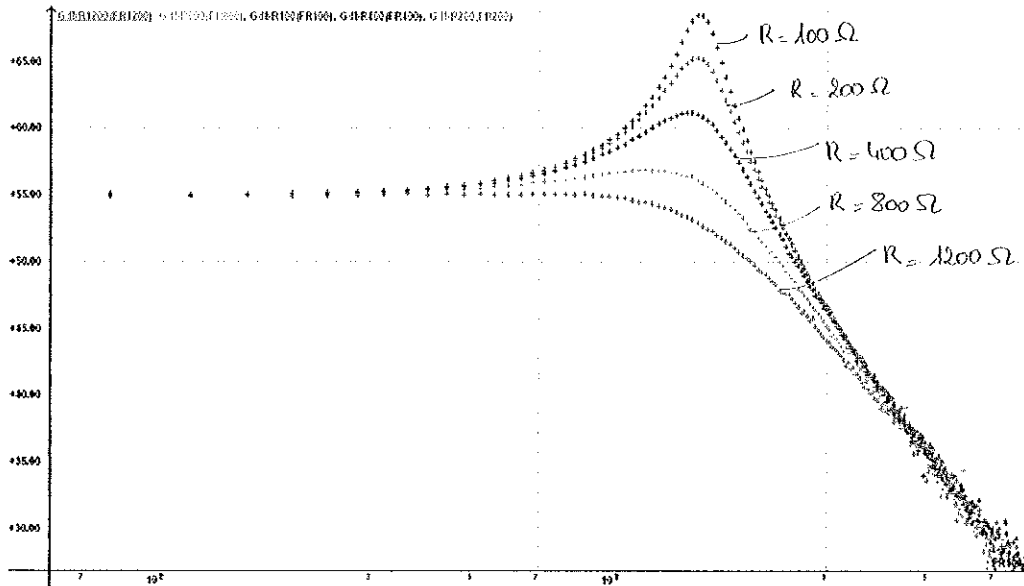


FIG. 1 – Diagrammes de Bode en gain du circuit RLC série

Rq importante : le tracé de ce diagramme est plus délicat qu'il n'y paraît ! Pour obtenir une résolution raisonnable, il faut tout d'abord choisir un grand nombre de points pour l'acquisition de la réponse indicielle, mais également réaliser le calcul de la TF sur l'intégralité de la demi -période du créneau du GBF, même sur la partie où les oscillations pseudo-périodiques ne sont plus visibles. Ensuite, si on cherche à superposer plusieurs diagrammes de Bode sur la même fenêtre pour montrer l'influence de la valeur de Q sur leur allure, il faut faire très attention à toujours réaliser le calcul de la TF sur le *même nombre de points* pour chacune des réponses indicielles, car sinon Synchronie, le fourbe, décalera les diagrammes de Bode les uns par rapport aux autres en abscisses et en ordonnées ! Impossible de comprendre pourquoi il fait ça, donc si quelqu'un trouve la réponse, nous sommes preneurs ;). Toujours est-il que pour éviter cela, une parade qui fonctionne bien consiste à n'acquérir à chaque fois qu'une demi -période du créneau du GBF et à réaliser la TF sur l'intégralité du signal acquis.

2 Etude d'un autre régime transitoire : diffusion du glycérol dans l'eau

[2][3][4] Ou l'expérience souvenirs souvenirs de l'épreuve A 2002.

Même si les régimes transitoires du RLC se rencontrent dans d'autres domaines de la Physique, notamment en mécanique, il ne s'agit pas des seuls régimes possibles pour les systèmes linéaires. Les régimes de diffusion, thermique ou particulaire par exemple, prennent une forme totalement différente, mais leur étude permet également d'accéder aux caractéristiques intrinsèques de nombreux systèmes thermodynamiques.

Nous avons choisi de nous intéresser au cas de la diffusion du glycérol dans l'eau, deux liquides miscibles d'indices de réfraction n_g et n_e différents.

2.1 Principe de l'expérience

L'expérience consiste à remplir à moitié d'eau une petite cuve de verre (largeur $d \approx 2,5$ cm), et à venir verser en son fond une quantité équivalente de glycérol à l'aide d'une burette (présente dans la collection).

