

LP04 – PRÉCESSION DANS LES DOMAINES MACROSCOPIQUE ET MICROSCOPIQUE.

13 janvier 2018

François NICOLAS & Bruno ETCHEVERRY

*Tu croyais vraiment que tu pouvais te mesurer à moi, alors
que de toute évidence tu ne connais même pas encore le
pouvoir de ta toupie ?*

RYUGA, BEYBLADE METAL FURY.

Niveau : L2

Commentaires du jury

Jusqu'en 2015, le titre était : Approximation gyroscopique. Effets dans les domaines macroscopique et microscopique.

2015 : L'exposé doit être équilibré entre la description des effets macroscopiques et microscopiques. Il n'est pas souhaitable de faire un catalogue exhaustif des applications mais plutôt d'en traiter quelques-unes de manière complète. Le/la candidat(e) doit être capable de trouver l'orientation et le sens des effets gyroscopiques sur des exemples simples.

2011, 2012, 2013, 2014 : Les candidats ignorent trop souvent les principes de fonctionnement et les performances des gyroscopes modernes.

2009, 2010 : Les hypothèses de l'approximation sont très rarement énoncées clairement et encore plus rarement vérifiées dans le traitement des applications. L'équation de précession est un concept utile.

2006 : Les conditions de résonance et les applications de la résonance magnétique doivent être discutées.

2005 : Comme dans toute leçon de mécanique, les référentiels doivent être correctement définis. La notion de référentiel barycentrique, quand elle est introduite, est souvent confuse. Le temps imparti au domaine microscopique est trop court.

Bibliographie

↗ <i>Mécanique</i> , Pérez	→ Pour les angles d'Euler
↗ <i>BUP 587</i>	→ Toupie
↗ <i>Physique atomique</i> , Cagnac	→ Barnet
↗ http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/brng.html#brng1	→ Boomerang

Prérequis

- Mécanique du point et du solide ;
- Magnétisme ;
- Portance d'une aile.

Expériences

- ☞ Petit gyroscope p85.

Table des matières

1	Rotation autour d'un point fixe	2
1.1	Angles d'Euler	2
1.2	Approximation gyroscopique	3
1.3	Caractéristiques	4
2	Précession de Larmor	5
2.1	Lien moment magnétique-moment cinétique	5
2.2	Équation du mouvement	5
2.3	Aimantation globale	6
3	Applications	6
3.1	Expérience de Barnet	6
3.2	Retour du boomerang	7
3.3	Commentaires généraux	8
3.4	Commentaires particuliers	9

Introduction

Nous avons déjà eu l'occasion de parler de la rotation d'un solide autour d'un axe fixe, en utilisant le théorème du moment cinétique. Aujourd'hui nous allons parler de la précession dans les domaines microscopiques et macroscopiques, en nous intéressant notamment à la rotation d'un solide autour d'un point fixe, avec comme exemple phare la toupie. On commence par définir la précession : c'est la variation au court du temps de l'orientation de l'axe de rotation d'un solide. Exemple avec le gyroscope : en le suspendant par son axe et sans vitesse, il tombe comme un pendule pesant. Avec une vitesse de rotation, il tourne ! L'objectif est de donner les caractéristiques du mouvement de précession, à différentes échelles.

I) Rotation autour d'un point fixe

I) 1- Angles d'Euler

On va chercher à résoudre le théorème du moment cinétique pour la toupie. Pour cela, on va avoir besoin du moment d'inertie dans une base simple, composée d'axes principaux d'inertie, par exemple (O, \vec{e}_z) , (O, \vec{e}_u) et (O, \vec{e}_w) . On commence par trouver le vecteur rotation, qui nous fait passer de \mathcal{R} à \mathcal{R}' :

- ◆ On effectue une rotation d'axe \vec{e}_z , d'angle ψ , dit **de précession** : on passe de \vec{x} à \vec{e}_u et de \vec{y} à \vec{v} . Le vecteur rotation associé est

$$\vec{\omega}_z = \dot{\psi} \vec{e}_z$$

- ◆ On effectue une rotation d'axe \vec{e}_u , d'angle θ , dit **de nutation** : on passe de \vec{v} à \vec{e}_w et de \vec{z} à $\vec{e}_{z'}$. Le vecteur rotation associé est

$$\vec{\omega}_u = \dot{\theta} \vec{e}_u$$

- ◆ On effectue une rotation d'axe $\vec{e}_{z'}$, d'angle φ , dit **de rotation propre** : on passe de \vec{e}_u à \vec{x}' et de \vec{e}_w à \vec{y}' . Le vecteur rotation associé est

$$\vec{\omega}_{z'} = \dot{\varphi} \vec{e}_{z'}$$

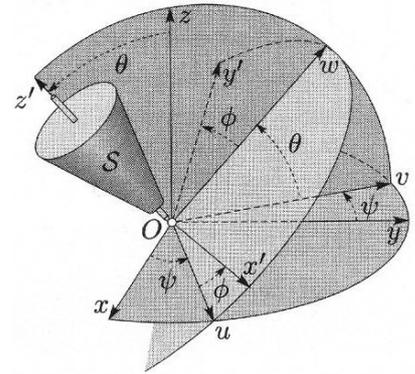


FIGURE 1 – Les angles d'Euler – Banque d'image.

