LP03 : Caractère non galiléen du référentiel terrestre

26 octobre 2017

Anne Missiaen & Jeanne Bernard

À la recherche du référentiel galiléen perdu ...
UNE AGREG NOSTALGIQUE DE SES COURS DE FRANÇAIS

Niveau : L2

Commentaires du jury

2017 : Les candidats sont invités à réfléchir sur la définition du référentiel terrestre. Cette leçon mérite la proposition d'exemples qui mettent spécifiquement en évidence le caractère non galiléen du référentiel terrestre (et non celui d'un autre référentiel). Les effets des forces d'inertie d'entraînement et de Coriolis sont tout aussi intéressants à expliciter.

2016 : Cette leçon peut être illustrée par d'autres exemples qu'historiques.

2015 : Les prérequis de cette leçon, comme les formules de changement de référentiel, doivent être bien maîtrisés afin de permettre une discussion aisée des phénomènes physiques en jeu. Les conditions dans lesquelles le référentiel terrestre peut être assimilé à un référentiel galiléen doivent être clairement énoncées. La présentation d'exemples pertinents récents, et non simplement historiques, est appréciée par le jury.

Bibliographie

✍ *Mécanique*, **P. Brasselet** ⟶ Très complet. Explications physiques très claires et complètes, c'est un ui !

✍ *Mécanique 1*, **BFR** ⟶ Bien aussi.

✍ *La Physique par la pratique*, **Portelli** ⟶ Un thème d'étude consacré spécifiquement au caractère non galiléen du rférentiel terrestre.

Prérequis

➢ Bases de la mécanique du point

➢ Lois de composition des vitesses et des accélérations

➢ Changements de référentiels

Table des matières

Introduction

Le principe d'inertie stipule qu'**il existe au moins un référentiel, dit référentiel galiléen, dans lequel tout système pseudo-isolé se trouve soit au repos, soit en translation rectiligne uniforme**. La détermination de la galiléanité d'un référentiel se fait donc par l'expérience.
Le référentiel terrestre est le référentiel avec lequel nous sommes le plus familier, puisque c'est celui dans lequel nous évoluons et décrivons les phénomènes physiques dès le lycée. Cependant :

- il n'y a aucune raison que ce référentiel soit une référence privilégiée pour les lois de la physique, *i.e.* ce référentiel n'est pas du tout galiléen d'emblée.
- On peut même montrer par l'expérience que le référentiel terrestre n'est pas galiléen !

L'objectif de cette leçon sera donc de présenter des phénomènes/expériences mettant en évidence le caractère non-galiléen du référentiel terrestre.

1 Le référentiel terrestre

1.1 À la recherche d'un référentiel galiléen

✍ *Brasselet p.158* **<3**

Le principe d'inertie postule l'existence d'au moins un référentiel galiléen. Nous allons tenter d'en mettre un en évidence.

- Référentiel terrestre R_T = référentiel dont l'origine est au centre de masse de la Terre et dont un axe pointe à la verticale de la surface en un point donné et les deux autres sont tangents à la surface en ce point.
  Cependant, l'expérience du pendule de Foucault prouve que ce référentiel n'est pas galiléen. En effet, le pendule de Foucault devrait osciller dans un plan constant, mais il décrit en fait une trajectoire plus complexe (nous y reviendrons dans la 3e partie).

  L'évolution du pendule de Foucault, due à la rotation de la Terre sur elle-même, vérifie en revanche le PFD appliqué dans le référentiel géocentrique.
- Référentiel géocentrique R_G = référentiel dont l'origine est au centre de masse de la Terre et dont les axes pointent vers des étoiles lointaines considérées comme fixes.
  Cependant, ce référentiel n'est pas non plus galiléen, car la Terre est accélérée par le Soleil dans le référentiel de Copernic. Ce sont cette fois les marées océaniques qui nous en donnent une preuve expérimentale, elles ne peuvent être expliquées qu'en appliquant le PFD dans le référentiel de Copernic (nous reviendrons sur cette exemple en 2e partie).
- Référentiel de Copernic R_C : (*attention* $R_C \neq$ *référentiel héliocentrique*) référentiel dont l'origine est au centre de masse du système solaire et dont les axes pointent vers des étoiles lointaines considérées comme fixes.
  A nouveau, notre système solaire appartient à une galaxie, il subit l'attraction gravitationnelle des autres étoiles de la Voie Lactée. Le Soleil est donc accéléré par rapport à un référentiel galactocentrique, dont l'origine serait au centre de gravité de la galaxie. Et ainsi de suite...

