

LP 19 : Rayonnement d'équilibre thermique. Corps noir. Application(s).

Albane et Jules

Prérequis :

- Électromagnétisme
- Thermodynamique

Bibliographie :

- 1 H-prépa, Thermodynamique MP, J.M Brébec (couverture bleue)
- 2 Thermodynamique, H.Gié
- 3 Tec&Doc, MP-MP*, C.More
- 4 Quaranta, Tome 2, La thermodynamique

Commentaires extraits des rapports de jury : (*attention, changement de titre ! l'an passé : "Rayonnement d'équilibre thermique. Corps noir. Application aux transferts thermiques radiatifs.", mais précédemment, c'était comme cette année). Pas de rapport pour 2012, malgré deux élèves de Lyon qui ont eu des mauvaises notes...*)

[2010], [2009] "L'intérêt de la notion de corps noir, et son lien avec celle de rayonnement d'équilibre, doivent apparaître clairement. Des bilans radiatifs dans des situations concrètes permettent alors de mettre en oeuvre cette notion. Les lois de base du rayonnement thermique sont établies en situation d'équilibre ; il convient de s'interroger sur la validité de leur application à des situations hors-équilibre"

[2008] "La leçon doit permettre d'aborder la notion de transfert thermique radiatif et d'en présenter des applications. La démonstration de la loi de Planck n'est pas le centre de la leçon."

[2004], [2003] "Le candidat doit savoir faire la différence entre le champ de rayonnement d'équilibre et le corps noir. L'effet de serre ne constitue pas l'unique application à envisager pour ce sujet, et les valeurs numériques obtenues avec des modèles élémentaires de cet effet doivent être présentées avec beaucoup d'esprit critique."

[2002] "Cette leçon a donné lieu cette année à des illustrations intéressantes et démonstratives : mise en évidence du transfert thermique par rayonnement, principe du pyromètre à disparition de filament,... Nous incitons les futurs candidats à continuer dans ce sens. Par ailleurs, le fait que cette leçon exclut la démonstration de la loi de Planck n'autorise pas les candidats à ignorer la physique sous-jacente."

[2001] "Il convient de distinguer le "champ de rayonnement d'équilibre" du "corps noir". Il faut maîtriser parfaitement les unités des nombreuses grandeurs énergétiques qui interviennent dans cette leçon. Les applications présentées doivent être pertinentes."

Table des matières

1 Bilans radiatifs	2
1.1 Interaction entre la matière et le rayonnement [1],[2]	2
1.2 Équilibre radiatif et thermodynamique [1],[2],[3]	3
2 Rayonnement d'équilibre thermique	4
2.1 Loi de Planck [2], ([1])	4
2.2 Loi du déplacement de Wien [2], [3]	5
2.3 Loi de Stefan [3]	6
3 Le modèle du corps noir	6
3.1 Définition, Réalisation pratique [2]	7
3.2 Rayonnement du corps noir en ERT [2]	7
4 Application : Rayonnement thermique du Soleil et de la Terre, effet de serre [1]	8

Introduction :

Nous connaissons déjà deux modes de propagation de l'énergie thermique : la conduction et la convection. Il en reste un troisième que nous aborderons dans cette leçon, et qui contrairement aux deux précédents ne nécessite aucun support matériel. En effet, un objet exposé au soleil s'échauffe, alors que le vide spatial ne permet ni la convection, ni la conduction.

Nous verrons que son équilibre passe par l'interaction avec la matière et qu'il est régi par la loi de Planck ainsi que les lois de Wien et Stefan qui en découlent. Après avoir exposé le modèle du corps noir, nous verrons deux applications : le pyromètre à disparition de filament et l'effet de serre où nous présenterons le bilan radiatif de la terre qui explique pourquoi la température à la surface de la Terre est aussi clémente.

1 Bilans radiatifs

1.1 Interaction entre la matière et le rayonnement [1],[2]

Le transfert d'énergie par rayonnement présente des caractéristiques différentes de celles des transferts thermiques par conduction ou par convection : le transfert se fait à distance, sans milieu matériel, et il est immédiat (les ondes se déplacent à la vitesse de la lumière).