On passe bien de \mathcal{R} à \mathcal{R}' , dans lequel la toupie est au repos, par une série de trois rotations. Le vecteur vitesse angulaire dans \mathcal{R} est donc, par composition des vecteurs rotation :

$$\vec{\omega} = \dot{\psi} \vec{e}_z + \dot{\theta} \vec{e}_u + \dot{\varphi} \vec{e}_{z'} \quad (1)$$

On va effectuer un changement de base pour exprimer ce vecteur dans la base de Résal $\mathcal{R}_e(O, \vec{e}_u, \vec{e}_w, \vec{e}_{z'})$ définie précédemment. Il suffit pour cela de décomposer \vec{e}_z sur $\vec{e}_{z'}$ et \vec{e}_w , et d'après la figure 1 c'est $\vec{e}_z = \sin(\theta) \vec{e}_w + \cos(\theta) \vec{e}_{z'}$, d'où

$$\vec{\omega} = \dot{\theta} \vec{e}_u + \dot{\psi} \sin(\theta) \vec{e}_w + (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos(\theta)) \vec{e}_{z'} \quad (2)$$

On peut donc écrire le moment cinétique de la toupie dans \mathcal{R}_e par rapport à O :

$$\begin{aligned} \vec{L}_O \Big|_{\mathcal{R}_e} &= \overline{\overline{I_0}} \cdot \vec{\omega} \\ \vec{L}_O \Big|_{\mathcal{R}_e} &= \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_u \\ \omega_w \\ \omega_{z'} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

D'où, avec $I_1 = I_2 = I$ (c'est tout l'intérêt de s'être placés dans la base de Résal) :

$$\vec{L}_O \Big|_{\mathcal{R}} = \begin{pmatrix} I \dot{\theta} \\ I \dot{\psi} \sin(\theta) \\ I_3 (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos(\theta)) \end{pmatrix} \quad (3)$$

↓ On voit que l'expression du moment cinétique n'est pas commode. Pour simplifier les calculs, on va donc effectuer une approximation, que l'on vérifie a posteriori.

I) 2- Approximation gyroscopique

L'approximation gyroscopie consiste à considérer que la composante du moment cinétique sur l'axe de révolution du solide est très grande devant les deux autres, c'est à dire ici

$$|L_{z'}| \gg |L_u|, |L_w|$$

Nous allons vérifier ces conditions :

◆ $|L_{z'}| \gg |L_w|$:

$$\begin{aligned} & |L_{z'}| \gg |L_w| \\ \Leftrightarrow & |I_3 (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \sin(\theta))| \gg |I\dot{\psi} \sin(\theta)| \\ \Leftrightarrow & I_3 (|\dot{\psi}| + |\dot{\varphi}|) \gg I |\dot{\psi}| \\ \Leftrightarrow & \left| \frac{\dot{\varphi}}{\dot{\psi}} \right| \gg \frac{I}{I_3} \end{aligned}$$

$$\text{Or, } \frac{I}{I_3} \approx \frac{ml^2}{mR^2} \approx \frac{(10 \cdot 10^{-2})^2}{(3 \cdot 10^{-2})^2} \approx 10, \text{ d'où}$$

$$\left| \frac{\dot{\varphi}}{\dot{\psi}} \right| \gg 1 \quad (4)$$

◆ $|L_{z'}| \gg |L_u|$:

$$\begin{aligned} & |L_{z'}| \gg |L_u| \\ \Leftrightarrow & |I_3 (\dot{\varphi} + \dot{\psi} \sin(\theta))| \gg |I\dot{\theta}| \\ \Leftrightarrow & I_3 (|\dot{\psi}| + |\dot{\varphi}|) \gg I |\dot{\theta}| \\ \Leftrightarrow & \frac{I_3}{I} \left(1 + \underbrace{\left| \frac{\dot{\psi}}{\dot{\varphi}} \right|}_{\ll 1} \right) \gg \left| \frac{\dot{\theta}}{\dot{\varphi}} \right| \\ \Leftrightarrow & \underbrace{\frac{I_3}{I}}_{\approx \frac{1}{10}} \gg \left| \frac{\dot{\theta}}{\dot{\varphi}} \right| \end{aligned}$$

D'où

$$\left| \frac{\dot{\varphi}}{\dot{\theta}} \right| \gg 1 \quad (5)$$

Finalement, l'approximation gyroscopique compte tenu de la géométrie du problème revient à

$$|\dot{\varphi}| \gg |\dot{\varphi}|, |\dot{\theta}| \quad (6)$$

Important !

