DE GLISSEMENT. APPLICATION AU ROULEMENT ET AU GLISSEMENT.

H prépa mécanique du solide BFR méca 2ème année Gié méca 2ème année · T&D PC. - annale thermo	pré-requis: – cinématique et dynamique du solide.

I- Contact entre deux solides.
  I.1- Mouvements relatif de deux solides.
  I.2- Actions mécaniques de contact.
II- Lois de Coulomb relatives au frottement.
  II.1- frottement statique et dynamique.
  II.2- Aspect énergétique
III- Conséquences et applications
  III.1 - phénomène d'arc-boutement
  III.2- Démarrage d'un cycliste.
  III.3- Effet rétro au billard.
  III.4- Echauffement par frottement

Intro:

On va s'intéresser dans cette leçon au mouvement de deux solides en contact, et en particulier aux forces de frottement qui interviennent.
On néglige souvent les phénomènes de frottement dans les problèmes de mécanique pour faciliter leur résolution, mais ces frottements existent bel et bien et ne sont pas toujours négligeables. Il est même parfois indispensable de les prendre en compte pour expliquer certaines observations, comme on le verra sur des exemples.
Les frottements sont parfois nuisibles (par ex dans les machines, où ils réduisent le rendement), mais sont aussi indispensables : sans frottement on ne pourrait même pas marcher, il suffit pour s'en convaincre de penser à la difficulté qu'on a à faire démarrer sa voiture ou son vélo par temps verglacé.
L'étude des frottements, par leur complexité, ne fait pas l'objet d'une théorie rigoureuse.
On présentera ici des lois phénoménologiques (càd issues de l'expérience directe et dépourvues de justification théorique) appelées loi de Coulomb.

Ces lois, bien que ne présentant qu'assez grossièrement la réalité, ont le mérite de mettre clairement en évidence le rôle fondamental des frottements.

Dans une courte première partie on définira les différents termes relatifs au contact entre deux solides, et on s'interessera aux actions mécaniques de contact.

Dans une seconde partie on ennoncera et discutera les lois de Coulomb.

On developpera enfin quelques exemples qui nous permettant de mettre en évidence les différentes propriétés des forces de frottements et leur manifestation.

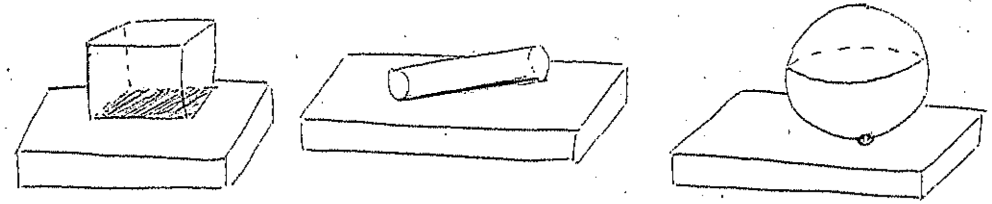
I- Contact entre deux solides

I.1- Mouvements relatifs de deux solides
[HP p.93]

On considère deux solides S_1 et S_2 en mouvement dans le référentiel R de manière à ce qu'ils soient toujours en contact.

* Le contact peut-être de trois sortes:

surface commune   ligne commune   point commun.



Rq: le modèle du contact ponctuel ou celui d'une ligne commune est une approximation. En réalité il y a toujours une surface de contact.
On fera souvent l'approximation du contact ponctuel.

A tout instant t il existe au moins un point I appartenant aux deux solides.

On appelle <u>vitesse de glissement de S_2 sur S_1 en I</u> le vecteur :

$$\boxed{\vec{v}_g(I) = \vec{v}(I \in S_1 / R) - \vec{v}(I \in S_2 / R) = \vec{v}(I \in S_1 / S_2)}$$

* <u>roulement et pivotement</u> :

En plus du mouvement de glissement, les deux solides peuvent avoir un mouvement de rotation l'un par rapport à l'autre.

On note $\vec{\Omega}(S_1/R)$ et $\vec{\Omega}(S_2/R)$ les vecteurs rotations de S_1 et S_2.

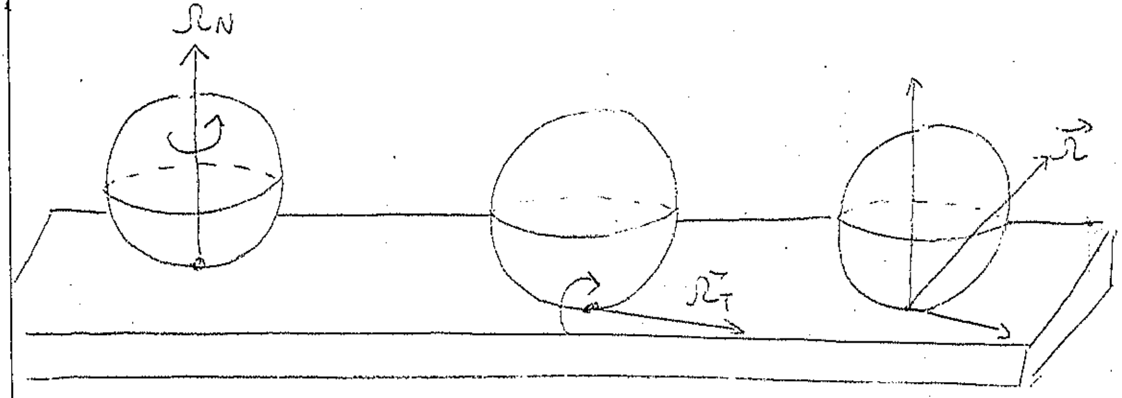
On appelle <u>vecteur rotation de S_1 par rapport à S_2</u> le vecteur :