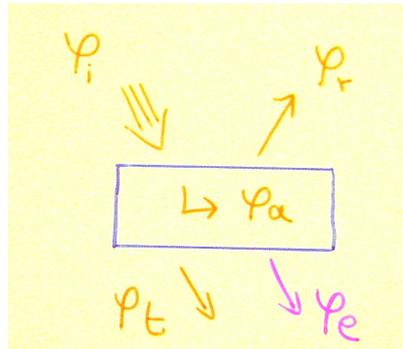
Rappelons qu'un rayonnement électromagnétique quelconque peut être décomposé en une somme d'ondes monochromatiques de différentes fréquences. Comment les ondes EM interagissent-elles avec la matière ?

Si une surface élémentaire dS reçoit par rayonnement une puissance totale $d\phi$, le flux surfacique est défini par $\varphi = \frac{d\phi}{dS}$ et s'exprime en $W.m^{-2}$ (il s'agira de flux hémisphériques, c'est-à-dire sommés sur toutes les directions du demi-espace (angle solide 2π), les surfaces considérées étant supposées convexes). Par commodité, tous les flux (à l'exception du flux radiatif φ_R) seront comptés positivement.

Nous raisonnons en un point de la surface d'un corps convexe pour l'instant quelconque :

- φ_i flux radiatif incident (puissance surfacique du rayonnement incident au point considéré)

- φ_a flux absorbé (conversion en énergie interne)
- φ_r flux réfléchi ou diffusé
- φ_t flux transmis



La conservation de l'énergie impose :

$$\varphi_i = \varphi_a + \varphi_r + \varphi_t$$

Le corps peut également émettre un rayonnement auquel correspond un flux surfacique φ_e . Les caractéristiques de ce rayonnement dépendent de l'état du corps, en particulier sa répartition spectrale est différente de celle du flux incident. On note également φ_p le flux surfacique total partant du corps, soit encore par conservation de l'énergie :

$$\varphi_p = \varphi_e + \varphi_t + \varphi_r$$

Finalement, on définit le flux radiatif (qui lui est algébrique !) par la différence entre le flux entrant et le flux partant :

$$\varphi_R = \varphi_p - \varphi_i = \varphi_e - \varphi_a$$

Si un corps reçoit davantage de rayonnement qu'il n'en perd, on a $\varphi_R > 0$: le corps se réchauffe par rayonnement. C'est ce qu'un homme ressent lorsqu'il est assis près d'un feu de cheminée par exemple.

Ces phénomènes dépendent du corps considéré. Voyons les cas limites :

- corps totalement transparent : $\varphi_i = \varphi_t$ ($\Leftrightarrow \varphi_a = \varphi_r = 0$)
- corps totalement opaque (corps noir) : $\varphi_i = \varphi_a$ ($\Leftrightarrow \varphi_t = \varphi_r = 0$)

Attention : en réalité, les corps ne peuvent être transparents ou opaques que pour une certaine gamme de fréquence. Exemple : corps humain est opaque dans la gamme du visible, mais transparent aux rayons X (utilisation en médecine!).

On va donc devoir s'intéresser à l'influence de la fréquence/longueur d'onde. Notons les flux surfaciques spectraux :

$$\varphi_\lambda \text{ et } \varphi_\nu \text{ tels que : } d\varphi = \varphi_\lambda |d\lambda| = \varphi_\nu |d\nu|.$$

Nous considérerons les corps partiellement opaques placés dans un milieu totalement transparent d'indice optique $n = 1$.

1.2 Équilibre radiatif et thermodynamique [1],[2],[3]

Soit une cavité dont les parois sont à une température T_{corps} , dans laquelle se trouve un milieu transparent d'indice optique $n = 1$ et un rayonnement à la température $T_{rayonnement}$. Analogie du rayonnement avec le gaz parfait : l'échange d'énergie avec les parois permet la thermalisation et donc l'équilibre du gaz/rayonnement avec la paroi. On considère le système thermodynamique suivant :

{ paroi+rayonnement }

Équilibre thermodynamique : en tout point du système, la température est identique et constante : $T_{paroi} = T_{rayonnement} = cst$. Cela implique donc :

- il n'y a plus ni conduction thermique ni convection, puisque le gradient de température est nul en tout point
- $\varphi_a = \varphi_e$ (sinon il y a variation d'énergie interne et donc de T) $\Rightarrow \varphi_R = 0$ condition d'équilibre radiatif (en tout point du système, pour chaque intervalle de longueur d'onde du domaine spectral) ($\Leftrightarrow \varphi_i = \varphi_p$)

La condition d'équilibre thermodynamique impose l'équilibre radiatif des corps opaques avec le champ de rayonnement dans lequel ils baignent et qui occupe le milieu transparent, mais la réciproque est fautive.