L'approximation gyroscopique est bien souvent réduite à cette implication particulière puisque commode, mais il faut en réalité toujours partir de la relation entre les composantes du moment cinétique. Cette approche est en débat, cf. les commentaires particuliers en fin de poly.

↓ En supposant cette approximation vérifiée, on va pouvoir étudier les caractéristiques du mouvement.

I) 3- Caractéristiques

On peut réécrire le moment cinétique :

$$\boxed{\vec{L}_O \Big|_{\mathcal{R}} \approx I_3 \dot{\phi} \vec{e}_{z'}} \quad (7)$$

En appliquant alors le TMC au point O dans \mathcal{R} , on a

$$\left. \frac{d\vec{L}_O}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = \vec{OC} \wedge m \vec{g} \quad (8)$$

avec m la masse de la toupie, et C le centre d'inertie de la toupie. On a ici considéré que seul le poids induisait un moment, c'est-à-dire que l'on a négligé les frottements solides au niveau du point de contact et les frottements fluides avec l'air. En notant $\|\vec{OC}\| = l$, on a alors

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\vec{L}_O}{dt} \right|_{\mathcal{R}} &= l \vec{e}_{z'} \wedge m(-g) \vec{e}_z \\ \left. \frac{d\vec{L}_O}{dt} \right|_{\mathcal{R}} &= - \frac{\vec{L}_O}{\|\vec{L}_O\|} \wedge mgl \vec{e}_z \end{aligned}$$

Ce qui nous donne l'équation de précession :

$$\boxed{\left. \frac{d\vec{L}_O}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = \vec{\omega}_p \wedge \vec{L}_O} \quad (9)$$

avec $\vec{\omega}_p = \frac{mgl}{I_3 \dot{\phi}}$ la **pulsation de précession**. C'est cette équation que l'on retrouvera dans le domaine microscopique. On remarque alors qu'en multipliant par \vec{L}_O , on obtient

$$\begin{aligned} \vec{L}_O \cdot \left. \frac{d\vec{L}_O}{dt} \right|_{\mathcal{R}} &= \vec{L}_O \cdot (\vec{\omega}_p \wedge \vec{L}_O) = 0 \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} \frac{d\vec{L}_O^2}{dt} = 0 \end{aligned}$$

D'où

$$\boxed{\|\vec{L}_O\| = \text{cste}} \quad (10)$$

De même en multipliant par \vec{e}_z :

$$\begin{aligned} \vec{e}_z \cdot \left. \frac{d\vec{L}_O}{dt} \right|_{\mathcal{R}} &= \vec{e}_z \cdot (\vec{\omega}_p \wedge \vec{L}_O) = 0 \\ &\Rightarrow \frac{d(\vec{L}_O \cdot \vec{e}_z)}{dt} = 0 \end{aligned}$$

Ainsi

$$\boxed{L_{0,z} = \text{cste}} \quad (11)$$

On constate donc que la norme de \vec{L}_O et sa composante selon \vec{e}_z sont constantes. On en déduit que le moment cinétique \vec{L}_O décrit un cône de sommet O , d'axe de révolution Oz' , et de demi-angle θ_0 , constant. C'est le caractère paradoxal du mouvement gyroscopique, parce que la gravité n'a pas pour effet de faire tomber la toupie, mais d'entraîner son mouvement dans un plan horizontal.

↓ *Ce phénomène est en fait plus fondamental puisqu'il se manifeste à l'échelle microscopique, comme on va le voir avec la précession de Larmor.*

II) Précession de Larmor

On va voir que le mouvement d'un électron dans un modèle semi classique est le même que celui précédemment étudié.

II) 1- Lien moment magnétique-moment cinétique

Dans le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène, on a un électron (point A) sur une orbite circulaire qui tourne autour du noyau (point G). On définit le moment magnétique par $\vec{\mu} = iS \vec{e}_z = \frac{dq}{dt} \pi R^2 \vec{e}_z = -\frac{e}{T} \pi R^2 \vec{e}_z$. Or, $2\pi R = vT$ d'où

$$\boxed{\vec{\mu} = -\frac{evR}{2} \vec{e}_z}$$

Or, en calculant $\vec{L}_G = \vec{CA} \wedge m \vec{v}$ on a $\vec{L}_G = -R \vec{e}_r \wedge mv \vec{e}_\theta$, donc

$$\boxed{\vec{L}_G = Rmv \vec{e}_z}$$

On voit ainsi que $\vec{\mu}$ et \vec{L}_G sont colinéaires, et plus particulièrement on peut écrire

$$\boxed{\vec{\mu} = \gamma \vec{L}_G} \text{ avec } \boxed{\gamma = -\frac{e}{2m}} \text{ le facteur gyromagnétique} \tag{12}$$

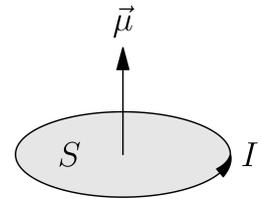


FIGURE 2 – Définition du moment magnétique – Wikipédia.

