

MP38 : Régimes transitoires.

Jérémy FERRAND & Paco MAURER

2012/2013

Bibliographie :

- D. CALECKI - B. DIU, **Exercices et problèmes de thermodynamique**, *Hermann*
- BUP n°819, Décembre 1999. Pages 1885-1887.
- M. KROB, **Electronique expérimentale**, *Ellipses*
- R. DUFFAIT - J.P. LIEVRE, **Expériences d'électronique**, *Breal*

Table des matières

1	Filtre passe-bande du deuxième ordre	2
1.1	Réponse indicielle	2
1.2	Réponse en régime forcé	3
2	Diffusion du glycérol dans l'eau	3
2.1	Principe	3
2.2	Résultat expérimentaux	5
3	Asservissement en position	5
3.1	Principe	5
3.2	Caractérisation de l'asservissement	7
3.3	Réponse indicielle	7
3.4	Utilisation d'un correcteur	8

Remarques du jury

[2012, 2011] “Les régimes transitoires ne se réduisent pas à la relaxation des systèmes linéaires en électricité. Par ailleurs, l'établissement de régimes forcés peut conduire à une physique bien plus variée que le retour à une situation d'équilibre.”

[2010-2009] “Il existe des régimes transitoires dans plusieurs domaines de la physique et pas uniquement en électricité. Bien que le régime transitoire des systèmes linéaires, évoluant en régime de réponse indicielle, puisse parfois se ramener à l'étude d'un circuit RC, la simple mesure du temps de réponse d'un tel circuit ne caractérise pas l'ensemble des propriétés des régimes transitoires. D'autre part, l'établissement de régimes forcés peut conduire à une physique bien plus variée que le retour à une situation d'équilibre.”

[2008] “Ce nouveau montage a été peu choisi cette année. Notons pourtant que les régimes transitoires interviennent dans de nombreux domaines de la physique et pas seulement en électricité !”

Introduction

Le régime transitoire recouvre de nombreux domaines de la physique. Il est un régime d'évolution du système physique lié à la modification des contraintes extérieures qui lui sont appliquées. Ce régime, nécessairement limité dans le temps, précède l'établissement du régime stationnaire (régime forcé). Celui-ci correspond à un état d'équilibre ou à un état stationnaire.

Dans la vie de tous les jours, on rencontre des régimes transitoires, accélération d'une voiture, allumage d'un four, ... Ces régimes transitoires ne sont pas toujours néfastes à l'étude d'un système. Bien au contraire, nous allons

illustrer au cours de ce montage comment l'étude de différents régimes transitoires dans différents domaines de la physique permettent de remonter à des grandeurs intrinsèques du système. Pour finir on cherchera à maîtriser ces grandeurs pour asservir un système.

1 Filtre passe-bande du deuxième ordre

1.1 Réponse indicielle

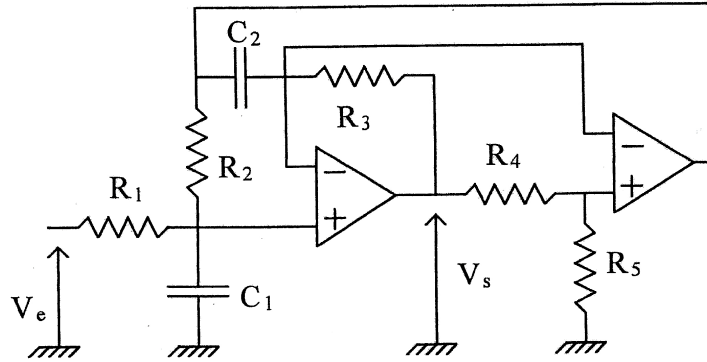
Analyse qualitative

On a pu voir que lorsque l'on connaissait la réponse impulsionnelle d'un SLIT, on peut caractériser entièrement la réponse du système pour n'importe quelle entrée. Il suffit pour cela de convoluer la réponse impulsionnelle avec l'entrée :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-t')e(t')dt' \quad (1)$$

Il est cependant difficile de produire un Dirac expérimentalement pour cela on utilise la réponse indicielle, c'est à dire la réponse à une fonction Heaviside. La réponse indicielle est alors l'intégrale de la réponse impulsionnelle.