Schémas des référentiels :

Il s'avère donc impossible de mettre en évidence un référentiel rigoureusement galiléen.

Cela donne d'ailleurs tout son intérêt au principe d'inertie qui postule justement l'existence de tels référentiels.

Cependant, tous les référentiels envisagés précédemment peuvent être considérés comme galiléens si le PFD, appliqué dans ceux-ci, permet d'interpréter le comportements des corps avec l'approximation souhaitée. Nous remarquons avec l'exemple du pendule de Foucault que la durée de l'expérience joue un rôle essentiel dans la galiléanité du référentiel d'étude.

Le caractère galiléen ou non d'un référentiel R dépend de la durée d'étude comparée au temps caractéristique du mouvement de ce référentiel R par rapport à un référentiel galiléen (*i.e.* le temps caractéristique de non galiléanité du référentiel d'étude).

Ordres de grandeur des temps caractéristiques de non-galiléanité des référentiels classiques :

- R_C : $T_C \sim 200.10^6$ années (rotation de notre galaxie)
- R_G : $T_G \sim 365$ jours (rotation de la Terre autour du Soleil) [a]
- R_T : $T_T \sim 24$ heures (rotation de la Terre sur elle-même)

a. Dans ce cas, comment expliquer les marées qui ont une durée caractéristique 1 jour « 365 jours ? On n'a pas tenu compte de la rotation de la Terre. La période du phénomène induit par la Lune est de 28 jours.

Le référentiel de Copernic peut être considéré comme galiléen pour toute étude de phénomènes ayant une durée négligeable devant $T_C \sim 200.10^6$ années.

Maintenant que l'on a posé le décor, on va écrire le PFD dans un référentiel non-galiléen.

1.2 Loi de composition et PFD en référentiel non galiléen

Soient deux référentiels R (de centre O) et R' (de centre O'). R' a un mouvement quelconque par rapport à R : translation et rotation (à la vitesse de rotation $\overrightarrow{\Omega_{R'/R}}$).

Loi de composition des vitesses et des accélérations :
Sur transparent, sans détail de calcul. Attention : savoir faire les calculs (re-attention : dérivées dans R ≠ dérivées dans R')

$$\overrightarrow{v_R}(M) = \overrightarrow{v_{R'}}(M) + \overrightarrow{v_R}(O') + \overrightarrow{\Omega_{R'/R}} \otimes \overrightarrow{O'M} \tag{1}$$

$$\overrightarrow{a_R}(M) = \overrightarrow{a_{R'}}(M) + \underbrace{\overrightarrow{a_R}(O')}_{\text{entraînement translation}} + \underbrace{2\overrightarrow{\Omega_{R'/R}} \otimes \overrightarrow{v_{R'}}(M)}_{\text{Coriolis}} + \underbrace{\overrightarrow{\Omega_{R'/R}} \otimes (\overrightarrow{\Omega_{R'/R}} \otimes \overrightarrow{O'M}) + \frac{d\overrightarrow{\Omega_{R'/R}}}{dt} \otimes \overrightarrow{O'M}}_{\text{entraînement rotation}} \tag{2}$$

- Le PFD appliqué à une particule de masse m **dans le référentiel** R **galiléen** s'exprime :

$$m\overrightarrow{a_R}(M) = \Sigma\overrightarrow{F_{ext}} \tag{3}$$

- On en déduit l'expression du PFD *dans le référentiel R', pas nécessairement galiléen* :

$$m\overrightarrow{a_{R'}}(M) = \Sigma\overrightarrow{F_{ext}} \underbrace{-m\overrightarrow{a_e}}_{\overrightarrow{F_{ie}}} \underbrace{-m\overrightarrow{a_c}}_{\overrightarrow{F_{ic}}} \tag{4}$$

On voit apparaître deux "forces" :

- la force d'inertie d'entraînement ;
- la force d'inertie de Coriolis.