A $t = 0^+$, les deux liquides commencent à diffuser l'un dans l'autre, créant ainsi à mi-hauteur de cuve un gradient de concentration/fraction molaire en glycérol $\frac{\partial x_g}{\partial z}(z, t)$, qui est solution de l'équation de diffusion :

$$\frac{\partial x_g}{\partial z} = -\frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{z^2}{4Dt}}$$

avec D coefficient de diffusion du glycérol dans l'eau.

En première approximation, on peut considérer que ce gradient est proportionnel au gradient d'indice de réfraction $\frac{\partial x_g}{\partial z} \propto \frac{\partial n}{\partial z}$ dans la cuve. De plus, on peut montrer [4][5] qu'en envoyant un faisceau laser sous incidence normale en une cote z de la zone de diffusion, celui-ci subit une déviation (vers le bas car l'indice du glycérol est plus élevé que celui de l'eau) $\Delta\theta(z, t)$, également proportionnelle à $\frac{\partial n}{\partial z}(z, t)$.

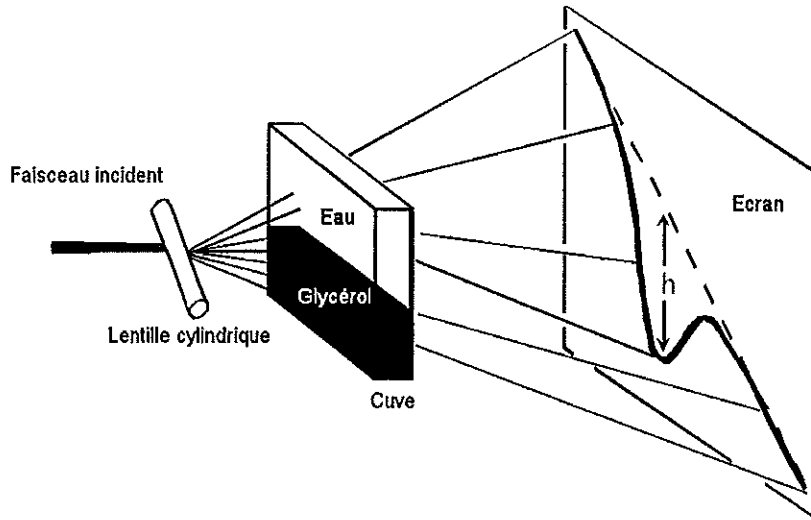


FIG. 2 – Schéma du montage diffusion du glycérol dans l'eau

Pour notre expérience, nous choisissons d'envoyer non pas un faisceau, mais une nappe laser créée à l'aide d'un barreau de verre faisant office de lentille cylindrique divergente. Il existe dans la collection un embout tout prêt qui se fixe à l'extrémité du laser comme les objectifs de microscope. Cette nappe est inclinée à 45° environ pour qu'elle balaye l'intégralité de la zone de diffusion. En positionnant un écran à $L \approx 30$ cm de la face de sortie de la cuve, on peut ainsi visualiser au cours du temps la déformation du plan laser, ie la trace de la gaussienne de diffusion produite par $\frac{\partial n}{\partial z}(z, t)$. Comme le milieu tend à s'homogénéiser, la hauteur maximale de cette gaussienne diminue au cours du temps (et sa largeur augmente). On peut montrer [3] que son expression à l'instant t est donnée par :

$$h_{max} \approx \frac{Ld(n_g - n_e)}{\sqrt{4Dt}}$$

Le suivi au cours du temps de cette hauteur maximale permet donc de remonter à la valeur du coefficient de diffusion du glycérol dans l'eau.

2.2 Réalisation et précautions

Tout d'abord, il est préférable d'utiliser une solution de glycérol à 50 % en masse plutôt que du glycérol pur, car celui-ci possède un indice de réfraction très différent de celui de l'eau : la déviation du laser est alors trop importante pour que les approximations ayant conduit à la formule précédente restent valables. De plus, la hauteur de la gaussienne est trop grande pour que celle-ci puisse être visualisée intégralement sur l'écran au début de l'expérience, et la diffusion est initialement très lente.