$$\boxed{\vec{\Omega}(S_1/S_2) = \vec{\Omega}(S_1/R) - \vec{\Omega}(S_2/R)}$$

Ce vecteur peut se décomposer en deux vecteurs :

* Vecteur normal au plan tangent en I :
$\vec{\Omega}_N \equiv$ <u>vecteur rotation de pivotement</u>.

* vecteur appartenant au plan tangent :
$\vec{\Omega}_T \equiv$ <u>vecteur rotation de roulement</u>



Dans la suite de cette leçon on ne s'intéressera qu'à des mouvements de roulement simple.

I.2- Actions mécaniques de contact [HP p.94]

Les actions de contact résultent de l'interaction au niveau microscopique entre les particules de S_1 et de S_2.

On n'étudie pas ces interactions microscopiques, et on admet qu'on peut à l'échelle macroscopique représenter les actions mécaniques de contact de S_2 sur S_1 par un torseur :

$\{\vec{R}, \vec{M}_I\}$: * $\vec{R} \equiv$ réaction de S_2 sur S_1

* $\vec{M}_I \equiv$ moment de $\vec{R}$ au point de contact I.

Rq : Alors les actions mécaniques de contact de S_1 sur S_2 sont représentées par le torseur opposé $\{-\vec{R}, -\vec{M}_I\}$.

Rq : pour un contact ponctuel $\vec{M}_I = \vec{0}$ et alors les actions mécaniques de contact sont représentées par un glisseur.

On peut décomposer $\vec{R}$ et $\vec{M}_I$ en deux vecteurs, l'un normal au plan tangent et l'autre contenu dans ce plan tangent.

* $\vec{N} \equiv$ réaction normale

c'est la force qui permet à S_1 de ne pas "s'enfoncer" dans S_2.

* $\vec{T} \equiv$ force de frottement de glissement :

s'oppose à un éventuel glissement de S_1 sur S_2.

c'est la force qui explique qu'une brique **peut être posée sur un** plan incliné sans glisser.

* $\vec{M}_{IN} \equiv$ moment de frottement de pivotement.

s'oppose au pivotement de S_1 sur S_2.

* $\vec{M}_{IT} \equiv$ moment de frottement de roulement

s'oppose au roulement de S_1 sur S_2.

5) Lois de Coulomb relatives au frottement :

II.1. Frottement statique et dynamique
[Brié p. 67] [BFR p. 106]

On l'a dit, d'un point de vue physique fondamental, les actions de contact ne sont rien d'autre que des forces em s'exerçant entre les particules appartenant aux deux solides.

Il semble alors possible de tenter de calculer $\vec{N}$ et $\vec{T}$ à partir d'un modèle microscopique, mais la très grande complexité au niveau microscopique de la distribution des atomes dans la région de contact rend cette démarche impossible.

En l'absence d'une théorie qui rend correctement compte des actions de contact entre deux solides on est contraints à se contenter de lois expérimentales approchées dégagées par Coulomb en 1779.

On sait par expérience que pour faire avancer un corps posé sur un plan horizontal il faut exercer une force horizontale dont le module est supérieur à une certaine valeur.

De même on sait qu'il faut incliner le plan incliné d'un certain angle α pour faire glisser la brique.

On distingue pour énoncer les lois relatives au frottement les cas où il y a ou non glissement.

* Absence de glissement :

L'expérience montre qu'il n'y a pas glissement tant que $\left|\frac{T}{N}\right| \leq f_s$.

f_s = coefficient de frottement statique.

Ne dépend que de la nature et de l'état des corps en contact et est indépendant de la valeur de N dans la mesure où les corps en contact ne subissent pas de déformation.

ODG :

métal / métal	0,15 – 0,20	[BFR p. 106]
bois / bois	0,25 – 0,50	[HP p. 97]
fer / bois	~0,6	
pneu / chaussée	0,50 – 0,60	

Si on définit θ et φ_s tq $T = R\sin\theta$
$N = R\cos\theta$
$f_s = tg\,\varphi_s$

alors la condition précédente se réécrit :

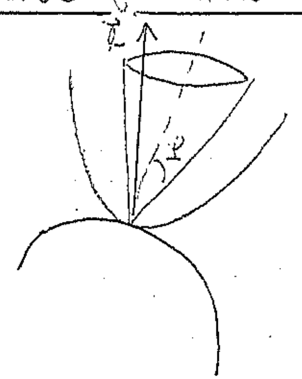
$$|tg\,\theta| \leq tg\,\varphi_s$$

$$\Rightarrow \theta \in [-\varphi_s, \varphi_s]$$

Ce qui définit un <u>cône de frottement</u> d'angle 2φ dans lequel doit se situer $\vec{R}$ pour qu'il n'y ait pas glissement.