Elles dérivent directement des termes d'accélération dus au changement de rérentiels.

Comme le montrent le principe d'inertie et l'équation (4), déterminer si un référentiel est galiléen ou non exige d'étudier le PFD dans le référentiel d'étude R' par rapport au PFD dans un réféntiel R considéré comme galiléen.

Déterminer le caractère galiléen ou non d'un référentiel R' exige de comparer ce référentiel d'étude R' à un référentiel R considéré comme galiléen (dans lequel le PFD (3) est vérifié).

En suivant cette explication, nous allons tout d'abord étudier la galiléanité du référentiel géocentrique par rapport au référentiel de Copernic, avant d'étudier la galiléanité du référentiel terrestre par rapport au référentiel géocentrique.

2 Translation elliptique de R_G dans R_C

Nature de la translation de R_G dans R_C

La translation est elliptique, et même quasi-circulaire (excentricité ~ 0.017) :

- aphélie à 152 millions de km (point de l'orbite la plus éloigné du Soleil ;
- périhélie à 147 millions de km (point de l'orbite le plus proche du Soleil).

Etudions à présent **le mouvement d'un point à la surface de la Terre dans le référentiel de Copernic considéré comme galiléen**.

2.1 Le terme de marées

✍ *Brasselet p.163*

Nous considérons le référentiel de Copernic comme galiléen. En reprenant les notations de la première partie : $R \equiv R_C$ et $R' \equiv R_G$. On note T le centre de la Terre. Par ailleurs : $\overrightarrow{\Omega}_{R_G/R_c} = \overrightarrow{0}$.

- Le PFD appliqué à la Terre dans le référentiel de Copernic galiléen donne :

$$M_T \overrightarrow{a_{R_C}}(T) = \Sigma\ M_T \overrightarrow{G_i}(T) \tag{5}$$

avec $G_i = \frac{GM_i}{D_i^2}$ le champ de gravitation créé par l'astre i en T.

- Le PFD appliqué à un point P de la surface terrestre dans le référentiel géocentrique non galiléen donne :

$$m\overrightarrow{a_{R_G}}(P) = \overrightarrow{F} + m\overrightarrow{G_T}(P) + \Sigma\ m\overrightarrow{G_i}(P) \underbrace{-m\overrightarrow{a_{R_C}}}_{\overrightarrow{F_{ie}}}$$

$$m\overrightarrow{a_{R_G}}(P) = \overrightarrow{F} + m\overrightarrow{G_T}(P) + \underbrace{m\Sigma\ (\overrightarrow{G_i}(P) - \overrightarrow{G_i}(T))}_{\text{terme de marée}} \tag{6}$$

L'écart au comportement galiléen du référentiel géocentrique réside dans le terme de gravitation différentielle, appelé terme de marée.

ODG : Quels astres i prendre en compte dans le calcul du terme de marée ?

$$G_i(P) - G_i(T) \lesssim M_i G \left(\frac{1}{(D_i - d)^2} - \frac{1}{D_i^2} \right) \tag{7}$$

	Soleil	Lune	Vénus	Mars	Jupiter
Masse M_i (kg)	$2 \cdot 10^{30}$	$7 \cdot 10^{22}$	$5 \cdot 10^{24}$	$6 \cdot 10^{23}$	$2 \cdot 10^{27}$
Distance D_i (m)	$1 \cdot 10^{11}$	$4 \cdot 10^{8}$	$5 \cdot 10^{10}$	$6 \cdot 10^{10}$	$6 \cdot 10^{11}$
Terme de marée $\|\overrightarrow{G_i}(P) - \overrightarrow{G_i}(T)\|$ (m.s^{-2})	$5 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-11}$	$2 \cdot 10^{-12}$	$8 \cdot 10^{-12}$

→ Au vu des ODG, on ne considère que l'influence de la Lune et du Soleil dans le terme de marée.

