

# LP26 – PROPAGATION AVEC DISPERSION

3 novembre 2015

*« Shall I refuse my dinner because I do not fully understand the process of digestion ? »*

Timothée Chauviré & François Damon

OLIVER HEAVYSIDE

## Niveau : Licence

## Commentaires du jury

Notons qu'il y a eu un léger changement du titre de la leçon. L'année dernière celle-ci était nommée « LP25 Propagation dans un milieu dispersif », cette année elle est nommée « LP26 Propagation avec dispersion ».

Voici sinon le rapport du book 2016 :

**2015** : Le jury invite les candidats à réfléchir sur les notions de vitesse de groupe et de vitesse de l'énergie qui ne s'identifient pas forcément.

Jusqu'en 2013, le titre était : Propagation dans un milieu dispersif : vitesse de phase, vitesse de groupe. « Paquets d'ondes planes et évolution. Exemples. »

**2012, 2013** : Les candidats doivent avoir réfléchi à la notion de vitesse de groupe et à son cadre d'utilisation.

**2009, 2010** : Il convient de ne pas consacrer trop de temps à présenter les circonstances (rares), où la vitesse de groupe ne s'interprète pas comme vitesse de transport de l'énergie.

**2007, 2008** : Les candidats ont à leur disposition une petite animation qui permet d'illustrer les notions délicates que sont la vitesse de phase et la vitesse de groupe.

**2001** : La notion de paquet d'ondes ne se réduit pas à la superposition de deux ondes. Lorsqu'ils décrivent un paquet d'onde beaucoup de candidats oublient que  $k$  et  $w$  sont reliés par la relation de dispersion. Il faut bien sûr s'intéresser aux déformations du paquet d'onde.

**2000** : Une superposition d'un nombre fini d'harmoniques ne permet en aucun cas de définir un paquet d'onde, puisque le phénomène reste périodique. Elle ne peut que constituer un intermédiaire avant le passage à la limite continue, qui doit être étudiée avec soin. Lorsqu'ils décrivent un paquet d'onde tridimensionnel, beaucoup de candidats oublient que  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  et  $w$  sont reliés par la relation de dispersion.

**1999** : Ne pas se limiter, pour la construction d'un paquet d'onde à la superposition de deux ondes planes progressives harmoniques de fréquences voisines. La déformation du paquet d'onde est rarement envisagée. Des exemples doivent être pris dans les ondes mécaniques et les ondes électromagnétiques, par exemple dans la propagation d'information sur fibre optique.

**1998** : Un battement n'est pas un paquet d'ondes. Le choix d'une représentation de Fourier spatiale ou temporelle pour représenter un paquet d'ondes dépend de la nature du problème de propagation étudié. Le concept de vitesse de groupe n'a de sens que si le phénomène de propagation étudié est associé à une relation de dispersion. La vitesse de groupe n'est pas toujours la vitesse de propagation de l'énergie.

## Bibliographie

- |   |   |
|---|---|
| ⚡ <i>H-Prépa ondes</i> , <b>Brebec</b>                              | → La base...  |
| ⚡ <i>Cours de Thibierge en BU agreg</i>                             | →   |
| ⚡ <i>Tec&amp;Doc PC/PC* p711-739</i> , <b>Olivier</b>               | → Pour la partie sur le paquet d'onde.                              |
| ⚡ <i>La physique par la pratique</i> , <b>Portelli, Barthes</b>     | → Définition du paquet d'onde, Onde de gravité Onde de capillarité. |
| ⚡ <i>BUP 649, Décembre 1982 pp 273</i> , <b>B. Lahaye</b>           | → Dispersion et relation de Rayleigh                                |
| ⚡ <i>expérience de physique au Capes pp203-205</i> , <b>Duffait</b> | → Précisions sur l'expérience du câble coaxial                      |

## Prérequis

- Onde en milieu non dispersif
- Formalisme de Fourier
- Électromagnétisme dans la matière

## Expériences

- ⚡ Propagation dans un câble coaxial

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Dispersion dans un câble coaxial</b>	<b>3</b>
1.1	Définition de la dispersion . . . . .	3
1.2	L'équation des télégraphistes . . . . .	3
1.3	Conditions de Heaviside . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Dispersion du paquet d'ondes</b>	<b>5</b>
2.1	Définition . . . . .	5
2.2	Propagation du paquet d'ondes . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Dispersion dans un diélectrique</b>	<b>6</b>
3.1	Relation de Rayleigh . . . . .	6
3.2	Modèle de l'électron élastiquement lié . . . . .	7

## Motivations

Le phénomène de dispersion peut simplement s'observer expérimentalement lors du passage de la lumière au travers d'un prisme. Historiquement, Sir Isaac Newton a ainsi permis de montrer que la lumière blanche était constituée de multiples rayons monochromatiques. Le prisme, possédant un indice optique qui varie avec la longueur d'onde (cf. loi de Cauchy), à donner le nom de *dispersion* à ce phénomène.