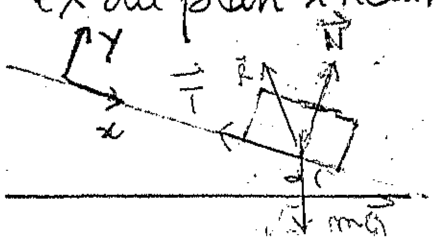
Schéma :

<u>Loi de frottement statique :</u>



<u>$\vec{v}_g = \vec{0}$</u> $\Rightarrow \boxed{\left|\frac{T}{N}\right| \leq f_s = tg\,\varphi_s}$

ex du plan incliné :



$\vec{v}_g = \dot{x}\vec{e}_x$

tant qu'il n'y a pas glissement

$$\begin{cases} m\ddot{x} = 0 = -T + mg\sin\alpha \\ m\ddot{y} = 0 = N - mg\cos\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N = mg\cos\alpha \\ T = mg\sin\alpha = N\,tg\,\alpha \end{cases}$$

On retrouve bien $T > 0 \rightarrow$ la force de frottement s'oppose au mouvement.

La condition de non glissement s'écrit :

$$\left|\frac{T}{N}\right| = tg\,\alpha \leq tg\,\varphi_s.$$

Ça nous donne bien une condition sur α.

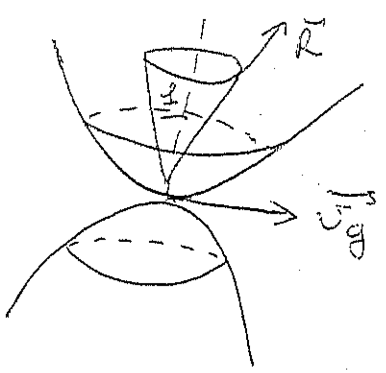
* <u>Glissement :</u>

Dans ce cas la condition est $\left|\frac{T}{N}\right| = f_d$.

<u>f_d = coefficient de frottement dynamique.</u>

On a alors :

Loi de frottement dynamique :



$\vec{v}_g \neq \vec{0} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} \left|\frac{T}{N}\right| = f_d = \tan \varphi_d \\ \vec{T} \times \vec{v}_g = \vec{0} \\ \vec{T}\,\vec{v}_g < 0 \end{array}}$

De façon intuitive cette loi exprime que la force de frottement tend à s'opposer au glissement, de façon d'autant plus importante que l'appui des deux surfaces (mesuré par N) est grand.

ex du plan incliné :

$\left|\frac{T}{N}\right| = f_d$

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -T + mg\sin\alpha \\ m\ddot{y} = 0 = N - mg\cos\alpha \end{cases}$$

$\Rightarrow N = mg\cos\alpha = T/f_d = \dfrac{mg\sin\alpha - m\ddot{x}}{f_d}$

$\Rightarrow \underline{\ddot{x} = g(\sin\alpha - f_d\cos\alpha)}$

et la vitesse de glissement est

$$\vec{v}_g = [g(\sin\alpha - f_d\cos\alpha)t + \dot{x}(0)]\,\vec{e}_x$$

*Rq : [TxD p. 204]

On a toujours $f_d \leq f_s$ parce qu'à l'échelle microscopique les surfaces des solides s'interpénètrent plus lorsqu'il n'y a pas glissement.
En pratique on a $f_s \simeq f_d$ et on note f leur valeur commune.

Rq : [BFR p 105]

Il y a des lois similaires pour le pivotement et le roulement, qui s'expriment comme :

$\vec{\Omega}_N = \vec{0} \Rightarrow \left|\frac{M_{IN}}{N}\right| \leq \lambda_s$

$\vec{\Omega}_N \neq \vec{0} \Rightarrow \left|\frac{M_{IN}}{N}\right| = \lambda_d$

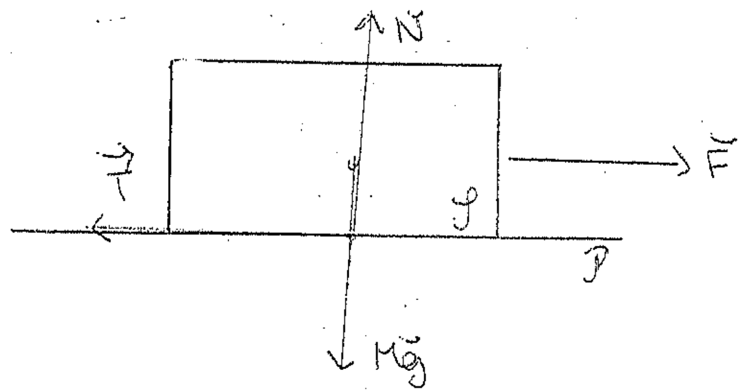
$\vec{\Omega}_T = \vec{0} \Rightarrow \left|\frac{M_{IT}}{N}\right| \leq \delta_s$

$\vec{\Omega}_T \neq \vec{0} \Rightarrow \left|\frac{M_{IT}}{N}\right| = \delta_d$.