- Ces valeurs sont à comparer à celle du champ de gravitation terrestre G_T qui apparaît aussi dans l'équation du mouvement(6) : $G_T \approx 10\ m.s^{-2}$ à la surface de la Terre. Donc la force de marée est complètement négligeable !

Le référentiel géocentrique peut être considéré comme galiléen pour toute étude de phénomènes se produisant au voisinage proche de la Terre. Il ne faut alors pas tenir compte des autres astres du système solaire.

- Pourtant on observe des marées océaniques...Comment un terme de marée aussi faible peut-il provoquer un effet aussi important ? La subtilité réside ici dans le fait que l'effet créé est en réalité très faible *à l'échelle de la Terre* mais important à l'échelle humaine.

A présent que nous avons explicité ce terme de marée, nous allons l'utiliser pour interpréter qualitativement le phénomène de marées océaniques, qui sont une preuve du caractère non galiléen du référentiel géocentrique.

2.2 Le phénomène de marées

✍ *Brasselet p.165*

Dans R_G, l'action des autres astres du système solaire, au niveau de la surface de la Terre, se réduit aux champs de gravitation différentielle créés par la Lune et le Soleil. **La Lune ayant une influence double de celle du Soleil, c'est elle qui contrôle l'essentiel du phénomène.**
Le champ différentiel $\overrightarrow{G}(P) - \overrightarrow{G}(T)$, exercé à la surface du globe par la Lune, tend à "étirer" notre planète selon la direction Terre-Lune, et à la comprimer dans les directions transverses.

Schéma :

Les océans, qui recouvrent la majeure partie du globe, subissent ces actions en plus du champ gravitationnel terrestre. Cela se traduit par la création de 2 *bourrelets océaniques* selon l'axe Terre-Lune, *i.e.* 2 régions où le niveau de la mer est plus élevé.

Pourquoi y a-t-il deux marées par jour ?

On néglige pour l'instant le déplacement de la Lune autour de la Terre. Puisque la Terre fait un tour sur elle-même en un jour, un point de sa surface passe deux fois par jour au niveau d'un bourrelet océanique, le niveau de la mer varie donc au cours de la journée en passant deux fois par un maximum (les marées hautes), et deux fois par un minimum (les marées basses).

Pourquoi y a-t-il des marées plus importantes que d'autres ?

Les variations de hauteurs de marées (marnage) sont dues à la contribution du Soleil, et dépendent de la position du Soleil par rapport à l'axe Terre-Lune. L'action du Soleil est semblable à celle de la Lune, mais 2 fois moins importante. Elle tend à créer deux bourrelets océaniques selon l'axe Terre-Soleil.

- Si les contributions des deux astres s'ajoutent, l'amplitude de la marée est très importante (c'est le cas à la pleine lune et à la nouvelle lune). Ce sont les *marées de vives eaux*.
- En revanche, si les deux axes sont orthogonaux, le Soleil compense en partie l'effet de la Lune et la marée est alors faible (aux premiers et derniers quarts de lune). Ce sont les *marées de mortes eaux*.

Ces phénomènes ont une période d'environ 15 jours, car ils se produisent 2 fois par lunaison [a].

a. 1 lunaison $\approx$ 29 jours 12 heures. Il s'agit de la durée écoulée entre deux alignements consécutifs Terre-Lune-Soleil. Elle est supérieure à la période sidérale de la rotation de la Lune autour de la Terre, 27 jours 7 heures, du fait de la rotation de la Terre autour du Soleil

Schémas :

Pourquoi les amplitudes des marées de vives eaux et de mortes eaux varient-elles ?

Ces variations sont dues à la variation de la distance Terre-Lune, qui induit une plus ou moins grande contribution lunaire aux marées. En effet, l'orbite de la Lune, à peu près elliptique dans R_G, a une distance à la Terre variant de 356 000 km (périgée) à 406 000 km (apogée). Cette variation $\sim 10\%$ est déjà importante. Comme la distance intervient au cube dans l'expression du champ de gravitation différentielle, le phénomène est appréciable.