Ce rayonnement à l'équilibre radiatif et thermodynamique (noté ERT) correspond à un spectre continu. Dans l'intervalle de longueur d'onde λ , $\lambda + d\lambda$, le champ de rayonnement ERT est caractérisé par une densité volumique d'énergie du ($J.m^{-3}$) telle que :

$$du = u_\lambda |d\lambda| = u_\nu |d\nu|$$

La fonction u_λ (de même pour u_ν) dépend seulement de λ et de la température d'équilibre. C'est la densité spectrale d'énergie volumique (en $J.m^{-4}$). On a donc dans l'intervalle de longueur d'onde λ , $\lambda + d\lambda$: $d\varphi_{i\lambda} = d\varphi_{p\lambda} = d\varphi_\lambda^0$

On admet, la relation entre la densité u_λ et $d\varphi_\lambda^0$:

$$d\varphi_\lambda^0 = \frac{cu_\lambda}{4} d\lambda = g(\lambda)d\lambda$$

Le but de la seconde partie est de trouver une expression de u_λ .

2 Rayonnement d'équilibre thermique

2.1 Loi de Planck [2], ([1])

Expérimentalement, Wien proposa en 1894 une expression pour u_ν , mais certaines mesures effectuées par Kurlbaum, Prinslem et Rubens infirmèrent sa validité pour les basses fréquences. En 1900, Rayleigh et Jeans, indépendamment, proposèrent une expression. Cependant, elle n'était pas valable aux hautes fréquences car u_ν divergeait : on parle de catastrophe ultra-violette.

Le travail de Planck se fit en deux temps : tout d'abord, il "raccorda" les expressions de Wien et Rayleigh-Jeans concernant respectivement les deux extrémités du spectre. Dans un second temps, il dut élaborer un modèle qui conduise à cette expression, et avec beaucoup de réserves, fût le premier à introduire la notion de quanta qui fut un bouleversement majeure qui aboutit à la physique quantique. Il reçut le prix Nobel de physique en 1918.

La loi de Planck relie la densité spectrale d'énergie du rayonnement d'équilibre à la fréquence ν et à la température T du corps considéré. Tout rayonnement à l'équilibre thermodynamique radiatif présente cette densité spectrale d'énergie volumique :

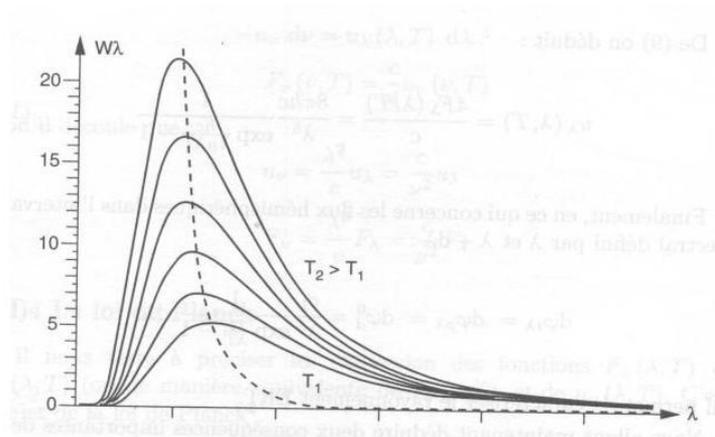
$$u_\nu(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

Où l'on retrouve les constantes :

- $c = 3.10^8 m.s^{-1}$ vitesse de la lumière (celle des photons)
- celles qui ont été introduites plus tard historiquement :

- $h = 6,63 \cdot 10^{-34} J \cdot s^{-1}$ constante de Planck
- $k_b = 1,38 \cdot 10^{-23} J \cdot K^{-1}$ constante de Boltzmann.

Loi de Planck du rayonnement thermique



Densité d'énergie spectrale en fonction de la longueur d'onde, à différentes températures; en pointillé, le lieu des maxima de densité d'énergie (loi de Wien).

S. Olivier et H. Gié, *Thermodynamique 1ère et 2ème année*.
Tec et Doc (1996), p. 466

Il est assez étonnant de remarquer que u_ν ne dépend que de ν et de T : répartition spectrale universelle, indépendante du corps considéré. On retrouve bien sûr la loi de Rayleigh-Jeans aux basses fréquences et celle de Wien aux hautes fréquences, que nous allons énoncer maintenant.