Dans cette étude nous allons reprendre le principe de la réponse indicielle pour essayer de caractériser des grandeurs d'un circuit passe-bande du 2ème ordre. Pour cela on utilisera un équivalent actif du circuit RLC série soumis une fonction créneau :



La fonction de transfert se met sous la forme :

$$H(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad (2)$$

$$H_0 = \frac{R_4 + R_5}{R_5} \quad (3)$$

$$Q = R_1 \sqrt{\frac{R_4}{R_2 R_3 R_5} \frac{C_1}{C_2}} \quad (4)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_4}{R_2 R_3 R_5 C_1 C_2}} \quad (5)$$

En prenant $R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R = 10\text{k}\Omega$, $C_1 = C_2 = C = 0,1\mu\text{F}$ et $R_1 = 200\text{k}\Omega$, on obtient :

$$R_1 = \quad \Omega \quad R_2 = \quad \Omega \quad R_3 = \quad \Omega \quad (6)$$

$$R_4 = \quad \Omega \quad R_5 = \quad \Omega \quad C_1 = \quad \text{F} \quad (7)$$

$$C_2 = \quad \text{F} \quad f_o = \quad \text{Hz} \quad T_0 = \quad \text{s} \quad (8)$$

En faisant varier la résistance R_1 , on observe plusieurs régimes : le régime apériodique, le régime critique et le régime pseudo-périodique. La résistance critique vaut : $R_{cric} = \pm \quad \Omega$. On obtient alors un facteur de qualité : $Q = \pm$

Régime pseudo-périodique

Lorsque l'on se place en régime pseudo-périodique ($R_1 = 200\text{k}\Omega$, résistance du GBF négligeable), la mesure de la pseudo-période permet de remonter à des constantes intrinsèques du système. En effet, la pseudo-période est donnée par :

$$T_{ps} = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \quad (9)$$

$$\frac{1}{T_{ps}^2} = \frac{1}{T_0^2} - \frac{1}{4T_0^2 Q^2} \quad (10)$$

$$\frac{1}{T_{ps}^2} = \frac{1}{T_0^2} - \frac{1}{R_1^2} \frac{1}{16\pi^2 C_1^2} \quad (11)$$

La régression linéaire $1/T_{ps}^2 = aR_1^2 + b$ donne :

$$a = \pm \Omega^{-2} \cdot \text{s}^{-2} \quad (12)$$

$$b = \pm \text{s}^{-2} \quad (13)$$

On obtient alors pour valeur :

$$T_0 = \pm \text{s} \quad T_{0_{th}} = \pm \text{s} \quad (14)$$

$$C_1 = \pm \text{F} \quad C_{1_{mes}} = \pm \text{F} \quad (15)$$

1.2 Réponse en régime forcé

On se place maintenant en régime sinusoïdale forcée de fréquence f et on choisit les valeurs des composants suivants : $R = 10\text{k}\Omega$, $C = 0.1\mu\text{F}$ et $R_1 = 200\text{k}\Omega$. La réponse du filtre est donc la somme d'une sinusoïde à la fréquence f correspondant au régime établi et à une sinusoïde de fréquence f_0 correspondant au régime transitoire. Si f est proche de f_0 on doit observer un phénomène de battement, à la fréquence $|f - f_0|$.

La fréquence de battements obtenue est à comparer avec $f_{GBF} - f_{0_{mes}}$:

$$f_{bat} = \pm \text{Hz} \quad f - f_{0_{mes}} = \pm \text{Hz} \quad (16)$$

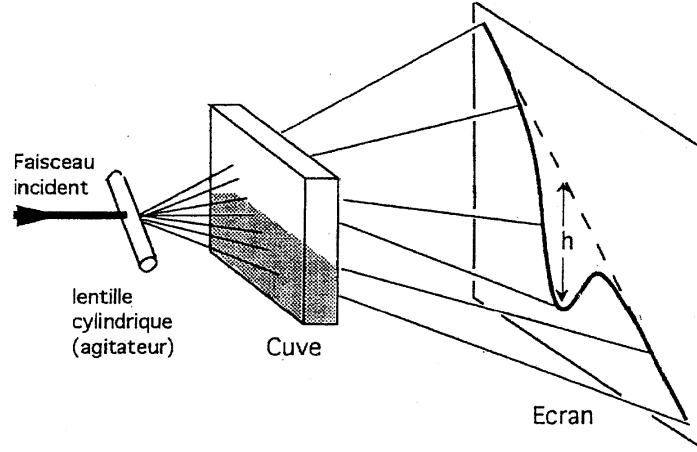
Remarque : Pour fabriquer un signal sinusoïdale que l'on déclenche de façon périodique il suffit de multiplier un signal créneau par une sinusoïde