Nous avons étudié le référentiel géocentrique et énoncé les conditions pour qu'il puisse être considéré comme galiléen. Nous avons étudié le phénomène de marées mettant en évidence son caractère non galiléen. Prenons maintenant le point de vue d'un terrien et appliquons le PFD par rapport au sol. Les phénomènes étudiés sont supposés se produire au voisinage immédiat de la Terre, R_G sera donc supposé galiléen (il ne faut pas tenir compte des autres astres du système solaire).

3 Rotation de R_T dans R_G

✍ *Brasselet p.175*

Mouvement propre de la Terre dans R_G

L'origine de R_T est prise au centre la Terre. Son mouvement par rapport à R_G est une rotation de vecteur vitesse angulaire $\overrightarrow{\omega}$, il s'agit de la rotation de la Terre sur elle-même.
Ce vecteur $\overrightarrow{\omega}$ n'est pas rigoureusement constant : il varie en norme et en direction [a]. Cependant, ces variations sont négligeables devant la durée d'une expérience terrestre. Nous allons donc le considérer comme constant.

a. Sa norme varie du fait du ralentissement de la rotation de Terre sous l'effet des marées (la durée du jour s'allonge en moyenne de 0,00164 seconde par siècle), et la précession des équinoxes traduit une variation de sa direction.

3.1 Définition du poids et champ de pesanteur terrestre

Soit un corps de masse m, situé au point P au voisinage de la surface terrestre. L'application du PFD dans R_T non galiléen donne :

$$m\overrightarrow{a}_{R_T} = \overrightarrow{F} + m\overrightarrow{G_T}(P) + \overrightarrow{F_{ie}} + \overrightarrow{F_{ic}} \tag{8}$$

où $\overrightarrow{F}$ est la résultante des forces autres que celle d'attraction gravitationnelle terrestre $m\overrightarrow{G_T}(P)$. Comme R_T est en rotation à $\overrightarrow{\omega}$ par rapport au référentiel galiléen R_G :

$$\overrightarrow{F_{ie}} = -m\overrightarrow{\omega} \otimes (\overrightarrow{\omega} \otimes \overrightarrow{\mathrm{TP}}) \tag{9}$$

$$F_{ic} = -2m\overrightarrow{\omega} \otimes \overrightarrow{v}_{R_T} \tag{10}$$

où T est le centre la Terre. L'équation du mouvement de P dans le référentiel terrestre R_T est donc :

$$m\overrightarrow{a}_{R_T} = \overrightarrow{F} + \underbrace{m[\overrightarrow{G}_T(P) - \overrightarrow{\omega} \otimes (\overrightarrow{\omega} \otimes \overrightarrow{\mathrm{TP}})]}_{\text{Poids}\,\overrightarrow{P}} - 2m\overrightarrow{\omega} \otimes \overrightarrow{v}_{R_T} \tag{11}$$

Le poids d'un corps est la résultante de l'attraction gravitationnelle terrestre et de la force (centrifuge) d'inertie d'entraînement due à la rotation propre de la Terre :

$$\overrightarrow{P} = m[\overrightarrow{G}_T(P) - \overrightarrow{\omega} \otimes (\overrightarrow{\omega} \otimes \overrightarrow{\mathrm{TP}})]$$

Le *champ de pesanteur* $\overrightarrow{g}$ est alors défini comme le rapport du poids sur la masse :

$$\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g} \text{ avec } \overrightarrow{g} = \overrightarrow{G}_T(P) - \overrightarrow{\omega} \otimes (\overrightarrow{\omega} \otimes \overrightarrow{\mathrm{TP}})$$

On note H le projeté orthogonal de P sur l'axe de la Terre :

$$\boxed{\overrightarrow{g} = \overrightarrow{G}_T(P) + \omega^2\overrightarrow{\mathrm{HP}}} \tag{12}$$

Schéma :

Le champ $\overrightarrow{G}_T$ est dirigé vers le centre de la Terre (en supposant la Terre sphérique), mais le terme centrifuge ne l'est pas (sauf aux pôles et sur l'équateur). **Le champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$ n'est donc pas dirigé, de manière générale, vers le centre de la Terre**. C'est toutefois bien ce champ qui définit la **verticale en un lieu donné de la surface terrestre** : la *direction du fil à plomb* [1].