Attention ! L'indice de réfraction *et* le coefficient D présents dans l'expression de h_{max} dépendent de la concentration de la solution de glycérol ! On peut trouver l'indice d'un mélange à 50 % en masse dans le *Handbook* de la BU du haut (soit $n_g \approx 1,40$) mais on n'a pas réussi à trouver D ... Par contre, la personne

passée l'année dernière sur le MP39 a trouvé sur le net $D = 6,15 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ pour une fraction massique en glycérol de 0,4 et $D = 4,24 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ pour 0,6. On peut légitimement penser que l'on s'attend à trouver une valeur intermédiaire.

Autre précaution à prendre pour l'expérience : il faut plonger l'extrémité de la burette contenant le glycérol tout au fond de la cuve et sur le côté, et le laisser s'écouler suffisamment lentement pour éviter le mélange des deux fluides par convection, mais suffisamment rapidement pour que la diffusion soit homogène dans toute la cuve. Il faut également éviter de retirer la burette vide de la cuve, et même de bouger la cuve pendant toute la durée de l'expérience.

Une fois le glycérol versé, on relève la hauteur h_{max} de la gaussienne par rapport à la ligne du faisceau non dévié (incliné à 45°) pendant au moins une trentaine de minutes, et on réalise une mesure supplémentaire devant le jury. En préparation, nous avons réalisé des mesures pendant deux heures environ. L'origine des temps peut être choisie arbitrairement à condition d'en faire un paramètre d'ajustement de la loi de h_{max} .

On vérifie graphiquement que h_{max} évolue en $1/\sqrt{t - t_0}$ ou h_{max}^2 en $1/(t - t_0)$, et déduit du coefficient directeur de la droite la valeur de D . En préparation, nous avons trouvé $D \approx 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Les principales sources d'incertitude sur cette valeur sont les mesures de h_{max} (sur papier millimétré, mais pas toujours évident à pointer précisément), d et L . De plus, l'épaisseur des parois de la cuve est loin d'être négligeable et à la réfraction du laser due au gradient d'indice se superpose celle produite par le verre.

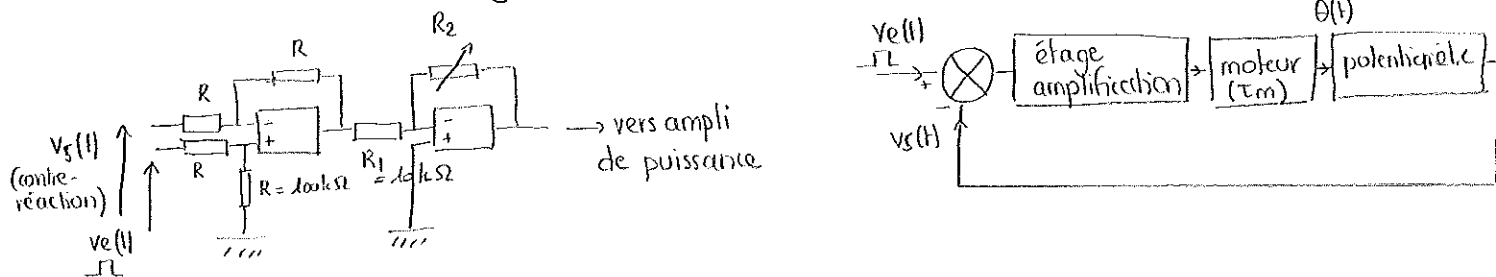
En live, on trouve avec $d \approx$, $L \approx$ et un coefficient directeur $a \approx$,
 $D \approx$.

Autre expérience possible : étude de la conduction thermique dans une barre de cuivre. Cette expérience fonctionne très bien, mais présente l'inconvénient de ne pas tolérer la moindre erreur de manip, le refroidissement de la barre, et donc son retour à l'équilibre thermique, étant extrêmement lent.