2 Diffusion du glycérol dans l'eau

CALECKI page 357

2.1 Principe

Comme on a pu le voir la propagation de la lumière dans un milieu d'indice inhomogène n'est pas rectiligne. On va utiliser ici ce phénomène pour mesurer un coefficient de diffusion. Devant un écran vertical on place une cuve parallélépipédique de faible épaisseur e , ses faces les plus larges étant disposées parallèlement à l'écran. Une nappe laser, incliné à 45° est dirigée vers la cuve, quasi perpendiculaire à ses faces. Lorsque la cuve est vide, le faisceau trace sur l'écran une droite Δ .



Dans la cuve on introduit du glycérol dilué à 50% dans l'eau puis de l'eau pure (moins dense), en évitant tout mouvement de convection. A $t=0$, les deux liquides ne sont pas encore mélangés, et sont séparés par une interface horizontale. Ils diffusent ensuite l'un vers l'autre selon la verticale O_z . La concentration molaire en glycérol, dans le mélange dépend alors de l'altitude z et du temps t : $c = c(z, t)$.

En négligeant l'influence de la pesanteur sur la diffusion et on admettra que l'indice optique peut s'écrire :

$$n = (1 - c)n_e + cn_g \quad (17)$$

Ici n_e désigne l'indice optique de l'eau prise égale à 1,33, et n_g celle du glycérol dilué prise égale à 1,40. L'indice optique dépend alors lui aussi de z . l'équation des rayons lumineux est :

$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right) = \nabla n \quad (18)$$

En supposant que la largeur de la cuve est petite et l'angle d'incidence quasi-nulle, on montre que l'angle de déviation θ supplémentaire du au gradient de concentration est approximativement :

$$\theta = \frac{1}{n} c \frac{\partial n}{\partial z} \quad (19)$$

Dans la cuve l'équation de diffusion s'écrit :

$$\frac{\partial c(z, t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c(z, t)}{\partial z^2} \quad (20)$$

$$\frac{\partial n}{\partial z} = (n_g - n_e) \frac{\partial c}{\partial z} \quad (21)$$

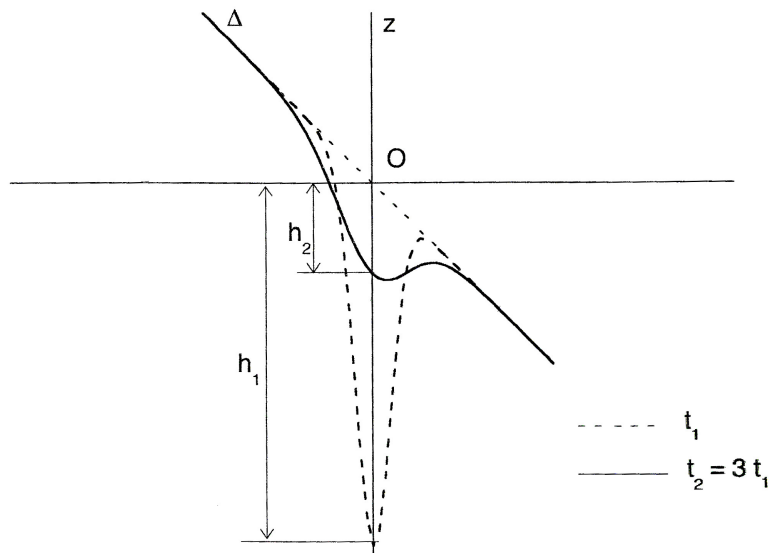


FIGURE 9.3
Exercice IX.5

En choisissant comme conditions initiales, $c = 0$ pour $z > 0$ et $c = 1$ pour $z < 0$, et des limites infinies pour la cuves :

$$\theta(z, t) = -e(n_g - n_e) \frac{\exp(-z^2/4Dt)}{\sqrt{4\pi Dt}} \quad (22)$$

Soit L la longueur de la cuve à l'écran, si θ est suffisamment petit (pour t grand), le maximum de déviation du faisceau laser vaut :

$$h(t) = L\theta(t) \quad (23)$$

$$= \frac{eL(n_g - n_e)}{\sqrt{4\pi Dt}} \quad (24)$$

En traçant $\frac{L^2}{h^2}$ en fonction de $\frac{4\pi t}{e^2(n_g - n_e)^2}$, on trouve une droite de pente D .