Aujourd'hui, la télécommunication occupe une place central dans l'échange d'information. Ces informations sont envoyées sous la forme d'ondes (électriques ou lumineuses). Ces dernières ne doivent pas être trop déformées et doivent subir un minimum de pertes lors de leur transport. Diminuer la dispersion de ces ondes est donc crucial.

Nous verrons dans cette leçon comment se traduit le phénomène de dispersion lors de la propagation d'ondes. Et nous verrons comment il est possible d'éviter les pertes lors du transport d'information ? Dans ce cadre, on fait ici l'étude du câble coaxial qui est notamment utilisé dans le transport de signaux électriques (ex : câbles ethernet).

## 1 Dispersion dans un câble coaxial

### 1.1 Définition de la dispersion

En milieu non dispersif, on avait obtenu une relation de propagation du type équation de d'Alembert en tension et en courant.

Avec une vitesse de phase  $v_\phi = \omega/k (= c)$  qui représente la propagation de l'onde dans le câble coaxial.

#### Expérience du câble coaxial

✦ (voir expérience H-Prépa Onde p 74 et expérience de physique au Capes (Duffait édition n°3) pp203-205)

Prenons un signal d'entrée défini par un pulse de largeur et d'amplitude fixée. On observe en sortie du câble coaxial plusieurs pulses liés aux multiples réflexions dans le câble coaxial. Il est donc nécessaire de choisir une largeur de pulse la plus petite possible pour les séparer. Par ailleurs, le câble coaxial utilisé possède une impédance de  $75\Omega$ , on règle l'oscilloscope à une impédance de  $50\Omega$  pour les voies 1 et 2 (prendre pour cela un des oscilloscopes tout récent) afin de pouvoir effectuer la mesure. On constate une diminution de l'amplitude du pulse liée à une atténuation dans le câble et un décalage temporelle entre les deux pulses.

Quand on réalise l'expérience, on s'aperçoit que l'onde envoyée est déformée et son amplitude est diminuée. Ce premier modèle du câble coaxial n'arrive pas à expliquer ce que l'on observe. On peut supposer qu'un phénomène de dispersion a lieu.

**Définition :** Il y a dispersion lorsque la vitesse de phase d'une onde dépend de sa fréquence ou de sa longueur d'onde.

La dispersion peut être causée par :

- les propriétés du milieu dont la réponse dépend de la fréquence d'excitation (ex : verre),
- la dispersion liée aux conditions aux limites lors de la propagation (ex : guide d'onde).

Nous avons choisi ici de traiter le premier cas de dispersion dans le cadre du câble coaxial. Nous allons voir maintenant quel est l'influence de la dispersion sur l'équation de propagation dans le cadre du câble coaxial.

### 1.2 L'équation des télégraphistes

✦ H-prépa, Ondes p.79 - 83

Ces équations ont été élaborées par Oliver Heaviside dans les années 1880. Elles ont permis de modéliser les phénomènes de transmission et de réflexion dans une ligne électrique.

Dans ce modèle, le câble coaxial est alors modélisé par le schéma électrique suivant :

On applique alors 1) la loi des mailles :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\Lambda \frac{\partial i}{\partial t} - ri(x, t) \quad (1)$$

2) puis la loi des nœuds :

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -gu(x, t) - \Gamma \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2)$$

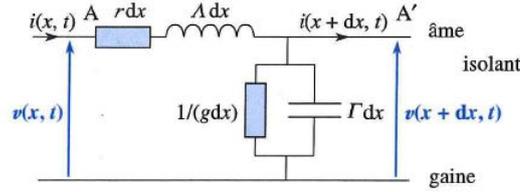


FIGURE 1 – Référence H-Prépa Ondes p79.