* <u>Remarque</u> : [Gié p.70]

C'est surprenant parce que la loi de frottement statique s'exprime comme une inégalité, ce qui est inhabituel pour une loi physique.

On considère un solide $\mathcal{S}$ au contact d'un plan $\mathcal{P}$ que l'on cherche à mettre en mouvement en exerçant une force horizontale $\vec{F}$.



A l'equilibre : $\begin{cases} F-T=0 \\ N-Mg=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T=F \\ N=Mg. \end{cases}$

On constate que <u>T n'a pas d'existence propre.</u>

On a $T=0$ pour $F=0$ malgré l'existence d'un coeff de frottement $f \neq 0$ entre $\mathcal{P}$ et $\mathcal{S}$.

$\vec{T}$ apparait pour F suffisament grand.

Alors la loi de frottement statique s'exprime par :

$$\underline{F \leq f_0 = fMg}.$$

⊕ <u>Loi d'Ammontons :</u>

La force de frottement est :

- proportionnelle à la force appliquée
- indépendante de la surface apparente de contact.

II-2 Aspect énergétique [... CHP p. 102]

On considère deux solides S_1 et S_2 ayant une surface de contact Σ.

$$\mathcal{P}_{1\to2} + \mathcal{P}_{2\to1} = \iint_\Sigma d\vec{R}_{1\to2}\,\vec{v}(I\in S_2) + \iint_\Sigma d\vec{R}_{2\to1}\,\vec{v}(I\in S_1)$$

$$= \iint_\Sigma d\vec{R}_{1\to2}\,[\vec{v}(I\in S_2) - \vec{v}(I\in S_1)]$$

$$= \iint_\Sigma d\vec{R}_{1\to2}\,\vec{v}_g(I)$$

* s'il n'y a pas de frottements :

$\vec{R} = \vec{N} \perp \vec{v}_g$

$\Rightarrow \mathcal{P}_{1\to2} + \mathcal{P}_{2\to1} = 0$

* si le contact est ponctuel :

$$\mathcal{P}_{1\to2} + \mathcal{P}_{2\to1} = \vec{R}_{1\to2}\,\vec{v}_g(I) = \vec{T}_{1\to2}\,\vec{v}_g(I)$$

s'il n'y a pas de glissement ou pas de frottement $\mathcal{P}_{1\to2} + \mathcal{P}_{2\to1} = 0$.

sinon $\mathcal{P}_{1\to2} + \mathcal{P}_{2\to1} \leq 0$.

$\rightarrow$ globalement la puissance des actions de contact est toujours résistante.

* si S_2 est fixe :

$\vec{v}(I\in S_2) = 0$

$\Rightarrow \mathcal{P}_{1\to2} = 0$ et $\mathcal{P}_{2\to1} \leq 0$

Rq : il n'existe aucun résultat général concernant le signe de la puissance des actions de contact $\mathcal{P}_{2\to1}$ ou $\mathcal{P}_{1\to2}$. Seule la puissance globale $\mathcal{P}_{1\to2} + \mathcal{P}_{2\to1}$ a des propriétés simples.

III - Conséquences et applications.

On va dans cette partie traiter quelques exemples qui nous permettent de dégager les propriétés des forces de frottement et leurs manifestations.

III. 1 - Phénomène d'arc-boutement

[HP p. 99] [BFR p. 107]

On a vu que pour le solide sur un plan incliné on a à l'équilibre :

$T = mg \sin\alpha$
$N = mg \cos\alpha$

De sorte que la condition de non glissement est :

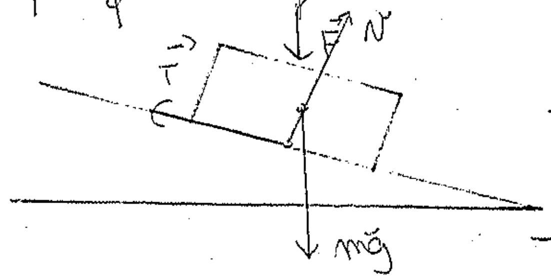
$\alpha \leq \varphi$.

Donc il n'y a pas de glissement quelle que soit la masse du corps.

On peut donc exercer sur le corps une force verticale $\vec{F}$ sans ne jamais mettre le solide en mouvement tant que $\alpha \leq \varphi$.

C'est le phénomène d'arc-boutement.