Ordre de Grandeur : $\gamma \approx 1 \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$

↓ *Maintenant qu'on a défini ces grandeurs, on peut essayer de les relier de la même manière que dans la précession macroscopique.*

II) 2- Équation du mouvement

Le théorème du moment cinétique nous donne

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\vec{L}_G}{dt} \Big|_{\mathcal{R}} &= \vec{\mu} \wedge \vec{B} \\ \frac{d\vec{L}_G}{dt} \Big|_{\mathcal{R}} &= -\gamma \vec{B} \wedge \vec{L}_G \end{aligned} \right.$$

D'où

$$\boxed{\left. \frac{d\vec{L}_G}{dt} \Big|_{\mathcal{R}} = \vec{\Omega}_L \wedge \vec{L}_G \right.}$$

Avec $\vec{\Omega}_L = -\gamma \vec{B}$ la **pulsation de Larmor**. C'est bien la même équation ! Les caractéristiques sont donc les mêmes, le moment cinétique va décrire un cône de sommet G, d'axe de révolution celui de \vec{B} .

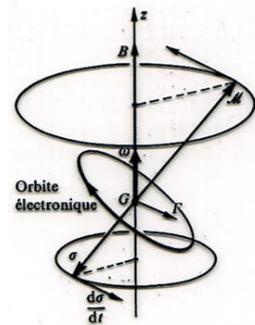


FIGURE 3 – Schéma de la précession de Larmor. On repère par A la position de l'électron – Banque d'images de l'agrèg'.

On peut comparer les caractéristiques entre macro et micro :

	Toupie	Électron
Équation	$\left. \frac{d\vec{L}_O}{dt} \Big _{\mathcal{R}} = \vec{\omega}_p \wedge \vec{L}_O \right.$	$\left. \frac{d\vec{L}_G}{dt} \Big _{\mathcal{R}} = \vec{\Omega} \wedge \vec{L}_G \right.$
Vitesse de précession	$\vec{\omega}_p = \frac{mgl}{I_3 \dot{\varphi}} \vec{e}_z$	$\vec{\Omega} = -\gamma \vec{B}$
Origine	\vec{g}	\vec{B}
Moment appliqué	$l \vec{e}_z \wedge m \vec{g}$	$\vec{\mu} \wedge \vec{B}$

Ordre de Grandeur

Avec $\|\vec{B}\| = 1 \text{ T}$ et $\Omega_C \approx 1 \times 10^{11} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$, en prenant $v = \frac{c}{100}$, et $R = 53 \text{ pm}$ on a $\omega_0 = \frac{v}{R} \approx 1 \times 10^{16} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$. Ainsi, $\frac{\omega_0}{\Omega} \gg 1$: approximation gyroscopique vérifiée.

↓ On n'a pas parlé de l'angle de nutation : est-ce que tous les moments cinétiques vont avoir le même angle ? La projection du moment cinétique est-elle la même dans tous les cas ?

II) 3- Aimantation globale

On a en fait l'énergie d'interaction $W = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$: les moments vont préférentiellement s'orienter sur le champ magnétique pour minimiser cette interaction. Donc une population d'atome sans champ magnétique a globalement une aimantation globale nulle car chaque moment va être aléatoire, mais l'apparition d'un champ magnétique implique qu'ils vont s'orienter tous de la même manière autour de \vec{B} .

↓ Nous avons mis en évidence le phénomène de précession à l'échelle microscopique et macroscopique, nous allons voir quelques applications.

III) Applications**III) 1- Expérience de Barnett**

Réalisée en 1914, on s'intéresse ici à un solide dont on peut modéliser les atomes par des spires de courant, sans champ magnétique extérieur. En mettant le solide en rotation à la vitesse $\vec{\Omega}$, on a que $\left. \frac{d\vec{L}_G}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = 0$ car il n'y a pas de \vec{B} . Chaque atome se comporte donc comme un gyroscope stabilisé dans le référentiel fixe.

