

MP 39 : Phénomènes de transport

Micard Diane

19 janvier 2013

Résumé

Rapport du Jury

- 2012 : Ce montage est ouvert à de nombreux domaines, pouvant donner lieu à des études comparées, on pensera à exploiter les régimes transitoires et les régimes permanents. Le choix des expériences doit veiller à souligner l'effet de transport. Il existe d'autres phénomènes de transport que ceux régis par une équation du type $j = \alpha gradv$.
- 2011/2012 : Il existe d'autres phénomènes de transport que ceux régis par une équation du type $j = \alpha gradv$.
- 2000 : il faut garder à l'esprit qu'on distingue dans certains domaines plusieurs phénomènes de transport : convection, conduction, diffusion. Connaître a priori l'ordre de grandeur de quelques coefficients de diffusion est indispensable.

Table des matières

1	Transport de quantité de matière par diffusion	1
2	Transport d'énergie thermique (Ne pas dire chaleur)	2
2.1	Diffusion	3
2.2	Le Rayonnement	4
3	Transport de quantité de mouvement par diffusion	4
4	Correction :	5

Biblio :

- Quaranta Thermodynamique et applications (chercher à phénomènes de transport) → toutes les manip y sont décrites
- Guyon Hulin Petit Hydrodynamique
- Physique PC PC* Tec et Doc → rappels théorique de base
- Calecki → manip diffusion de quantité de matière démo théorique
- Bup 819 → manip diffusion de quantité de matière

Introduction

On appelle phénomène de transport tout phénomène impliquant le transport d'une quantité sans qu'il y ait disparition ni création de cette quantité. Les phénomènes de transports naissent dans les systèmes hors équilibre. → *expérience convection des sciures de bois dans un tube en P chauffé.*

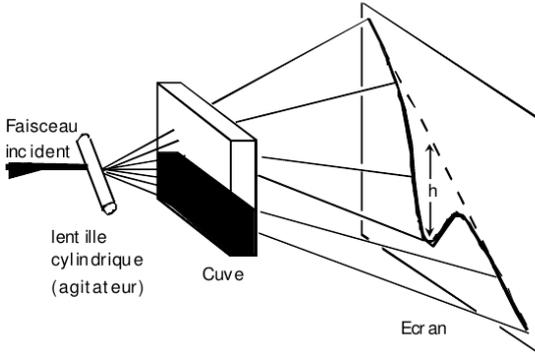
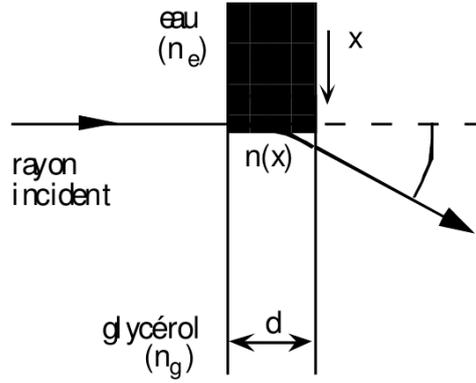
Ces phénomènes sont extrêmement courants et utiles dans notre vie de tous les jours. Le simple fait de faire cuire des pâtes met en jeu plus de 3 transports différents : la diffusion et la convection thermique dans l'eau, la diffusion par conduction thermique à travers le métal qui compose la casserole et le rayonnement infrarouge selon le type d'installation utilisée.

1 Transport de quantité de matière par diffusion

La première chose que l'on fait lorsqu'on fait cuire des pâtes est d'ajouter du sel dans l'eau. La casserole étant remplie d'eau et le sel pas encore solubilisé repose en cristaux sur le fond de la casserole. Petit à petit le sel va se solubiliser dans les "couches" d'eau proches du fond de la casserole. Comment va-t-on pouvoir dans ces conditions obtenir une solution homogène d'eau salée qui permettra aux pâtes d'avoir toutes le même goût ? C'est ici qu'intervient la diffusion de quantité de matière dans l'eau !

Nous allons modéliser cette expérience par celle de la diffusion d'une solution de glycérol dans de l'eau pure.