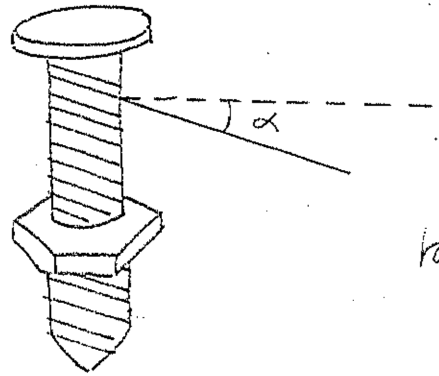
De même si $\alpha > \varphi$ le solide se met en mouvement, y compris pour une faible valeur de F.



$$\begin{cases} T = (mg + F)\sin\alpha \\ N = (mg + F)\cos\alpha \end{cases}$$

→ m̂ conditions indep de F.

De même on cherche à ce qu'on ne puisse pas faire tourner une vis simplement en appuyant sur elle.



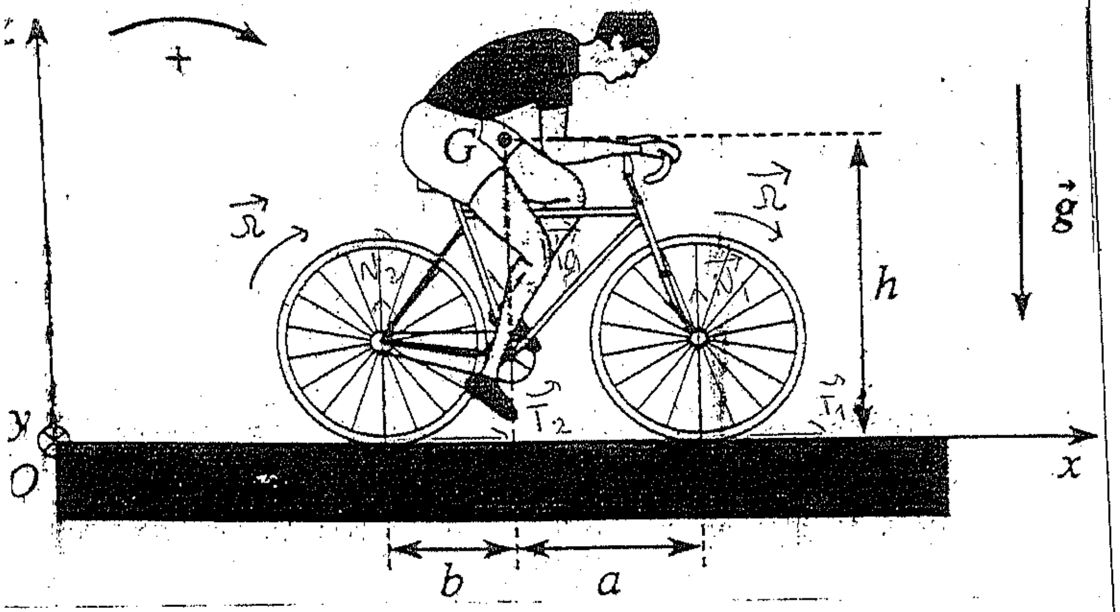
L'écrou ne glisse pas tant que $\alpha \leq \varphi$.

On construit donc les vis avec α suffisament faible pour que cette condition soit respectée.

C'est aussi pour ça qu'une vis à bois ($f_{bois-métal} \sim 0,4-0,6$) a un filet beaucoup plus incliné qu'une vis à métal ($f_{métal/métal} \sim 0,15-0,20$).

III - 3 - Démarrage d'un cycliste [HP p. 100] [T&D p. 219]

On traite une application qui met en évidence l'utilité des frottements et la condition de roulement sans glissement.



m : masse d'une roue

M : masse de l'ensemble $S = \{$vélo + cycliste$\}$

n : rapport du nb de dents du pédalier à celui du pignon arrière

G : centre d'inertie de l'ensemble

R : rayon d'une roue.

O_1, O_2 : centres des roues

moment d'inertie d'une roue : $\frac{1}{2}mR^2$

Le TRD nous fournit deux equations (/ $\vec{e_x}$ et / $\vec{e_y}$)

Le TMC à l'ensemble et aux deux roues nous en fournit une.

Pour le RSG la condition $v_g = 0$ en fournit une

Pour le glissement la loi de Newton $|T| = f|N|$ en fournit une.

* Condition de roulement sans glissement des roues :

Pour chaque roue :

$$\vec{v_g} = \vec{v}(I \in \text{roue}) - \underbrace{\vec{v}(I \in \text{route})}_{=0}$$
$$= \vec{v}(I \in \text{roue})$$
$$= \vec{v}(O) + \vec{IO} \times \vec{\Omega}$$
$$= \dot{x}\,\vec{e_x} \quad - \Omega R \vec{e_x}$$
$$\vec{v_g} = (\dot{x} - R\Omega)\vec{e_x}$$

Donc lorsque les roues roulent sans glisser :

$$\dot{x} = R\Omega.$$

Et alors les réactions doivent vérifier $\left|\frac{T}{N}\right| \leq f$.