En revanche dans le référentiel tournant, on a l'apparition d'un moment :

$$\left. \frac{d\vec{L}_G}{dt} \right|_{\mathcal{R}'} = \underbrace{\left. \frac{d\vec{L}_G}{dt} \right|_{\mathcal{R}}}_{=0} - \vec{\Omega} \wedge \vec{L}_G$$

On peut donc écrire

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\vec{L}_G}{dt} \right|_{\mathcal{R}'} &= -\vec{\Omega} \wedge \vec{L}_G \\ \left. \frac{d\vec{L}_G}{dt} \right|_{\mathcal{R}'} &= -\vec{\Omega} \wedge \frac{\vec{\mu}}{\gamma} \\ \left. \frac{d\vec{L}_G}{dt} \right|_{\mathcal{R}'} &= \vec{\mu} \wedge \vec{B} \end{aligned}$$

avec $\vec{B} = \frac{\vec{\Omega}}{\gamma}$. Le champ \vec{B} défini ici est un artéfact de calcul. Il n'y a pas génération d'un vrai champ magnétique, il n'y a que apparition d'effets similaires. C'est justement sur cette similitude que s'est basé Barnett pour ses expériences : le fait de mettre en rotation le solide fait précesser les moments magnétiques des atomes avec des causes difficiles à déterminer mais dont les effets sont semblables à un champ \vec{B} : ainsi, après avoir mesuré l'aimantation, il pouvait arrêter la rotation, appliquer un champ \vec{B} et voir pour quelle valeur de champ il retrouvait les mêmes effets : c'est comme cela qu'il a remonté au facteur gyromagnétique.

Ordre de Grandeur

Avec $\Omega = 6000 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$ et $\gamma = 1 \times 10^{11} \text{ C}\cdot\text{kg}^{-1}$, on a $\|\vec{B}\| \approx 1 \times 10^{-8} \text{ T}$, ce qui est difficile à mesurer parce que le champ magnétique terrestre est d'environ $40 \times 10^{-6} \text{ T}$ et les effets parasites sont à éliminer.

↓ *En macro*

III) 2- Retour du boomerang

Schéma sur <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/brng.html#brng1>

Boomerang suit trajectoire courbe pour revenir vers nous, tout le monde le sait. En regardant le \vec{L} du boomerang dans l'approximation gyroscopique, on remarque que l'axe de rotation précesse nécessairement : quelles en sont les origines ?

Boomerang en forme d'aile d'avion, implique portance avec $\vec{F}_p \propto v^2$. Vue du boomerang sur la tranche, vue du lanceur : portance s'exerce de droite à gauche, mais comme boomerang en rotation, toutes les parties ne vont pas à la même vitesse relativement à l'air. D'où portance différente entre haut et bas du boomerang. Couple de portance : ne fait pas tourner autour de l'axe central, mais fait tourner l'axe de rotation dans un plan horizontal : trajectoire se courbe !

Conclusion

Nous avons mis en évidence le phénomène de précession avec la toupie dans le champ de pesanteur, puis on a vu que cette équation qui gouverne ce mouvement est la même que pour le moment cinétique à l'échelle atomique et quelques applications. On aurait pu introduire le frottement pour montrer que la toupie ne précesse pas à l'infini, et on peut s'intéresser à des applications de ce phénomène en chimie ou en médecine par la RMN.

Questions

- ◆ Sur les angles d'Euler : justifie la toute première expression ? On a $\vec{\omega} = \dot{\psi} \vec{e}_z + \dot{\theta} \vec{e}_u + \dot{\phi} \vec{e}_z'$: on peut positionner le solide avec ces trois angles, donc l'exprimer comme ça. Certes mais d'où ça vient ? Composition des vitesses de rotation. Même question. Euh.
- ◆ Définissez la matrice d'inertie. Les termes diagonaux représentent les moments d'inertie autour des axes de la base. Les autres sont compliqués. Et avec un dessin ? Expressions mathématiques ? $I_{11} = \int (y^2 + z^2) dm$ walà.
- ◆ Lien moment cinétique en O et vecteur rotation ? Produit de la matrice d'inertie et vecteur rotation. C'est évident ? Euh, on a bien $\vec{L}_G = \vec{OM} \wedge m \vec{v}$ mais j'sais pas comment on arrive à la matrice.
- ◆ Pourquoi la matrice d'inertie est diagonale dans ta base ? Ça vient de la symétrie de révolution autour de l'axe de la toupie. En inversant les vecteurs on doit avoir l'opposé ou un truc dans le genre.
- ◆ « On néglige les frottements », puis à la fin « on aurait pu rajouter les frottements » : tu peux le faire ? Pas avec les mains ? On ajoute le couple de frottement solide en O : $\Gamma = -f \vec{\omega}$. On le rajoute dans le TMC :
$$\left. \frac{d\vec{L}_O}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = \vec{OG} \wedge m \vec{g} - f \vec{\omega}.$$
- ◆ Origine de ce couple ? Aspérités au niveau de la zone de contact, enchevêtrement implique résistance au mouvement. Seule interaction au contact ? Réaction du solide pour qu'elle tombe pas, mais pas d'autres couples. D'accord.
- ◆ Commentaires sur $\|\vec{L}_O\| = \text{cste}$? Associé à la symétrie de rotation. Pas de dissipation \Rightarrow conservation lol.
- ◆ Saut au boomerang qui en est l'illustration : pourquoi ce choix alors que boomerang pas autour d'un point fixe ? Point fixe permet de dégager les effets importants de la précession, et que la rotation rapide implique un mouvement particulier ; application à quelque chose de plus particulier. Précession pas que autour d'un point fixe. Y'a pas un moyen de se ramener à un point fixe ? Si, en se plaçant dans le centre de masse du boomerang le centre de gravité est fixe. Définissez ce référentiel. C'est le référentiel dans lequel le boomerang est fixe. Pas clair. Axes liés au boomerang, centre = centre de masse. Ça c'est le référentiel propre, pas celui du CDM. Ah.
- ◆ Aspects micro : calculs sans trop de cadre. C'est un bon modèle ? C'est quoi les approximations ? C'est pas un bon modèle car pas compatible avec la mécanique quantique où l'énergie est quantifiée ; on n'a pas de condition sur les orbites de l'électron, qui n'orbitent pas en plus puisque sinon ils rayonnent et s'écrasent.