Expérience du glycérol diffusant dans l'eau.



On note θ l'angle de déviation du faisceau laser. On observe sur l'écran, situé à une distance L de la cuve une figure lumineuse de hauteur h . A l'intérieur de la cuve la concentration en glycérol n'est pas homogène (on étudie ici le régime transitoire), ceci donne donc naissance à un flux de quantité de matière J_N . A chaque instant t , on observe dans la cuve un gradient de concentration qui correspond à un gradient d'indice dans le milieu. Les densités de l'eau et du glycérol étant proches on négligera les effets de la gravité.

Démo : Rappelons l'équation de la diffusion :

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} = \frac{\partial c}{\partial t} \quad (1)$$

où D est le coefficient de diffusion et c la concentration en glycérol dans le milieu.

Si la déviation du rayon dans le milieu est petite on peut écrire que l'indice optique varie linéairement avec la concentration : $n(z, t) = (1 - c(z, t))n_e + c(z, t)n_g$. On reprend alors l'équation de l'Eikonale : $\frac{dn \vec{u}}{ds} = \nabla n$. Or $\nabla n = \frac{dn}{dz}$ et $\frac{d}{ds} \approx \frac{1}{d}$, en notant dz la déviation du faisceau selon z et, $\vec{u} = \frac{dz}{ds}$ on a $\theta = \frac{dz}{d} = d \frac{dn}{dz}$

Donc $\frac{dn}{dz} = (n_g - n_e) \frac{c}{z}$. On pose : $\alpha(z, t) = \frac{\partial c}{\partial z}$ et on remarque que $D \frac{\partial^2 \alpha}{\partial z^2} = \frac{\partial \alpha}{\partial t}$.

On réalise ensuite la transformée de Fourier de α notée F . On remarque que $\frac{\partial F}{\partial t} = -Dk^2 F(k, t)$ donc $F(k, t) = F(k, 0) \exp(-Dk^2 t)$ or $\alpha(z, 0) = -\delta(z)$ pour l'interface nette avant diffusion. On montre que $F(k, 0) = \frac{-1}{\sqrt{2\pi}}$. Par transformée de Fourier inverse : $\alpha(z, t) = \frac{-\exp(-\frac{z^2}{4Dt})}{\sqrt{4\pi Dt}}$. On a donc :

$$\theta(z, t) = -d(n_g - n_e) \frac{\exp(-z^2/4Dt)}{\sqrt{4\pi Dt}} \quad (2)$$

Ce qui donne $\theta_{max} = d \frac{(n_g - n_e) C_0}{\sqrt{4\pi Dt}}$ pour z proche de 0 et $h = d \frac{(n_g - n_e) L}{\sqrt{4\pi Dt}}$, D le coefficient de diffusion du glycérol dans l'eau. $D = 1.05 * 10^{-9} m^2 . s^{-1}$.

En traçant $\frac{L^2}{h^2} = f\left(\frac{4\pi t}{c(n_g - n_e)^2}\right)$ on remonte au coefficient de diffusion D (pente de la droite).

1. $D_{th} = 1.05.10^{-9} m^2 . s^{-1}$ pour du glycérol infiniment dilué
2. $d =$
3. $L =$
4. $D_{mes} = \dots + / - \dots$

Note : Dans cette manip on a utilisé du glycérol à 50% contrairement à ce qu'on trouve dans le Quaranta car la diffusion est plus rapide (20min d'acquisition suffisent au lieu de 1h30) cependant le coefficient de diffusion tabulé dans le Handbook ne concerne que le glycérol pur or ce coefficient dépend de la concentration, il est donc normal de trouver une valeur un peu différente.