* Condition de démarrage et accélération :

TRD appliqué à $\mathcal{S}$:

$$\begin{cases} M\ddot{x} = T_2 + T_1 \\ 0 = N_2 + N_1 - mg \end{cases}$$

Donc sans T_2 et T_1 $\ddot{x} = 0$ et le cycliste ne peut pas démarrer !

→ Il doit y avoir des frottements pour que le cycliste démarre.

Initialement le vélo est au repos. A partir de $t=0$ le cycliste exerce sur la pédale un couple Γ constant, et alors un couple $\Gamma_r = \Gamma/n$ est appliqué sur la roue arrière.

(la roue tourne n fois plus vite que la pédalier)

TMC appliqué à chaque roue :

$$\begin{cases} \frac{1}{2} mR^2 \dot{\Omega} = \Gamma_r - RT_2 \\ \frac{1}{2} mR^2 \dot{\Omega} = -RT_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_2 = \frac{\Gamma_r}{R} - \frac{1}{2} mR\dot{\Omega} \\ T_1 = -\frac{1}{2} mR\dot{\Omega} \end{cases}$$

Condition de RSG : $\dot{x} = R\Omega \Rightarrow \ddot{x} = R\dot{\Omega}$

donc $\begin{cases} T_2 = \frac{\Gamma_r}{R} - \frac{1}{2} m\ddot{x} \\ T_1 = -\frac{1}{2} m\ddot{x} \end{cases}$

$\Rightarrow M\ddot{x} = \frac{\Gamma_r}{R} - m\ddot{x}$

$\Rightarrow \boxed{\ddot{x} = \frac{\Gamma_r}{R(M+m)}}$

$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} T_2 = \frac{\Gamma_r(2M+m)}{2R(M+m)} \\ T_1 = -\frac{\Gamma_r m}{2R(M+m)} \end{cases}}$

DONC $\cdot T_1 < 0 \Rightarrow$ force résistante sur la roue avant

$\cdot T_2 > 0 \Rightarrow$ la réaction sur la roue arrière permet au vélo d'avancer.

Le rôle de Γ est de forcer la roue à tourner.

$\Rightarrow$ Ce sont les frottements qui font avancer le vélo, mais l'action de ces frottements est provoquée par la rotation de la roue, donc du couple exercé par le cycliste.

* Condition de non patinage des roues:

Il faut vérifier la validité du RSG utilisé dans l'étude précédente.

Il faut pour que les roues ne patinent effectivement pas que $\left|\frac{T_1}{N_1}\right|, \left|\frac{T_2}{N_2}\right| \leq f$.

$|T_2| > |T_1|$, on voit que la condition va sûrement être plus restrictive pour la roue arrière.

Pour simplifier on va négliger la masse des roues:

$$m \simeq 0 \Rightarrow \begin{cases} T_2 \simeq \frac{\Gamma r}{R} \\ T_1 \simeq 0 \end{cases}$$

Dans cette approximation la condition sur T_1 et N_1 est toujours vérifiée.

Il faut déterminer N_2 pour expliciter la deuxième condition.

THC appliqué à $\mathcal{S}$ en G dans le référentiel barycentrique $(L_G = 0)$:

$$\vec{0} = \vec{R_2} \times \overrightarrow{I_2G} + \vec{R_1} \times \overrightarrow{I_1G}$$

$$= \begin{pmatrix} T_2 \\ 0 \\ N_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b \\ 0 \\ h \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_1 \\ 0 \\ N_1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -a \\ 0 \\ h \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ N_2 b - T_2 h - N_1 a \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc} \begin{cases} bN_2 = N_1 a + T_2 h \\ N_1 + N_2 = gM \end{cases}$$

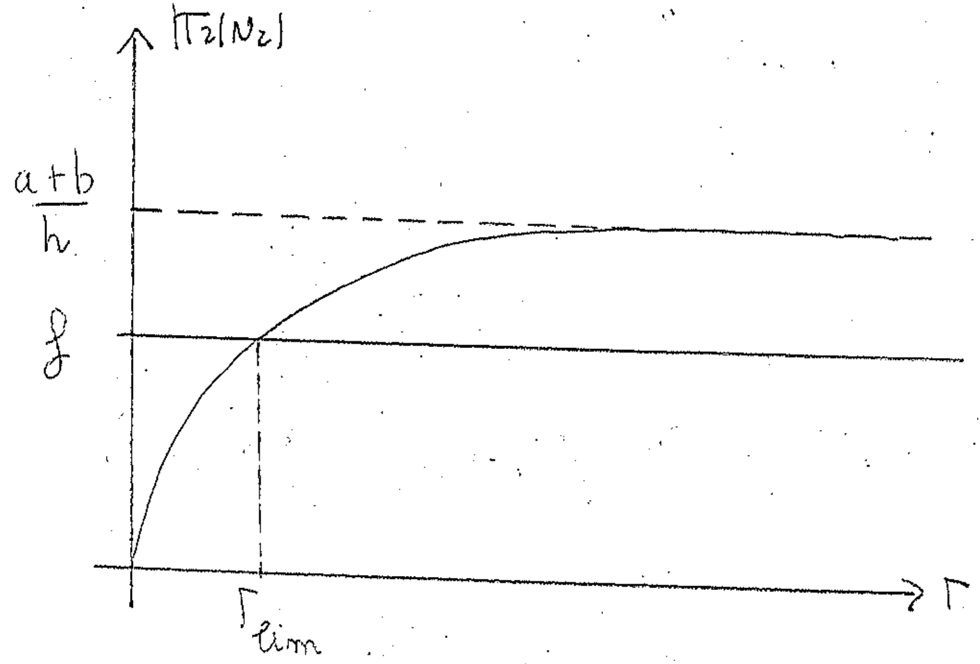
$$\Rightarrow N_2 = \frac{T_2 h + Mga}{a+b} = \frac{\Gamma r h/R + Mg a}{a+b}$$