- ◆ Qu'est-ce qui justifie que ce modèle reste justifiable en partant de mécanique quantique? Théorème d'Erhenfest, on peut peut-être retrouver le même comportement pour le moment cinétique. Ou alors problème de quantification résolu en n'autorisant que certains rayons d'orbites, bricoler le modèle de Bohr pour coller mais il ne peut pas tout prendre en compte.
 - ◆ Aimantation globale : à préciser, on en conclue quoi? On dit comment l'électron précesse, mais pas avec quel angle : si on part avec un moment magnétique opposé à \vec{B} , sans cette partie on ne dit pas comment il s'oriente.
 - ◆ Donc dans un milieu matériel, tous les moments vont s'aligner sur le champ magnétique? Oui. On peut le montrer avec la statistique de Boltzmann, on va avoir une direction privilégiée.
 - ◆ À titre culturel, dans un paramagnétique avec un \vec{B} ceux qui s'orientent sont majoritaires ou pas? Ouiiiiii?
 - ◆ Barnet : clair ou pas clair? (Élèves : pas clair). Refais un schéma. T'as écrit $\left. \frac{d\vec{L}_G}{dt} \right|_{\mathcal{R}'} = \underbrace{\left. \frac{d\vec{L}_G}{dt} \right|_{\mathcal{R}}}_{=0} - \vec{\Omega} \wedge \vec{L}_G$.
- Pourquoi $\left. \frac{d\vec{L}_G}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = 0$? Sans \vec{B} y'a pas de moment.
- ◆ Pourquoi on mesure pas directement l'aimantation pour mesure le facteur gyromagnétique? Juste en mesurant l'aimantation faut comparer à autre chose. Bah il est lié au champ magnétique? Oui mais le \vec{B} n'existe pas vraiment, on identifie l'effet de la rotation à celui d'un champ magnétique. On en rediscutera.
 - ◆ D'autres applications dont la RMN : c'est quoi le principe? Le principe de fonctionnement c'est qu'on a un grand champ magnétique constant sur une direction, et on y superpose un champ magnétique tournant orthogonal. En faisant varier la fréquence de rotation de ce champ-là, on peut faire varier la vitesse de précession des atomes. RMN ça veut dire quoi? Résonance Magnétique Nucléaire. Donc on s'intéresse au \vec{L} de quoi? Des protons. Que des protons? Principalement. En chimie c'est l'hydrogène. Le modèle semi-classique correspond-il bien au proton alors? Comment ça? Par rapport au modèle gyromagnétique etc. Le modèle le plus adapté c'est avec le spin intrinsèque. Le moment cinétique du proton est-il orbital comme avec l'électron? Non, il vient du spin intrinsèque. C'est pour ça qu'avec les mesures de Barnet on trouve pas la bonne valeur, on ne considère pas le spin.
 - ◆ Ok c'est les protons, mais du coup c'est quoi le principe de la mesure? On a "magnétique", "nucléaire" mais pas résonance là. C'est quoi? Résonance d'aimantation? Je sais pas.
 - ◆ Y'a des choses qu'on prédit bien de manière classique, d'autres non. Tu peux m'en dire plus? La précession ça marche bien de manière classique...
 - ◆ Peux-tu citer des application du gyroscope dans le domaine macro? Ça peut servir à s'orienter : en alimentant le gyroscope, il va toujours s'orienter vers le nord par exemple, utile dans les bateaux. On peut utiliser la résistance au couple appliqué : un effort sur le bateau va faire que le gyroscope va s'opposer à ce mouvement et ça va faire dé-tanguer le bateau. Ça se fait avec des gyroscopes de plusieurs tonnes.
 - ◆ Est-ce que tu sais ce que c'est qu'un gyro-compass? Oui, c'est un gyroscope qui ne va pas garder une direction fixe, mais qui va chercher à s'aligner sur le nord. What? Comment ça se fait ça? *Champ magnétique terrestre?*
 - ◆ Tu t'es placé à juste titre dans l'approximation gyroscopique, mais est-ce que tu peux nous en dire plus sur les mouvements de précession sans approximation? Une toupie qu'on lance ça marche? Non car point de contact pas fixe, et on peut observer des mouvements où on précesse par petites boucles. Ça s'appelle comment? J'sais pas. T'as regardé les équations qui amènent à ce mouvement? Oui mais c'était pas super intéressant. On regarde l'énergie de la toupie en fonction de tous les angles, et...
 - ◆ On connaît dans la vie quotidienne la précession des équinoxes : qu'est-ce que c'est? Lien avec la leçon? Dessins. Axe de rotation de la Terre = $23^\circ 27'$, tourne vite par rapport à son mouvement autour du Soleil. On va avoir un couple du coup, et précession. En combien de temps ça précesse? Euh en quelques années. Certes tu te mouilles pas mais précisément? Euh. Origine de ce couple? Dû à quoi? Dû à la forme aplatie de la Terre.