1. En pratique, $\overrightarrow{g}$ est issu de l'expérience, car $\overrightarrow{G}_T$ dépend de la répartition de matière au sein de la Terre. Les mesures de $\overrightarrow{g}$ constituent d'ailleurs une méthode d'étude de la structure interne du globe.

ODG du champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$

- L'accélération centrifuge apporte une contribution au champ de pesanteur qui dépend de la latitude. Elle est maximale sur l'équateur :

$$R_T\omega^2 \sim 6,4\cdot 10^6 \times \left(\frac{2\pi}{86164}\right)^2 \sim 3\cdot 10^{-2}\ m.s^{-2}$$

- Aux pôles $\overrightarrow{g} \approx 9,83\ m.s^{-2}$.
- A l'équateur $\overrightarrow{g} \approx 9,78\ m.s^{-2}$.
- L'angle entre la verticale terrestre et la direction au centre de la Terre $\leq 0,1°$.

$\rightarrow$ Nous pouvons donc négliger l'influence du terme centrifuge et considérer $\overrightarrow{g}$ radial, de norme $g = 9,8\ m.s^{-2}$, avec une approximation inférieure à $0,5\%$.

D'autre part, recherchons l'altitude h en-dessous de laquelle il est possible de considérer g constant avec la même approximation de $0,5\%$. En assimilant g et G_T, nous avons :

$$g(h) \approx \frac{GM_T}{(R_T+h)^2} \approx \frac{GM_T}{R_T^2}\left(1-\frac{2h}{R_T}\right)$$

d'où la variation relative :

$$\left|\frac{g(h)-g(0)}{g(0)}\right| \approx 2\frac{h}{R_T}.$$

Une variation de $0,5\%$ est obtenue pour $h \approx 16$ km. Au-delà, en plus de la variation de G_T, il faudrait tenir compte du terme centrifuge qui croît avec l'altitude.

En tout point de la surface terrestre, et jusqu'à une altitude ~ 10 km, nous pouvons considérer que $\overrightarrow{g}$ est dirigé vers le centre de la Terre (supposée sphérique), la norme de la pesanteur étant $g \approx 9,8$ m.s^{-2} à $0,5\%$ près.

Nous nous plaçons à présent au voisinage de la surface terrestre, donc l'approximation précédente sur $\overrightarrow{g}$ est valable. Puisque dans ce cas, la force d'inertie d'entraînement peut être négligée, voyons si la force de Coriolis peut mettre en évidence la caractère non galiléen du référentiel terrestre.

3.2 Déviation vers l'Est

Une manifestation remarquable du caractère non galiléen de R_T est ladite "déviation vers l'Est". Voyons tout de suite de quoi il s'agit !
Un objet (une balle par exemple) est lâché d'une hauteur h au point A.

- Si R_T est supposé galiléen, il rencontre le sol à la verticale de A.
- Mais des mesures précises mettent en évidence un *décalage vers l'Est du point de chute.*

$\longrightarrow$ Cela ne peut être expliqué qu'en tenant compte de la force de Coriolis. Historiquement, cette expérience réalisée par Reich en 1831, a fourni la première preuve expérimentale de la rotation de la Terre.