donc $\left|\frac{T_2}{N_2}\right| = \frac{\Gamma \quad (a+b)}{R(\Gamma h/R + Mga)}$

$\Rightarrow \left|\frac{T_2}{N_2}\right| = \frac{\Gamma \quad (a+b)}{\Gamma h + MgaRn}$

Donc la condition de RSG s'écrit :

$$\boxed{\frac{\Gamma \ (a+b)}{\Gamma h + MgaRn} \leq f}$$



Dans le cas où $f > \frac{a+b}{h}$ il n'y a jamais de pb.

Sinon $f < \frac{a+b}{h}$ le cycliste ne doit pas exercer un couple trop fort.

Ce couple doit être d'autant plus faible que f est petit $\rightarrow$ contrainte d'autant plus restrictive sur une route verglacée.

* Aspect energétique.

condition de RSG :

$\dot{x} = R\omega$

$\Rightarrow \frac{\Gamma}{R}\dot{x} = \Gamma\omega \quad \times \frac{\Gamma}{R}$

. puissance fournie par le cycliste : $P_c = \Gamma \cdot \frac{\omega}{n}$ (la roue tourne n fois plus vite)

. $\frac{\Gamma}{R}\dot{x} = \frac{n\Gamma r}{R}\dot{x} = n\dot{x}M\ddot{x} = nM\frac{d\,\dot{x}^2/2}{dt} = n\frac{d\,E_{c\,cadre}}{dt}$

Donc $P_c = \frac{d\,E_{c\,cadre}}{dt}$

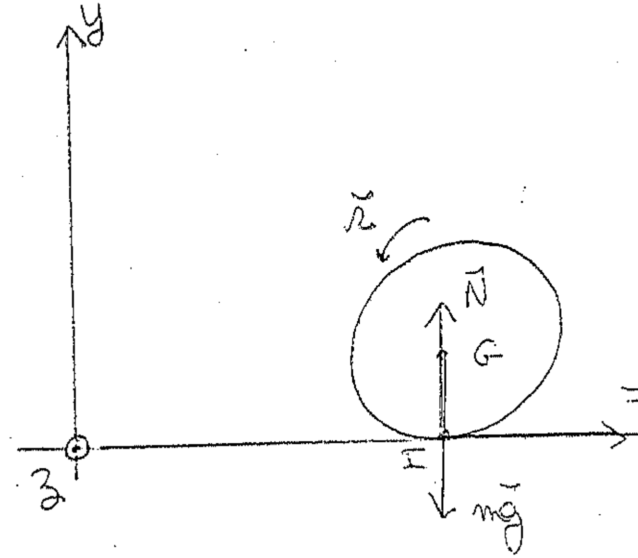
$\rightarrow$ la roue apparaît comme un convertisseur de puissance. Elle transmet la puissance du couple

... par le cycliste à l'ensemble.
La transmission est parfaite si l'inertie de la roue est négligeable.

III.6- Effet rétro au billard [T&D p. 225]

Montrer l'effet rétro.

On cherche les conditions pour qu'il y ait effet rétro. On considère une boule homogène de rayon R et de centre G qui se déplace sur un tapis de billard avec un coefficient de frottement f.



$J = \frac{2}{5} mR^2$ par rapport à un diamètre

La boule est lancée avec une vitesse initiale $\vec{v}(G, t=0) = v_0 \vec{e_x}$ et une vitesse angulaire initiale $\vec{\Omega}(t=0) = \Omega_0 \vec{e_z}$.

* Est-ce que la boule glisse à l'instant initial ?

$$\vec{v}_g(0) = \vec{v}(I \in \text{boule}, 0) - \underbrace{\vec{v}(I \in \text{plan}, 0)}_{=0}$$

$$= \vec{v}(G,0) + \vec{\Omega}(0) \times \overrightarrow{GI}$$

$$= \begin{pmatrix} v_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega_0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -R \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\vec{v}_g(0) = (v_0 + \Omega_0 R)\,\overrightarrow{e_x} \neq \vec{0}}$$

Donc la boule roule en glissant.