Commentaires

III) 3- Commentaires généraux

- ◆ Très bonne introduction, plan de la leçon incontournable. Liberté dans le choix des applications donc rien d'obligatoire, mais faut que ce soit défendable. Les deux choix que tu as fait ce sont pas ceux qu'il faut faire. C'est

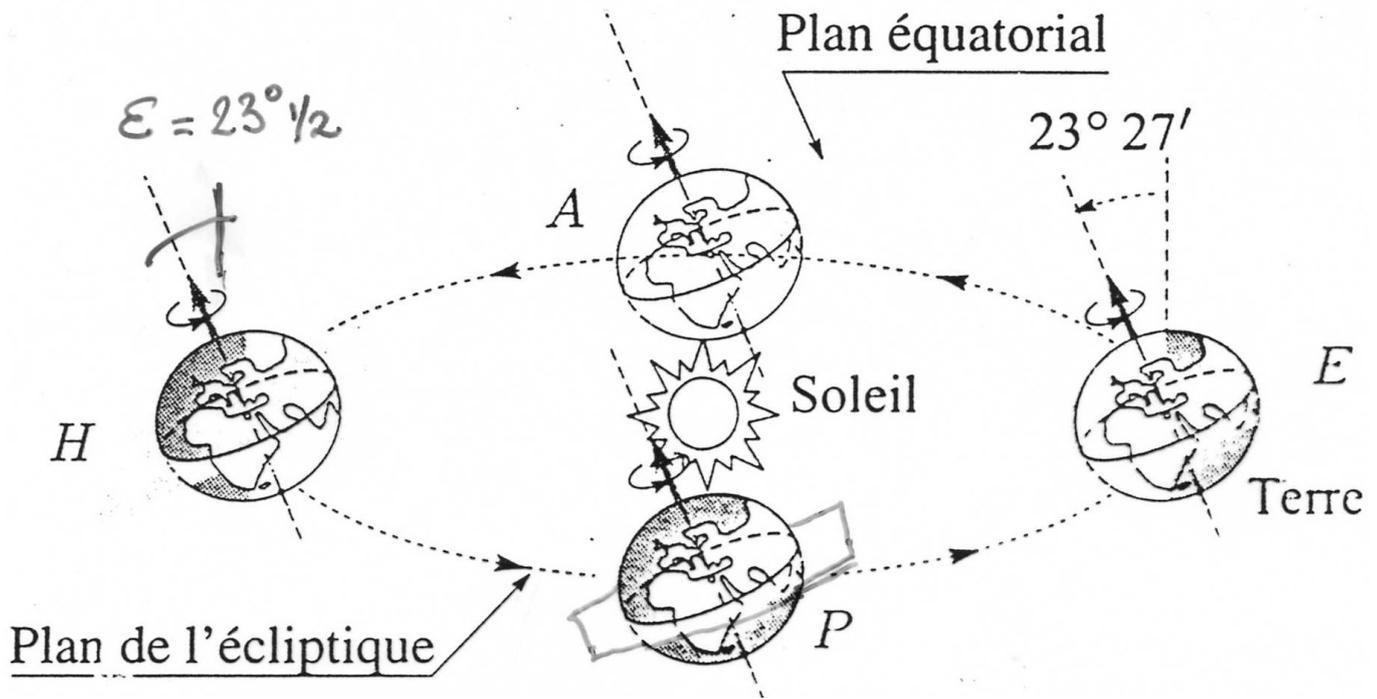


FIGURE 4 – Précession des équinoxes – Banque d'images

la difficulté de cette leçon : y'a des équations simples à présenter et dans les applications ça peut partir super loin. Barnet, pourquoi pas mais c'est pas le plus pertinent, c'est un peu ancien. **On peut pas vraiment échapper à la RMN.** Il faut au moins poser les bases de la RMN quitte à laisser le reste pour les questions. Le boomerang c'est pas un bon choix, pas à cause du point fixe (d'ailleurs, dans le référentiel barycentrique c'est avec axes fixes dans le référentiel du laboratoire), mais parce que la résultante des effets hydrodynamique n'est pas au CDM, etc etc.