2.2 Résultat expérimentaux

On mesure la hauteur entre le maximum de la gaussienne et la base de la nappe laser. On trouve un coefficient D , valant :

$$D = \pm \text{ m}^2.\text{s}^{-1} \quad (25)$$

La littérature donne un coefficient de diffusion pour le glycérol infiniment dilué de $1,05.10^{-9}\text{m}^2.\text{s}^{-1}$.

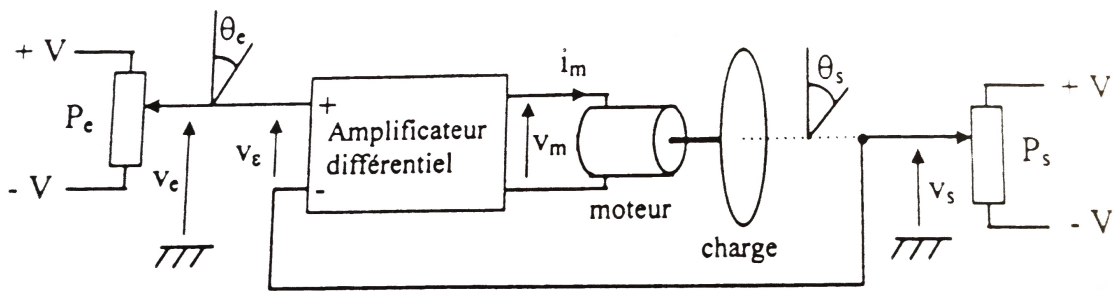
Remarque : Une recherche sur internet donne le coefficient de diffusion du glycerol pour un mélange 50/50 en volume. Celui-ci vaut : $0,865.10^{-9}\text{m}^2.\text{s}^{-1}$.

3 Asservissement en position

L'asservissement du moteur en position est un vaste domaine ou de nombreuses mesures sont possibles mais le régime transitoire est très présent dans cette manip et il est intéressant de montrer cet aspect, cependant de nombreuses mesures en préparation sont nécessaires pour caractériser le moteur et il faut choisir quoi montrer

3.1 Principe

On étudie l'asservissement d'un moteur à courant continu. Le schéma général est :



Si on néglige l'inductance de l'induit ainsi que le frottement de Coulomb le modèle sera alors linéaire.

L'équation électrique s'écrit :

$$v_m = R_m i_m + K \omega_s \quad \omega_s = \frac{d\theta}{dt} \quad (26)$$

L'équation mécanique s'écrit :

$$J_m \frac{d\omega_s}{dt} = -a\omega_s + K i_m \quad (27)$$

avec J_m le moment d'inertie total de la partie tournante et $-a\omega_s$ est le couple de frottement fluide total s'exerçant sur cette partie.

Les potentiomètres sont alimentés de façon symétrique en $\pm V$ et on les suppose linéaire on a donc :

$$v_e = k\theta_e \quad v_s = k\theta_s \quad \text{où} \quad k = \frac{V}{\pi} \quad (28)$$

L'amplificateur différentiel est supposé être en régime linéaire avec une amplification A_v donc :

$$v_m = A_v(v_e - v_s) \quad (29)$$

On effectue avec une transformation de Laplace de ces équations :

$$V_m = R_m I_m + K \Omega_s \quad (30)$$

$$J_m p \Omega_s = -a \Omega_s + K I_m \quad (31)$$

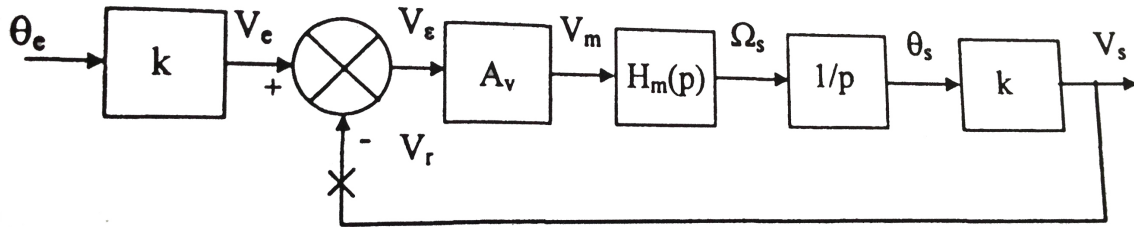
$$V_m = A_v (V_e - V_s) \quad (32)$$

On peut alors définir la transmittance H_m du moteur (tension $\rightarrow$ vitesse) en éliminant I_m des équations :