2 Transport d'énergie thermique (Ne pas dire chaleur)

Une fois la solution préparée il va maintenant falloir chauffer l'eau, c'est à dire lui apporter de l'énergie thermique avant d'y insérer les pâtes. Pour cela nous allons analyser deux mécanismes de transport d'énergie thermique : la diffusion à travers

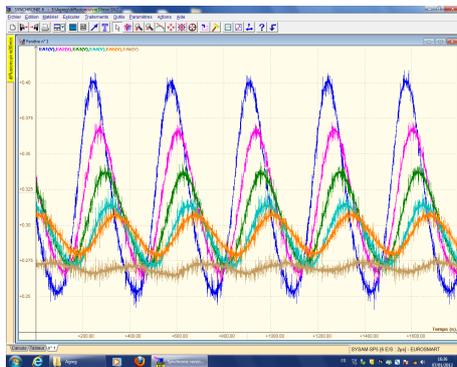


FIGURE 1 – Diffusion thermique dans une barre de cuivre résultats

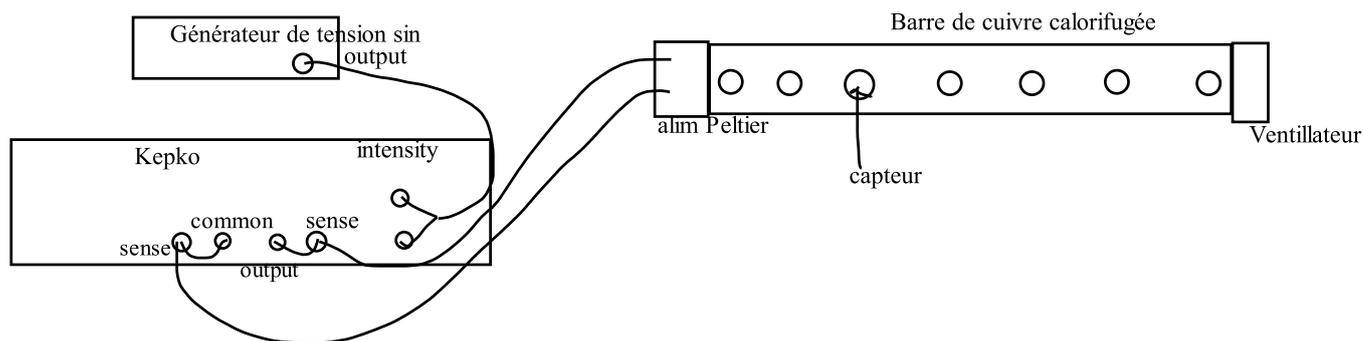


FIGURE 2 – Montage barre de cuivre

le métal de la casserole et le rayonnement thermique.

2.1 Diffusion

Mesure de la conductivité thermique du cuivre en régime permanent sinusoïdal. On impose un apport de puissance sinusoïdale. La puissance transmise est proportionnelle à l'intensité .

L'équation de la chaleur donne :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3)$$

On écrit $T = T_0 \exp(j(\omega t - kx))$, on a donc $j\omega = -k^2 D$. On impose ici ω réel. Une solution est : $T(x, t) = T_M \exp(-\frac{x}{\delta}) \exp(j\omega t - j\frac{x}{\delta})$ avec $\delta = \sqrt{\frac{2D}{\omega}}$.

Soit en réel : $T(x, t) = T_M \exp(-\frac{x}{\delta}) \cos(\omega t - \frac{x}{\delta}) + T_M$. On trace ensuite $\ln(T_{max} - T_{min}) = f(x)$ ce qui permet de déterminer δ . Si tout est bon on peut retrouver δ directement avec le retard de phase. Comparer les deux termes pour vérifier le modèle (Voir fig1).

1. $D_{th} = 114.10^{-6} m^2 . s^{-1}$
2. $\omega = 2\pi f$
3. $f = 3mHz$
4. $\delta = \dots + / - \dots$
5. $D = \dots + / - \dots$

Les erreurs sont calculées grâce à la formule : Si $A = BC$ alors

$$\frac{\Delta A}{A} = \sqrt{\left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2} \quad (4)$$

Ici il s'agit de calculer les erreurs comises sur δ^2 donc $B = C$ et $\frac{\Delta \delta^2}{\delta^2} = \sqrt{2} \frac{\Delta \delta}{\delta}$ Les essais en préparation montrent que la valeur tabulée rentre dans les barres d'erreurs.