- ◆ Équinoxe c'est une belle présentation. Bien présenter ça en 6-7 minutes ça montre du savoir-faire et ça donne des points.
- ◆ On parle beaucoup de RMN mais y'a plein d'autres principes de résonance, faut savoir.
- ◆ **Dans une leçon de mécanique, il faut énormément de schéma, avec des forces, des couples, etc.** C'est né-ce-ssaire. Et pour toi en particulier, **tu présentes trop avec les mains.**
- ◆ T'as mis des pré-requis, donc il faut savoir les maîtriser parfaitement soi-même!

III) 4- Commentaires particuliers

- ◆ Expression du vecteur rotation : loi de composition des vitesses angulaires. Rotation de R' c'est $R + R/R'$.
- ◆ Pas trop d'équations fausses, mais définition à l'oral du moment cinétique était fausse.
- ◆ Notation pas géniale : $\vec{\omega}$ je l'exprime dans la base de Résal : $\vec{\omega}_{\mathcal{R}_e}$. Très dangereux, car pour les élèves faut **pas confondre la base de référentiel et la base de projection!**
- ◆ Suite pas mal. Faut maîtriser parfaitement la matrice d'inertie. Coefficients diagonaux OK, mais pas les non-diagonaux. Rien à faire avec la symétrie, c'est le fait que la matrice soit symétrie réelle donc diagonalisable. la symétrie donne $I_1 = I_2$. On peut toujours diagonaliser la matrice d'inertie.
- ◆ Explication sur le lien avec la matrice : j'ai loupé désolé Bruno.
- ◆ Qualité de présentation des angles d'Euler ✓.
- ◆ Approximation gyroscopique : pas ouf. Confond cause et conséquence : dans la pratique on a les moments qui sont du même ordre de grandeur, on compare les vitesses directement et on en déduit que L_z est majoritaire. **À débattre.**

- ◆ Schéma obligatoire pour l'équation du mouvement : résultante des forces de contact, poids, couple de pivotement etc., en disant qu'on les néglige. **Résistance au pivotement et au roulement!**
- ◆ Pas assez commenté les conséquences. Conservation de la $\|\vec{L}_O\| \Rightarrow \dot{\varphi} = \text{cste}$ et lien avec conservation de l'énergie du système.
- ◆ Conservation du moment projeté sur \vec{e}_z mais pas conclu que angle de nutation constant...!
- ◆ Le schéma aurait illustré ce que tu as dit à l'oral (paradoxe du gyroscope).
- ◆ T'as pas sorti le gros gyroscope.
- ◆ Larmor : faut bien présenter, prendre toutes les précautions de présentation. Effectivement on peut faire Erhenfest pour le moment cinétique et dire qu'avec moyennes on vérifie les formes d'équations qu'on a en classique.
- ◆ Difficulté sur le sens de rotation, t'as dit "faut faire gaffe" mais t'as fait le mauvais haha.
- ◆ Aimantation globale : à garder dans les questions. Ça avance sur Barnett mais on peut les sortir pour parler d'autres choses. Peut y avoir des questions sur le paramagnétique. D'ailleurs dans les para, les orientations sont isotropes avec une légère tendance à s'orienter, mais elle est très légère. Elle suffit à avoir une aimantation cependant.
- ◆ Barnett : principe astucieux car pas mesure directe, mais essayer de retrouver la même chose avec le champ magnétique. Effets complexes mais si en faisant un \vec{B} on retrouve la même chose c'est cool.
- ◆ Obligé de parler de RMN dans le corps de la leçon en présentant des choses simples : rôle champ magnétique constant, champ tournant, t'auras déjà plein de questions sur Bloch etc.
- ◆ Le gyro-compass : voir Pérez. Normalement, l'axe de rotation devrait être fixe, mais dans référentiels terrestre y'a rotation et frottement donc orientation sur le nord si on bloque un axe ; si on bloque pas on a l'orientation sur la verticale (car s'aligne sur vecteur rotation de la Terre). Aujourd'hui y'en a presque plus car trop de frottements, on préfère les optiques. Sauf pour stabiliser les bateaux en effet.