* Jusqu'à quand glisse-t-elle ?

Il faut trouver les lois de vitesse $\vec{v}(G,t)$ et $\vec{\Omega}(t)$.

. TRD : $\begin{cases} m\dot{v} = T \\ 0 = N - mg \end{cases}$

. TMC : $J\dot{\Omega} = RT = \frac{2}{5} mR^2 \dot{\Omega}$

. glissement : $T = -Nf = -fmg$

. Donc $m\dot{v} = -fmg$

$\Rightarrow v(t) = -fgt + v(0)$

$\Rightarrow \underline{\vec{v}(t) = [v_0 - fgt]\,\vec{e_x}}$

et $\dot{\Omega} = \frac{5}{2mR}(-fmg) = -\frac{5fg}{2R}$

$$\Rightarrow \underline{\vec{\Omega}(t) = [\Omega_0 - \frac{5fg}{2R} t]\,\vec{e_z}}$$

donc $\underline{\vec{v_g}(t) = \vec{v_g}(0) - \frac{7}{2}\frac{gf}{R} t\ \vec{e_x}}$

La boule roule en glissant jusqu'à ce que $\vec{v_g}$ s'annule.

$$v_g(t_1) = 0 = v_g(0) - \frac{7}{2}\frac{fg}{R} t_1$$

$$\Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{2R}{7fg}(v_0 + \Omega_0 R)}$$

* A quelle condition la boule repart en sens contraire sans glisser (effet rétro) ?

RSG : $v_g(t) = 0 = v(t) + R\Omega(t)$

$\Longrightarrow \dot{v} + R\dot{\Omega} = 0$

$\Longrightarrow \frac{T}{m} + \frac{5}{2}\frac{T}{m} = 0$

$\Rightarrow T = 0$ et alors la condition $\left|\frac{T}{N}\right| < f$ est bien vérifi donc $v(t) = 0$ $(= T/m)$

$$\Rightarrow v(t) = cte = v(t_1) = v_0 - \frac{2}{7}(v_0 + R\Omega_0)$$

$$\Rightarrow \boxed{v(t) = \frac{5v_0 - 2R\Omega_0}{7}}$$

Et la boule revient dans l'autre sens si :

$v(t) < 0$

$$\Rightarrow \boxed{v_0 < \frac{2}{5}R\Omega_0}$$

c'est donc la rotation initiale de la boule qui permet l'effet rétro.
En effet, pour inverser la vitesse il faut des frottements qui freinent la boule, donc il faut la forcer à glisser selon $\vec{e_x}$ via une rotation forte selon $\vec{e_3}$.

III-4- Échauffement par frottements
[HP p.106] [TkD p. 245] [Annale thermo]

Quand il y a contact entre deux solides avec frottement et glissement, la puissance P des forces de contact est ≤ 0 et est donc associé à une diminution d'énergie
L'expérience quotidienne montre que lorsqu'il y a frottements la température au voisinage de la surface de contact augmente.
La thermo introduit l'énergie interne comme une forme d'énergie microscopique telle que la somme U+E se conserve pour un système fermé isolé.
→ Les forces intérieures de frottement convertissent de l'énergie mécanique en énergie interne, ce qui se manifeste concrètement par une élévation de température.

Exemple :
Pour se réchauffer les mains on peut se les frotter.
On peut essayer d'évaluer l'augmentation de température.

On prend le modèle suivant :

- $T \sim 10\,N$
- les mains ont une surface $S \sim 200\,cm^2 = 0{,}02\,m^2$
- On les échauffe sur une couche d'épaisseur $e \sim 1\,mm$
- On considère que les mains sont uniquement constituées d'eau : $\rho = 10^3\,kg \cdot m^{-3}$
  $c = 4\,J \cdot K^{-1} \cdot g^{-1}$
- on les frotte pendant $\Delta t = 10\,s$
- La vitesse relative des mains est $v = 1\,m \cdot s^{-1}$

$$W = Tv\Delta t = mc\Delta T = \rho S e c \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta T = \frac{Tv\Delta t}{\rho S e c}$$

ODG : $\Delta T \sim \dfrac{10 \cdot 1 \cdot 10}{10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} \cdot 4}$

$\Rightarrow \Delta T \sim 1\,K \rightarrow$ plausible

Conclusion :

Cette leçon nous a permis d'avoir une première approche de la notion de frottements entre solides. On a donné des lois phénoménologiques introduites par Coulomb au XVIIIe siècle, qui permettent d'expliquer beaucoup de choses et donnent une image satisfaisante de la réalité.

On a vu que si les frottements s'opposent en général au mouvement, ils sont aussi parfois nécessaires, par exemple pour le démarrage d'un véhicule. Une étude plus rigoureuse des frottements nécessiterait qu'on répertorie au niveau microscopique les interactions fondamentales entre les particules des deux solides.

Rq : les notions de frottement prennent toute leur importance dans l'étude des liaisons entre solides.