2.2 Loi du déplacement de Wien [2], [3]

Bien qu'énoncée en 1893, cette loi est aujourd'hui vue comme une conséquence de la loi de Planck. La loi dite du "déplacement" de Wien indique que :

la densité spectrale d'énergie $u_\lambda(\lambda, T)$ d'un rayonnement à l'équilibre thermique présente un maximum pour une longueur d'onde λ_m . T étant la température, le produit $\lambda_m T$ est une constante universelle :

$$\lambda_m T = \frac{hc}{4,965k_b} \simeq 3000 \mu m \cdot K$$

Cette relation découle directement de la formule de Planck (mais nous n'avons pas le temps de le montrer ici).

Interprétation : Pour une température fixée, l'évolution du profil spectral présente un maximum pour une longueur d'onde λ_m (c'est la loi de Wien). Conséquence : le spectre se "déplace" vers les courtes longueur d'ondes lorsque la température croît. On peut aussi remarquer que :

- Pour une température fixée, on constate que la densité spectrale devient négligeable dès que l'on s'éloigne sensiblement de λ_m
- Pour une longueur d'onde fixée, la loi est croissante avec la température

Cette loi est parfaitement vérifiée en pratique et il est essentiel de remarquer que la relation ne fait en aucune façon mention de la nature chimique des corps présents dans l'enceinte : il s'agit d'une propriété du rayonnement d'équilibre et de lui seul. Quelques ordres grandeurs, même si l'on n'est pas rigoureusement à l'ERT :

T	λ_m	Exemple	Domaine spectral
300 K	10 μm	corps à température ambiante	Infrarouge
5600 K	520 nm	surface du soleil	Visible

A partir de la couleur d'un corps, on peut donc évaluer la température de sa surface, ce qui est par exemple utilisé par les céramistes ou les forgerons.

2.3 Loi de Stefan [3]

Avant la formulation de la loi de Planck, une relation était déjà connue entre le flux incident total (intégré sur tout le domaine spectral) et la température : c'est la loi de Stefan. Aujourd'hui, elle est présentée comme une conséquence de la loi de Planck admise.

Rappelons que :

$$d\varphi_\lambda^0 = \frac{cu_\lambda}{4} d\lambda = g(\lambda)d\lambda$$

On a alors :

$$g(\lambda) = \frac{cu_\lambda(\lambda, T)}{4} = \frac{c^2 u_\nu(\nu, T)}{4\lambda^2} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_b T}} - 1}$$

$$\varphi_i = \int_0^\infty g(\lambda)d\lambda = 2\pi hc^2 \int_0^\infty \frac{1}{\lambda^5 (e^{\frac{hc}{\lambda k_b T}} - 1)} d\lambda$$

changement de variable : $x = \frac{hc}{\lambda k_b T}$ soit :

$$\varphi_i = \frac{2\pi k_b^4}{h^3 c^2} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx T^4$$

or : $\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$;

on aboutit finalement à la loi de Stefan, qui montre que le flux incident total est proportionnel à la puissance quatrième de la température :

$$\varphi_i = \sigma T^4 \quad \text{avec} \quad \sigma = \frac{2\pi^5 k_b^4}{15 h^3 c^2} = 5,67 \cdot 10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4}$$

Conclusion : A l'ERT, $\varphi_i = \varphi_p = \sigma T^4$. Notons que φ_a et φ_e restent inconnus et dépendent du corps.

En résumé : Le rayonnement d'équilibre à la température T présente une densité spectrale continue, régie par la loi de Planck. La longueur d'onde du maximum d'émission est inversement proportionnelle à la température selon la loi de Wien. Enfin, le flux surfacique total émis croît comme T^4 , d'après la loi de Stefan.

3 Le modèle du corps noir

On se propose d'étudier maintenant un cas limite intéressant, qui concerne un corps absolument non réfléchissant.

3.1 Définition, Réalisation pratique [2]

Le corps noir est défini comme un absorbeur intégral sur la totalité du spectre : tout rayonnement thermique incident est absorbé quelque soit sa longueur d'onde et sa direction incidente ; Ainsi, par définition :

$$\varphi_i = \varphi_a \Leftrightarrow \varphi_t = \varphi_r = 0$$

Le concept d'absorbeur intégral est un concept idéal. L'absorption totale ou quasi totale pour un corps donné n'est en fait observée que dans certains domaines spectraux.

Réalisation pratique : un four, vide et isotherme (température T fixée) avec un tout petit orifice. Le rayonnement incident n'a quasiment aucune chance de sortir par l'orifice, et cette ouverture se comporte alors comme un corps noir. Notons qu'il n'existe pas de matériaux répondant à la définition stricte du corps noir.