$$H_m(p) = \frac{A_m}{p\tau_m + 1} \quad \text{avec} \quad \tau_m = \frac{J_m R_m}{a R_m + K^2} \quad A_m = \frac{K}{a R_m + K^2} \quad (33)$$

où τ_m est le temps de réponse électromagnétique du moteur qui caractérise l'évolution de sa vitesse relativement à la tension d'alimentation.

On a alors le schéma général qui s'écrit :



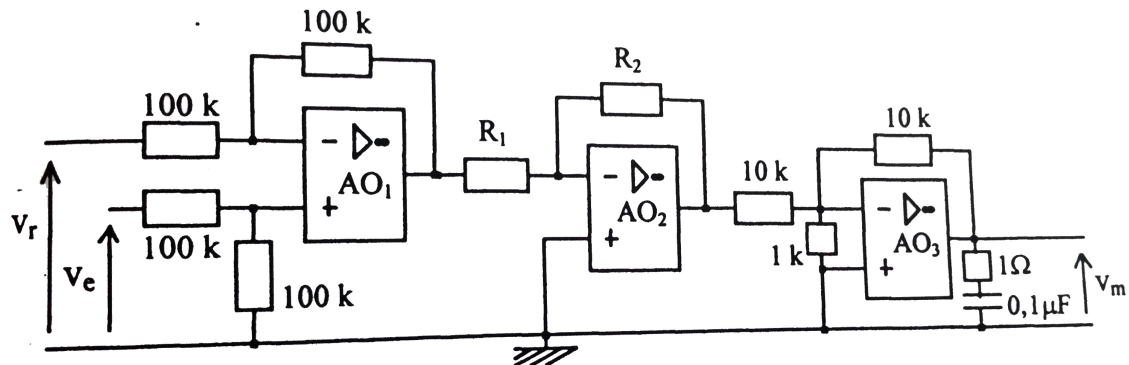
La fonction de transfert en boucle fermée s'écrit :

$$H(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2} \quad (34)$$

Avec la pulsation propre et le coefficient réduit d'amortissement :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k A_v K}{R_m J_m}} \quad m = \frac{a R_m + K^2}{2 \sqrt{k A_v K J_m R_m}} \quad (35)$$

En pratique on réalise le montage suivant avec le moteur monté pour l'asservissement en position :

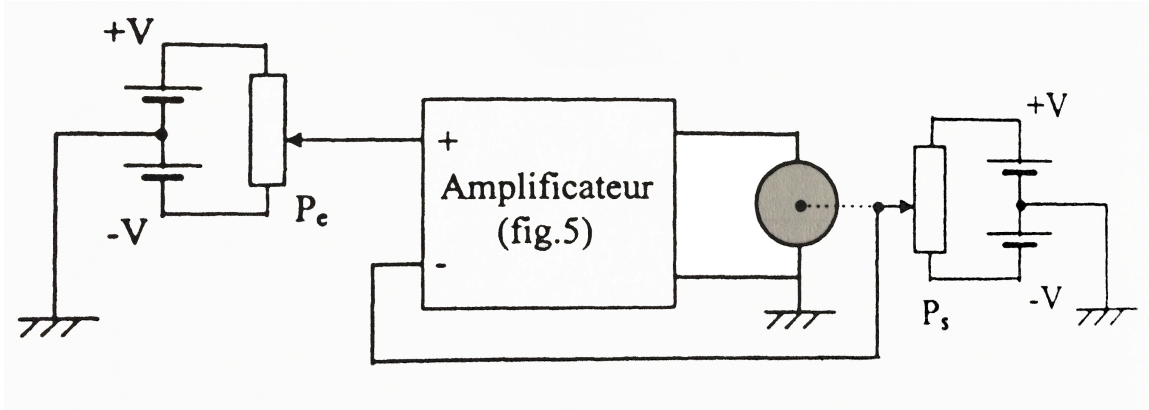


Avec $R_1 = 10 k\Omega$, R_2 résistance variable (boîte de résistances), AO_1 et $AO_2 = TL081$ et $AO_3 = L 165$ (ou $TCA 365$)

Il est préférable d'utiliser un amplificateur de puissance à la place de l'AO et du montage qui va avec pour simplifier le montage et l'amplificateur de puissance fonctionne très bien.