En combinant l'équation (1) et l'équation (2), on obtient finalement l'équation de propagation suivante :

$$\begin{cases} \Delta u(x, t) = \Gamma \Lambda \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + [g\Lambda + r\Gamma] \frac{\partial u}{\partial t} + rgu(x, t) \\ \Delta i(x, t) = \Gamma \Lambda \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + [g\Lambda + r\Gamma] \frac{\partial i}{\partial t} + rgi(x, t) \end{cases} \quad (3)$$

Comme  $k$  est complexe ( $k = k' + ik''$ ), on introduit de manière plus générale une onde plane pseudo progressive harmonique :  $u(x, t) = u_0 \exp(i(kx - \omega t))$ . Cette solution de l'équation de propagation (3) nous mène à la relation de dispersion :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + i\omega(g\Lambda + \Gamma r) - rg. \quad (4)$$

On trouve alors les solutions réelles  $u(x, t)$  de l'équation de propagation :

$$u(x, t) = u_0 \exp(-k''x) \cos(k'x - \omega t + \Phi),$$

où  $\exp(-k''x)$  est le terme d'atténuation, et où  $\cos(k'x - \omega t + \Phi)$  est le terme de propagation de l'onde.

### Retour sur le câble coaxial :

☛

⊖

On peut mesurer le coefficient d'atténuation  $\alpha$  (en  $\text{dB.m}^{-1}$ ) en utilisant la relation  $v(x = l) = v_0 * \exp(-\alpha L)$ , soit encore  $A(\text{dB}) = 20 \log V(0)/V(l)$ . On trouve avec ces valeurs  $A(\text{dB}) = 0,03 \text{ dB.m}^{-1}$ . On peut ensuite comparer cette valeur avec les données constructeur à 80 MHz (Ici RF Electronic) :

- RG 58 (très courant, utilisé pour les réseaux Ethernet par exemple) : 0,2 dB/m
- RG 213 (le gros noir, très courant) : 0,07 dB/m
- RG 174 (très fin, câbles adaptateurs orinocco- fiche N) : 0,3 dB/m

Comme pour le cas de l'onde dans un milieu non dispersif, on peut associer une vitesse de phase à ce terme de propagation. Pour un vecteur d'onde complexe, on définit la vitesse de phase par  $v_\phi = \frac{\omega}{\text{Re}(k)}$ .

Comme la partie réelle  $k'(\omega) = \text{Re}(k)$  dépend de  $\omega$ , le milieu est dispersif dans le cas général. Nous allons voir dans la partie suivante que sous certaines conditions, le milieu peut être rendu non dispersif.

## 1.3 Conditions de Heaviside

On impose au câble coaxial d'être non dispersif mais ayant une atténuation pour toutes les fréquences envoyées :  $r\Gamma = g\Lambda$ . La vitesse de phase prend alors la forme  $v_\phi = \frac{1}{\sqrt{\Gamma\Lambda}}$  et ne dépend plus de la longueur d'onde. L'onde n'est donc pas dispersée mais elle continue de subir une atténuation. Ce modèle développé par Heaviside a permis à l'époque de multiplier par 10 le débit des communications filaires.

Les OPPH sont utiles, car elles constituent une base de l'ensemble des solutions de l'équation de propagation. De plus si l'équation de propagation est linéaire, les OPPH permettent de se ramener à l'équation de dispersion (qui est algébrique et simple à résoudre).

Néanmoins, de telles ondes n'existent pas dans la réalité. Tout signal est de durée et de taille finie. Ainsi, d'après la relation d'incertitude de Heisenberg ( $\Delta\nu\Delta t \geq 1/2$ ), un signal réel est composé d'une multitude d'ondes de fréquences différentes ce que l'on nomme : paquet d'ondes.

## 2 Dispersion du paquet d'ondes

On se restreint par la suite à un milieu sans atténuation ni amplification donc avec  $k$  réel.

### 2.1 Définition

Un paquet d'onde est une combinaison linéaire d'OPPH. Il est donc la somme de multiples signaux sinusoïdaux. On peut le décomposer à l'aide du formalisme de Fourier. Soit  $f(x, t)$  un tel signal :

$$f(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{f}(k, \omega) \exp[i(kx - \omega t)].$$

Dans le cadre de l'étude du câble coaxial, on considère des signaux temporels que l'on mesure à une position donnée de l'espace (sortie du câble). On peut donc réécrire la précédente équation en intégrant sur tout l'espace. On rappelle que les nombres d'ondes sont reliés dans l'espace de Fourier par la relation de dispersion  $k(\omega)$ . On obtient alors l'expression :

$$f(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{f}(k(\omega)) \exp[i(k(\omega)x - \omega t)]. \quad (5)$$

A noter, que désormais la position est considéré comme un paramètre.