3.2 Rayonnement du corps noir en ERT [2]

Supposons un corps noir en équilibre radiatif avec le rayonnement et les autres corps opaques présents. L'équilibre radiatif impose :

$$\varphi_R = 0 \text{ soit } \varphi_a = \varphi_e$$

or on sait que :

- $\varphi_i = \varphi_a$ par définition du corps noir
- Loi de Stefan stipule qu'à l'ERT, $\varphi_i = \varphi_p = \sigma T^4$

On a donc :

$$\varphi_a = \varphi_e = \sigma T^4$$

On parle "du" corps noir, sous-entendant que sa nature n'intervient pas.

Introduisons à présent une notion qui sera pratique lors des applications : l'équilibre thermodynamique local (ETL) : seules les couches superficielles du corps sont à l'équilibre à la température T. C'est beaucoup moins restrictif que l'ERT. Seules ces couches superficielles sont responsables de l'émission, et donc du flux partant (en effet, le rayonnement émis par les couches inférieures est absorbé par les couches supérieures).

On admet qu'à l'ETL le rayonnement émis vérifie les lois de Planck, et donc de Wien et de Stefan : $\varphi_e = \sigma T^4$.

Si le temps le permet : Une loi générale due à Kirchhoff indique qu'un corps émet d'autant plus qu'il est meilleur absorbeur. On a pour un corps opaque :

$$\varphi_e = \epsilon \sigma T^4 \text{ avec } \epsilon \leq 1$$

ϵ est le coefficient moyen d'émissivité, égal à 1 pour un corps noir. L'émissivité dépend de plusieurs facteurs : la température, l'état de surface, la direction du rayonnement et sa longueur d'onde. On suppose parfois, par commodité de calcul, qu'elle ne dépend pas de cette longueur d'onde. C'est l'approximation dite du corps gris.

Quelques ordg, à $T = 300K$: $\epsilon = 0,02$ pour de l'argent dépoli, $\epsilon = 0,95$ pour la peau humaine et $\epsilon = 0,98$ pour de la peinture noire.

4 Application : Rayonnement thermique du Soleil et de la Terre, effet de serre [1]

Modèle sans atmosphère Hypothèses : le Soleil et la Terre sont assimilés à des corps noirs sphériques à l'équilibre thermodynamique local, on pourra donc utiliser la loi de Stefan. Voyons que cela n'est pas trop aberrant en comparant les spectres du soleil et celui d'un corps noir à même température :

schéma

(et pour le Terre ?)

On donne les rayons de ces sphères : $R_T = 6400km$ et $R_s = 6,97 \cdot 10^5 km$ et la distance Terre Soleil : $d = 1,44 \cdot 10^8 km$.

Connaissant le spectre du soleil et donc son maximum d'émission ($\lambda_m = 520nm$), on peut en déduire avec la loi de Wien la température à la surface du soleil : $T_s \simeq 5600K$.

Avec les hypothèses faites, quelle serait la température à la surface de la Terre ?

Le soleil est assimilé à corps noir à l'ETL $\Rightarrow \varphi_e = \sigma T_s^4$, d'où la puissance totale émise par le soleil :

$$\mathcal{P}_{emis \text{ par soleil}} = \sigma T_s^4 4\pi R_s^2$$

Soit la fraction de cette puissance reçue par la Terre :

$$\mathcal{P}_{recue} = \frac{1}{4\pi d^2} \pi R_T^2 \mathcal{P}_{emis \text{ par soleil}} = \sigma T_s^4 4\pi R_s^2 \frac{\pi R_T^2}{4\pi d^2}$$

Or la Terre est assimilée à un corps noir à l'ETL, elle doit donc réémettre toute la puissance qu'elle reçoit et sa température est constante est sera notée T_T :