3.2 Caractérisation de l'asservissement

On réalise alors le schéma suivant avec comme amplificateur la figure précédente :



On a alors :

- à faible amplification ($A_v = 1$) on a un couple de rappel très faible le système est alors très sensible aux perturbations et il est donc peu précis,
- à plus forte amplification ($A_v = 5 - 10$) on constate que le couple est bien plus intense et que la précision a augmenté,
- à des amplifications supérieures ($A_v > 20$) on constate l'apparition d'oscillations. Il faut un modèle non linéaire pour le prévoir.

On peut à présent caractériser le système en étudiant la réponse en régime sinusoïdal forcé. On impose un v_e en entrée et on mesure un v_s en sortie. Il faut que l'amplitude soit pas trop grande pour ne pas saturer et pas trop petite pour pouvoir négliger les frottements solides. On se place à une amplification fixée (typiquement $A_v = 10$). On fait varier la fréquence entre environ 4 et 30 Hz et on peut construire la fonction de transfert :

$$H(j\omega) = \frac{v_s}{v_e} = \frac{\omega_0^2}{-\omega^2 + 2jm\omega_0\omega + \omega_0^2} \quad (36)$$

Le module s'écrit :

$$|H(j\omega)| = \frac{v_{s,eff}}{v_{e,eff}} = \frac{\omega_0^2}{((\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2m\omega_0\omega)^2)^{1/2}} \quad (37)$$

On vérifie que l'on obtient bien la bonne forme du diagramme de Bode avec une résonance (pour une résistance $R_2 = 50k\Omega$) et une pente de -40dB/décade à "haute" fréquence. Pour calculer les paramètres on utilise :

- La phase qui vaut 90° pour $\omega = \omega_0$ donc on trouve $\omega_0 = \pm \text{rad.s}^{-1}$
- Le maximum en amplitude pour le paramètre m . En effet le maximum pour $\omega = \omega_r = \omega_0\sqrt{1 - 2m^2}$ de $|H|$ est relié à m par :

$$|H_{max}| = |H(\omega_r)| = \frac{1}{2m\sqrt{1 - m^2}} \quad (38)$$

On trouve alors $m = \pm$

Avec l'étude en régime sinusoïdal forcé on a trouvé tous les paramètres qui vont caractériser le régime transitoire de l'asservissement.

3.3 Réponse indicielle

On caractérise l'asservissement avec la réponse à un échelon de tension. On applique une tension carrée en entrée et on regarde la tension v_s en sortie qui tend vers la tension d'entrée qui montre l'absence d'erreur statistique. Cependant on note la présence de dépassement dans la réponse. Le premier dépassement ne dépend que de m selon :

$$D_1 = \exp\left(-\pi \frac{m}{\sqrt{1 - m^2}}\right) \quad (39)$$

On trouve alors un dépassement théorique à partir de notre m de $D_{1,exp} = \pm \%$. On mesure un dépassement de $D_{1,mes} = \pm \%$

3.4 Utilisation d'un correcteur

On peut utiliser un correcteur qui réduit le dépassement en mettant en parallèle de R_1 et R_2 des capacités C_1 et C_2 en prenant $R_1 C_1 > R_2 C_2$.

Pour choisir ces capacités il faut calculer le temps caractéristique électromagnétique donné par :

$$\tau_m = \frac{1}{2m\omega_0} \quad (40)$$

On doit choisir $\tau_1 = R_1 C_1 = \tau_m$ donc on prend $C_1 = \frac{1}{2R_1 m \omega_0}$.

Ensuite pour choisir C_2 on doit savoir quelle nouvelle valeur de m noté m' on veut. On a :

$$\frac{m'}{m} = \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}} = \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2}} \quad (41)$$

Donc si on veut $m' = 1,5m$ il faut avoir $\tau_2 = \tau_m / (1,5)^2 = \quad ms$ d'où $C_2 = \tau_2 / R_2 = \quad nF$.

On mesure un nouveau dépassement de $D'_1 = \quad \%$ qui correspond à un $m' = \quad$. Or on doit avoir un $m'_{th} = 1,5m = \quad$.

On peut ainsi contrôler le régime transitoire à l'aide de ce correcteur à avance de phase.