Ordres de grandeur

$$\left.\begin{array}{l} L_{\text{exp}} \sim v_{\text{exp}} \times T_{\text{exp}} \quad \text{avec} \quad T_{\text{exp}} \sim \sqrt{\frac{h}{g}} \\ L_{\text{Coriolis}} \sim a_C \times T_{\text{exp}}^2 \sim \omega \times v_{\text{exp}} \times T_{\text{exp}}^2 \end{array}\right\} \frac{L_{\text{Cor}}}{L_{\text{exp}}} \sim \omega \times T_{exp} \sim \frac{T_{\text{exp}}}{T_{\text{rotation Terre}}}$$

Ici :

$$\left.\begin{array}{c} L_{\text{exp}} \sim 100 \text{ m} \\ T \sim 10^5 \text{ s} \\ T_{\text{exp}} \sim \sqrt{\frac{h}{g}} \sim 3 \text{ s} \end{array}\right\} L_{\text{Cor}} \sim \text{ qq mm}$$

Le caractère non galiléen n'apparaît donc de façon notable que si la durée du phénomène est de l'ordre de la journée.

Le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen pour l'étude de phénomènes se produisant au voisinage de la surface terrestre et dont la durée est très inférieure à la journée. Il faut se placer à des échelles de temps comparable à 24 heures pour observer l'effet de $\overrightarrow{F}_{ic}$.

Résolution

Schéma :

Hypothèses : Système {masse m} dans R_T non galiléen, lâché à une hauteur $h \ll 10$ km $\rightarrow \overrightarrow{g} \sim \overrightarrow{constante}$.

PFD :

$$m\overrightarrow{a} = m\overrightarrow{g} + F_{ic}$$

$$\overrightarrow{F_{ic}} = -2m\overrightarrow{\omega} \otimes \overrightarrow{v} = -2m \begin{pmatrix} -\omega\cos(\lambda) \\ 0 \\ \omega\sin(\lambda) \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \ddot{x} = 2\omega\sin(\lambda)\dot{y} \\ \ddot{y} = -2\omega(\sin(\lambda)\dot{x} + \cos(\lambda)\dot{z}) \\ \ddot{z} = -g + 2\omega\cos(\lambda)\dot{y} \end{array}\right. \tag{13}$$

Simplifications par ODG : $\ddot{x} \sim \frac{\Delta x}{T_{\text{exp}}^2}$ et de même pour $\ddot{y}$ et $\ddot{z}$. Donc :

$$\left\{\begin{array}{l} \Delta x \sim \omega \times T_{\text{exp}} \times \Delta y \ll \Delta y \text{ car } \omega \times T_{\text{exp}} \sim 7 \cdot 10^{-5} \times 3 \sim 10^{-4} \\ \Delta y \sim \omega \times T_{\text{exp}} \times \Delta z \ll \Delta z, \text{ g} \\ \Delta z \sim g \end{array}\right. \tag{14}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \ddot{x} = 2\omega\sin(\lambda)\dot{y} \\ \ddot{y} = -2\omega\cos(\lambda)\dot{z} \\ \ddot{z} = -g \end{array}\right. \tag{15}$$

$$\left\{\begin{array}{l} z(t) = h - \frac{gt^2}{2} \\ y(t) = \frac{\omega\cos(\lambda)gt^3}{3} \\ x(t) = \frac{\omega^2\cos(\lambda)\sin(\lambda)gt^4}{6} \end{array}\right. \tag{16}$$

$\longrightarrow$ Dans un plan horizontal, la déviation principale est donc vers l'Est, et ce $\forall$ latitude. Après cette résolution, on obtient :

$$\left\{\begin{array}{l} y(T_{\text{exp}}) \sim 1 \text{ cm} \\ x(T_{\text{exp}}) \sim 1\ \mu\text{m} \end{array}\right.$$

Une autre mise en évidence de la force de Coriolis réside dans l'expérience du pendule de Foucault.

3.3 Pendule de Foucault

Cette expérience, réalisée par Léon Foucault, consiste simplement à laisser osciller un pendule, lâché sans vitesse initiale. Son installation en mars 1851 d'un pendule de 67 mètres au Panthéon permit aux Parisiens de "venir voir tourner la Terre" (d'après les propres mots de Foucault).
Si R_T était galiléen, le pendule devrait osciller dans un plan vertical constant déterminé par sa position initiale. Or *s'il oscille suffisamment longtemps*, une rotation lente du plan des oscillations est constatée. C'est la force de Coriolis qui dévie en permanence le pendule vers la droite de l'hémisphère nord, ce qui entraîne une rotation du plan des oscillations dans le sens horaire. Dans l'hémisphère sud la rotation s'effectue dans l'autre sens ! A l'équateur, le pendule n'est pas dévié.