3 Contrôle du régime transitoire dans le cas d'un asservissement en position

Bien qu'ils nous renseignent sur les caractéristiques des systèmes physiques, les régimes transitoires sont souvent des régimes que l'on cherche à écourter pour que le système atteigne rapidement la valeur de consigne qu'on lui impose. De même, le dépassement de cette consigne, dû par exemple aux oscillations d'un régime pseudo-périodique, peut parfois avoir des conséquences très néfastes sur le système. C'est le cas en particulier dans les asservissements en position (exemple d'un portail électrique) que nous allons traiter ici.

3.1 Présentation du montage



On réalise pour cela l'asservissement d'un moteur à courant continu à l'extrémité duquel est fixé un curseur dont on cherche à commander la position angulaire. La tension d'entrée du montage (consigne) est un créneau d'amplitude 3 V envoyé à travers un AO différentiel, suivi d'un AO amplificateur de gain $A = -\frac{R_2}{R_1}$ et d'un amplificateur de puissance. La tension aux bornes du potentiomètre du moteur est ensuite réinjectée (contre-réaction) au niveau de l'AO différentiel et comparée à la tension d'entrée.

On peut montrer que la fonction de transfert totale du circuit, du second ordre, s'écrit :

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{Q\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

avec ω_0^2 pulsation propre du circuit, Q son facteur de qualité qui est tel que $Q^2 \propto \tau_m \frac{R_2}{R_1}$ avec τ_m temps de réponse électromagnétique du moteur dépendant de ces caractéristiques propres.

En faisant varier R_2 , il est donc possible d'observer des régimes transitoires apériodique et pseudo-périodique (oscillations de la réponse du moteur autour de la valeur consigne) analogues à ceux du circuit RLC série.

3.2 Mesure du dépassement de la valeur consigne

On constate qu'en régime pseudo-périodique la réponse angulaire du moteur dépasse la valeur consigne, et que ce dépassement est d'autant plus grand que R_2 est grande (et donc que Q est grand). Plus précisément, pour tout système linéaire d'ordre 2, il est possible de lier précisément la valeur du premier dépassement $D_1 = \left(\frac{V_s}{V_e}\right)_{max}$ à celle de Q :

$$D_1 = e^{-\frac{\pi}{\sqrt{4Q^2-1}}}$$

Or $Q^2 \propto R_2$, et on vérifie donc expérimentalement la loi d'évolution

$$\frac{1}{(\ln D_1)^2} = aR_2 - b$$

On trouve $a =$ et $b =$. La loi linéaire est donc bien vérifiée.

3.3 Contrôle du dépassement grâce à l'utilisation d'un correcteur à avance de phase

En diminuant la valeur de la résistance R_2 , il est donc possible de diminuer directement le dépassement du système. Cependant cette manipulation entraîne l'apparition d'une erreur statique pouvant être importante : la réponse n'oscille plus, mais n'atteint également plus la valeur consigne, en grande partie du fait des frottements solides qui ne sont plus compensés par l'amplification $\frac{R_2}{R_1}$.

Pour remédier à cela, et parvenir tout de même à diminuer le dépassement, on rajoute deux capacités C_1 et C_2 en parallèle aux bornes de R_1 et R_2 . La fonction de transfert de l'AO amplificateur devient donc

$$A(\omega) = \frac{-R_2}{R_1} \frac{1 + j\tau_1\omega}{1 + j\tau_2\omega}$$

avec $\tau_i = R_i C_i$. On choisit $\tau_1 = \tau_m = 17$ ms (donnée constructeur), et donc $C_1 = 1,7$ μ F, afin que la fonction de transfert globale $H(\omega)$ du circuit conserve la même forme, et en particulier le même facteur d'amplification. τ_2 devient alors le nouveau temps caractéristique dont dépend Q (il joue le même rôle que τ_m en l'absence de correcteur) et on choisit sa valeur de telle sorte à diminuer le dépassement.

Ainsi, pour avoir $D_1 =$, on fixe $\tau_2 =$ et donc $C_2 =$. Le dépassement est bien considérablement atténué, tout comme le temps de réponse et le temps de montée de la réponse du moteur :).