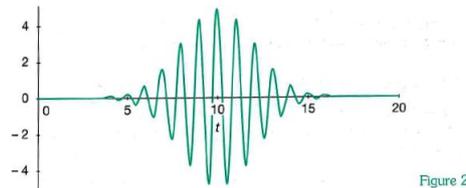


FIGURE 2 – Représentation schématique d'un paquet d'ondes en fonction du temps (Référence Tec&Doc p717).

### 2.2 Propagation du paquet d'ondes

On considère un paquet d'onde, dont les fréquences temporelles sont comprises entre  $\omega_0 - \Delta\omega/2$  et  $\omega_0 + \Delta\omega/2$ . Le paquet d'ondes peut donc s'écrire :

$$f(x, t) = \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{f}(k(\omega)) \exp[i(k(\omega)x - \omega t)]. \quad (6)$$

#### Au premier ordre

Avec  $\Delta\omega \ll \omega_0$ , on peut écrire alors le développement limité au premier ordre :

$$k(\omega) = k(\omega_0) + (\omega - \omega_0) \underbrace{\left. \frac{dk}{d\omega} \right|_{\omega_0}}_{=1/v_g} + o(\omega - \omega_0)^2 \quad (7)$$

On définit ici une nouvelle vitesse, la *vitesse de groupe*, par la relation suivante :

$$v_g = \frac{d\omega}{d(\text{Re}(k))}.$$

Faisons bien la différence entre la vitesse de phase et la vitesse de groupe. La vitesse de phase est la vitesse à laquelle la phase de l'onde se propage dans l'espace. Elle n'est pas associée au transport d'une grandeur physique.

Par contre la vitesse de groupe est la vitesse associée à la propagation du paquet d'ondes. Elle est généralement celle associée au transport de l'information.

Finalement on obtient une fonction de la forme :

$$f(x, t) = E(x - v_g t) \exp(i(k_0 x - \omega_0 t)),$$

avec :

$$E(x - v_g t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} \tilde{f}(k(\omega)) \exp[i(\omega - \omega_0)(x - v_g t)] d\omega.$$

On a la présence de deux termes. Le premier terme est celui de l'enveloppe qui se déplace à la vitesse de groupe  $v_g = d\omega/dk$ . Le deuxième terme représente l'onde moyenne ou porteuse qui se déplace à la vitesse de phase  $\omega_0/k_0$ .

**On peut présenter l'animation GR08PEM503.mpg tiré de la banque de donnée.**

Lorsque le milieu est dispersif,  $v_\phi$  dépend de  $\omega$  et les vitesses de phase et de groupe sont différentes. L'enveloppe ne se déforme pas à l'ordre 1.

### Retour sur le câble coaxial :

⚡

⊖

On peut remonter à la mesure de la vitesse de groupe en évaluant l'écart temporel entre les deux pulses. La mesure donne environ  $2,5 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

Le paquet d'ondes se propage en se déformant lorsqu'un développement limité de  $k(\omega)$  au deuxième ordre est réalisé.

#### Au deuxième ordre

$$k(\omega) = k_0 + \left. \frac{dk}{d\omega} \right|_{\omega_0} (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{dk^2}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} (\omega - \omega_0)^2 + o(\omega - \omega_0)^3$$

On a alors :

$$f(x, t) = \frac{1}{2\pi} \exp[i(k_0 x - \omega_0 t)] \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} \tilde{f}(\omega) \exp[i(\omega - \omega_0)(\kappa(\omega)x - t)] d\omega$$

avec  $\kappa(\omega) = \frac{1}{v_g} - (\omega - \omega_0) \times \frac{1}{2} \left. \frac{dk^2}{d\omega^2} \right|_{\omega_0}$ . Comme  $\kappa$  dépend de  $\omega$ , le paquet d'onde se déforme.

Pour expliquer cette déformation, on considère un paquet d'onde d'extension spatiale  $\Delta x_0$  à  $t = 0$ . Son extension dans l'espace des  $k$  est  $\Delta k \simeq 1/\Delta x_0$ . Il en résulte que le paquet d'onde va se propager avec des vitesses de groupes différentes, comprises entre  $v_g(k_0 - \Delta k/2)$  et  $v_g(k_0 + \Delta k/2)$ , soit une différence :

$$\Delta v_g = \Delta k \frac{dv_g}{dk} = \Delta k \frac{d^2\omega}{dk^2} = \frac{1}{\Delta x_0} \frac{d^2\omega}{dk^2}.$$

Cette différence de vitesse de groupe va créer un étalement du paquet d'onde en  $\Delta v_g t$ . Il faut lui ajouter l'étalement initial  $\Delta x_0$ , que l'on suppose indépendant de  $\Delta v_g t$ . On peut montrer que :

$$\Delta x(t) = \sqrt{\Delta x_0^2 + (\Delta v_g t)^2}.$$

On a représenté cet étalement dans la figure 3.