En reprenant l'eq(3.2), on a pour des mouvements horizontaux ($\dot{z} = 0$) :

$$\overrightarrow{F}_{\text{ic horizontale}} = -2m\omega\sin(\lambda)\overrightarrow{e_z} \otimes \overrightarrow{v} \tag{17}$$

avec $\sin(\lambda) > 0$ dans l'hémisphère nord et $\sin(\lambda) < 0$ dans l'hémisphère sud.
La période de rotation du plan des oscillations dans le référentiel terrestre dépend de la latitude λ :

$$T_{\text{rotation}} = \frac{2\pi}{\omega\sin(\lambda)} \tag{18}$$

Ainsi, les oscillations observées durant quelques instants semblent effectivement se dérouler dans un plan constant, le référentiel terrestre peut bien être supposé galiléen.

3.4 Mouvements atmosphériques

✍ *Brasselet p.182*

Anticyclones et dépressions

On considère l'atmosphère à l'équilibre selon la verticale, son poids étant compensé par une pression diminuant avec l'altitude. Mais dans le plan horizontal, les couches d'air peuvent se déplacer les unes par rapport aux autres : **la composante horizontale de la force de Coriolis joue un rôle majeur dans la circulation atmosphérique**. Elle est à l'origine de la formations des tourbillons d'anticyclones et de dépressions.
Sur toute la Terre, l'air a tendance à se déplacer des zones de haute pression (anticyclones) vers les zones de basse pression (dépressions). Dans l'hémisphère nord, la force de Coriolis dévie ces courants d'air vers la droite, si bien qu'un tourbillon se forme autour d'une dépression dans le sens trigonométrique (la force de Coriolis centrifuge s'oppose aux forces de pression centripètes).
Dans l'hémisphère sud, c'est l'inverse : les anticyclones tournent dans le sens trigo et les dépressions dans le sens horaire.

Schéma :

Conclusion

Il n'existe aucun référentiel galiléen "parfait". **Le caractère galiléen ou non d'un référentiel se détermine par l'expérience. Plus particulièrement, le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen pour l'étude de phénomènes se produisant au voisinage de la surface terrestre et dont la durée est très inférieur à la journée.**

Le caractère galiléen ou non d'un référentiel n'a de sens qu'à la lumière de la précision avec laquelle on étudie nos expériences. Par exemple, au CERN, où la précision des mesures est très importante, la déformation des continents à cause du phénomène de marées a induit du bruit sur les expériences de collisions de particules. Avec cette précision, le référentiel géocentrique ne peut pas être considéré galiléen.

Autre ouverture possible, s'il reste assez de temps.

Contrairement aux idées reçues, le sens de rotation de l'eau lors de l'évacuation d'un lavabo n'est pas du tout dû à la force de Coriolis. Quel que soit l'hémisphère, on peut observer l'eau tourner à gauche ou à droite dans son lavabo. Il est en fait possible de le justifier par un petit ordre de grandeur à la lumière de ce que nous avons appris par cette leçon :)

Soit L la taille caractéristique du lavabo et v la vitesse de l'eau lors de la vidange. On peut estimer la déviation d'une particule d'eau due à la force de Coriolis :

$$\mathrm{L}_{\mathrm{exp}} \sim L \;\; ; \;\; T_{\mathrm{exp}} \sim \frac{L}{v} \quad \rightarrow \quad L_{\mathrm{Cor}} \sim L \left(\frac{L/v}{T} \right).$$

Avec $L \sim 10$ cm, $v \sim 10$ cm.s$^{-1} et$T 10^5 s, nous trouvons $L_{\mathrm{Cor}} \sim 1$ μm. Cette déviation est complètement négligeable devant les dissymétries de construction d'un lavabo ! En revanche, la rotation de la Terre pourrait avoir une influence dans un lavabo parfaitement symétrique de révolution... !

Questions, commentaires, opinions, témoignages...