$$\mathcal{P}_{recue} = \mathcal{P}_{emis} = \sigma T_T^4 4\pi R_T^2$$

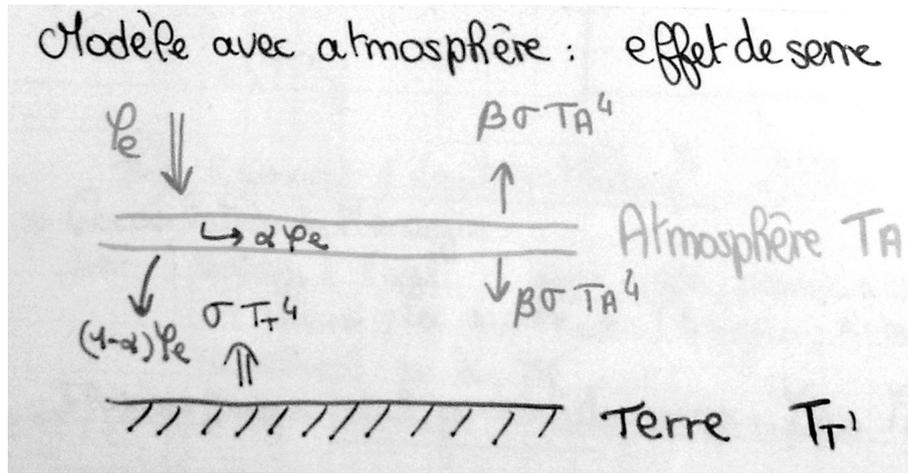
$$\text{on a donc : } T_T = T_s \sqrt{\frac{R_s}{2d}} \simeq 275K$$

Modèle avec atmosphère : effet de serre si temps, sinon donner le résultat et le discuter.

On ajoute au modèle l'atmosphère, qui sera pour simplifier, assimilée à un écran d'épaisseur uniforme et faible par rapport à R_T , de rayon $r \simeq R_T$. Le modèle simplifié utilise les hypothèses suivantes :

- l'atmosphère absorbe $\alpha = 50\%$ du rayonnement solaire
- l'atmosphère absorbe $\beta = 90\%$ du rayonnement terrestre

L'atmosphère est donc un corps gris, la Terre et la Soleil étant toujours assimilés à des corps noirs. Quelle serait la température T'_T de la Terre en considérant ce nouveau modèle ?



Bilan thermique sur l'atmosphère, supposé en ERT à la température T_a ($\varphi_a = \varphi_e$) :

$$2\beta\sigma T_a^4 4\pi r^2 = \alpha\sigma T_s^4 (4\pi R_s^2) \frac{\pi r^2}{4\pi d^2} + \beta\sigma T_T^4 4\pi r^2$$

Bilan thermique sur la Terre, supposé en ERT à la température T_T ($\varphi_a = \varphi_e$) :

$$\sigma T_T^4 4\pi r^2 = \beta\sigma T_a^4 4\pi r^2 + (1 - \alpha)\sigma T_s^4 (4\pi R_s^2) \frac{\pi r^2}{4\pi d^2}$$

Le système d'équation donne, en remarquant que $\sigma T_s^4 4\pi R_s^2 \frac{\pi R_T^2}{4\pi d^2} = \sigma T_T^4 4\pi R_T^2$ et après simplification : $T_T'^4 = \frac{2-\alpha}{2\beta} T_T^4$ soit $T_T' \simeq 297K$.

Il faut noter que ce modèle est très simplifié : approximation de corps noir, albédo négligé et coefficients ad hoc. Cependant, il permet de retrouver un ordre de grandeur tout à fait convenable et surtout de montrer l'effet de serre : $T_T' > T_T$, la présence de l'atmosphère a augmenté la température de la surface de la Terre.

Conclusion

Nous avons vu dans cette leçon que tout rayonnement à l'équilibre thermodynamique radiatif présentait une densité spectrale d'énergie volumique définie par la loi de Planck, qui n'est fonction que de la fréquence et de la température d'équilibre, et non de la nature du corps considéré.

A partir de l'énoncé de Planck, nous avons démontré la loi de Stefan. Cette loi a permis d'établir un modèle, certes simplifié, de l'effet de serre, mais qui rend compte du phénomène : on a compris pourquoi l'on peut faire pousser des légumes d'été en plein hiver sous une serre, et également pourquoi nous devons faire attention à la pollution humaine :

Ce phénomène naturel permet à la Terre d'avoir une température moyenne de 15^0 , au lieu de -18^0C . Mais le rejet massif par les activités humaines de gaz à effet de serre (retiennent le rayonnement infrarouge réémis par la Terre) accentue ce réchauffement : $+1,1$ à $+6,4^0C$ d'ici la fin du siècle selon le GIEC. Il met alors en péril l'équilibre de la planète avec pour conséquences la fonte des glaces et l'élévation du niveau des mers, mais aussi des répercussions climatiques variables géographiquement : précipitations accrues, sécheresses aggravées, phénomènes extrêmes plus fréquents.

On peut également citer comme autre application le pyromètre optique.