Note : L'onde de température est d'autant plus atténuée (δ) que la fréquence f des variations imposée est grande. Si f est trop importante le second capteur ne ressent même pas les variations de température. Une fréquence de 3mHz imposée par un Agilent branché sur une Kepko semble un bon compromis. Afin de voir un beau signal, utiliser une amplitude de 6V vpp (attention ne pas dépasser les 6A).

Note de correction :



FIGURE 3 – Cube de Leslie + thermopile

- Le dernier capteur est mort ne pas le considérer.
- Le Peltier agit aussi comme une résistance, il envoie donc un sinus modulé par une énergie en I^2 donc en \sin^2 . Ceci explique la forme des courbes. (sinus déformé)
- A la fréquence choisie tous les capteurs sont atteints par l'onde thermique, or le dernier se situe en fin de barre, par conséquent les équations de la barre infinie ne sont pas valables ici. Deux choix sont alors possibles :
 - Soit augmenter un peu la fréquence pour que les deux derniers capteurs ne soient plus atteints par l'onde et vérifier ensuite que si l'on envoie une augmentation linéaire de température les capteurs répondent aussi linéairement. Ceci permet aussi de vérifier que la barre est bien calorifugée.
 - On peut aussi donner la solution complète de l'équation avec des conditions aux limites finies, et au lieu de s'intéresser à la décroissance exponentielle, on utilise la phase en modélisant les courbes par un sinus.

2.2 Le Rayonnement

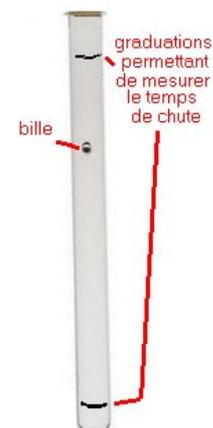
Utilisation du carré corps noir rempli d'eau bouillante et mesure du rayonnement par thermopile. Expérience du cube de Leslie. Manipulation qualitative pour montrer la différence entre les différents corps (corps gris, blanc, noir). On aurait pu comme dans le montage de l'an dernier montrer la loi de Planck : la résistance du filament d'une lampe dépend de sa température. On peut donc à partir de la température mesurée à une certaine distance de la source remonter à la valeur de la résistance.

3 Transport de quantité de mouvement par diffusion

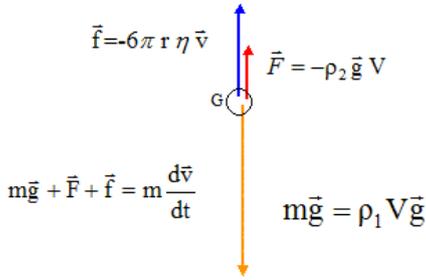
Utilisation du viscosimètre à bille. **Hypothèses :**

- la convection est négligeable $Re \ll 1$
- la bille a atteint son régime permanent au moment de la mesure
- on néglige les effets de bords

À première vue, la bille est soumise dans le liquide à deux forces : son poids et la poussée d'Archimède. La résultante des deux lui confère une certaine accélération. On remarque cependant durant la chute des inhomogénéités de vitesse. Il y a en réalité diffusion de quantité de mouvement dans le liquide visqueux : c'est ce qu'on appelle communément force de frottement.



Cette force, aussi appelée force de Stokes se met sous la forme : $F_{stokes} = -6\pi\eta Rv_{bille}$.



Mise en équation :

$$\rho_{bille} \frac{dv_z}{dt} = F_{Stokes} + F_{archi} + Poids \quad (5)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -\frac{6\pi\eta R v_{bille}}{\rho_{bille}} + g \frac{(\rho_{bille} - \rho_{glycerol})}{\rho_{bille}} \quad (6)$$

En régime permanent connaissant la vitesse de la bille, sa taille, et les différentes masses volumiques on peut retrouver la viscosité du liquide . On trouve alors : $v(R_{bille}) = \frac{g(\rho_g - \rho_{bille})}{\eta 6\pi R}$

On trouve alors : $\eta = \dots + / - \dots$ avec $\frac{\Delta\eta}{\eta} = \sqrt{\frac{\Delta R^2}{R^2} + \frac{\Delta\rho^2}{\rho^2} + \frac{\Delta v^2}{v^2}}$ **Mesure de ρ_{bille}** : Pour 10 billes de 2mm on trouve un $\rho_{moy} = 7.97.10^3 kg.m^{-3} + / - 1.1\%$

Pour 10 billes de 1.5mm on trouve un $\rho_{moy} = 7.81.10^3 kg.m^{-3} + / - 1.6\%$

Pour 10 billes de 1mm on trouve un $\rho_{moy} = 7.73.10^3 kg.m^{-3} + / - 3.3\%$

On trouve alors : $\eta = \dots + / - \dots$ avec $\frac{\Delta\eta}{\eta} = \sqrt{\frac{\Delta R^2}{R^2} + \frac{\Delta\rho^2}{\rho^2} + \frac{\Delta v^2}{v^2}}$. Les valeurs tabulées à 20°C étant :

$$- \eta_{0.98} = 989 mPa.s$$

$$- \eta_{0.97} = 765 mPa.s$$

Vérification des hypothèses :

- Vérifions que lorsque la mesure est effectuée, le régime permanent est atteint : équation en régime dynamique $\rho \frac{dv}{dt} = \rho g + 6\pi\eta R v$ ce qui donne un temps caractéristique de : $\tau = \frac{\rho}{6\pi\eta R}$ soit une distance de mise en place de : $d \approx v\tau$ ce qui vaut : $d =$
- Il faut ensuite vérifier que l'équation de stokes est valable : $Re = \frac{\text{flux.convectif de } \vec{P}}{\text{flux.diffusif de } \vec{P}} \approx \frac{\rho U^2}{\eta \frac{U}{L}}$. Rappel : si Re est petit les forces visqueuses et le transport diffusif sont dominants, le profil de l'écoulement découle alors d'un équilibre entre le gradient de pression et les forces visqueuses. L'écoulement est appelé rampant. Si Re grand la convection est dominante et des termes non linéaires apparaissent dans les équations. Il faut donc que $Re \ll 1$.
- Vérifions ensuite l'influence des parois : si la bille s'approche des parois à une distance h la force de stokes est corrigée par un facteur $\frac{R_{bille}}{h}$. En lançant la bille au centre du cylindre et en vérifiant que $\frac{R_{bille}}{R_{cylindre}} \ll 1$ alors on peut négliger l'influence des parois.

Conclusion

Au cours de ce montage nous avons vu différents phénomènes de transport : la diffusion de quantité de matière en régime dynamique, la diffusion de quantité de mouvement en régime permanent, la conduction de la chaleur, la convection et le rayonnement. La connaissance de ces phénomènes est très importante car ils sont à l'origine de notre climat, et de notre météo selon l'ordre de grandeur considéré.

4 Correction :

- Le fil rouge cuisson des pâtes a été très apprécié, cependant au lieu de faire d'y faire référence sur un schéma au tableau, le montrer sur une vrai casserole.
- Globalement, le plan du montage est correct mais attention à la répartition du temps, il faut équilibrer les parties (petit bug en présentation, j'ai passé 10min sur la dernière partie).
- Pour ceux qui le désire il est possible de faire de la convection une expérience quantitative grace à une manip (déjà montée) où l'on peut mesurer à plusieurs hauteur la température du fluide en rotation.
- Pendant le montage j'ai peu manipuler : je n'ai pas repris de point complètement. Il FAUT le faire notamment sur la barre de cuivre.
- connaitre d'autre phénomènes de diffusion et savoir où ils on lieu (effet seebeck dans les thermocouples), savoir aussi que la diffusion peu saturer.
- l'équation de la diffusion peut être utiliser avec un terme de source.
- De manière générale bien préciser pour les coefficients de diffusion dans quel matériau à lieu la diffusion : ces coeff sont spécifiques !