## 3 Dispersion dans un diélectrique

Cette fois-ci, on va considérer non plus un milieu conducteur d'une onde comme dans le câble coaxial, mais un milieu diélectrique dans lequel une onde électromagnétique va se propager.

### 3.1 Relation de Rayleigh

On peut tout d'abord remarquer que l'on peut exprimer la vitesse de phase dans l'expression  $\omega = kv_\phi$ . D'où par dérivation  $\frac{d\omega}{dk} = v_\phi + k \frac{dv_\phi}{dk}$ . On en déduit la relation de Rayleigh :

$$v_g = v_\phi + k \frac{dv_\phi}{dk} = v_\phi - \lambda \frac{dv_\phi}{d\lambda} \quad (8)$$

Deux régimes de dispersion sont ainsi définis. La dispersion est dite normale si  $v_g < v_\phi$ , c'est à dire si  $\frac{dv_\phi}{d\lambda} > 0$ . Au contraire elle est dite anormale si  $v_g > v_\phi$ , c'est à dire si  $\frac{dv_\phi}{d\lambda} < 0$ .

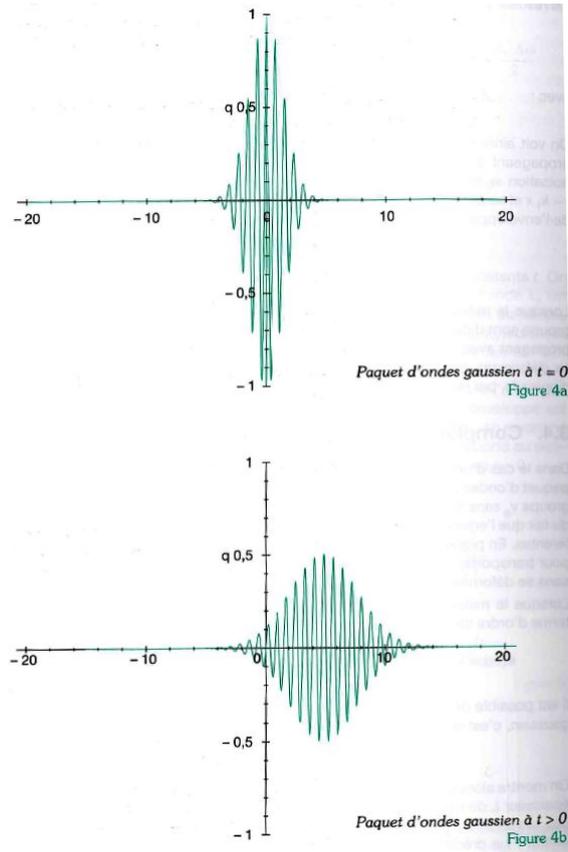


FIGURE 3 – Propagation schématique d'un paquet d'ondes en position (Référence Tec&Doc p720).

### 3.2 Modèle de l'électron élastiquement lié

(Adapté du Tec&Doc p 745-746) On considère l'action d'un champ électromagnétique sur un atome constitué d'un proton et d'un électron. On suppose que le proton reste immobile tandis que l'électron subit les forces suivantes :

La force de Lorentz :  $\vec{F}_{elec} = q\vec{E}(t)$  (On suppose ici que le champ est uniforme sur les dimensions  $d$  du dipole (approximations des grandes longueurs) :  $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} \gg d$ )

Une force de rappel élastique qui se justifie si le système ne s'éloigne pas trop de sa position d'équilibre :

$$\vec{F}_{rappel} = -m\omega_0^2 \vec{r}$$

(où  $\omega_0$  est la pulsation fondamentale de l'oscillateur,  $m$  est la masse de l'électron, et  $\vec{r}$  le vecteur position de l'électron.)

En appliquant le PFD à l'électron, on obtient l'équation suivante :

$$\vec{r} = -m\omega_0^2 \vec{r} - q\vec{E}(t)$$

En supposant une OPPH solution de cette équation linéaire (réponse harmoniques des électrons)  $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \exp i(k\vec{r} - \omega t)$  et  $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 \exp i(k\omega t)$ . On obtient

$$\vec{r} = \frac{-q}{\omega_0^2 - \omega^2} \vec{E}_0 \exp i(k\vec{r} - \omega t) \tag{9}$$

A partir de l'expression de la polarisation  $\vec{P} = n^* \vec{p} = -qn^* \vec{r} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$  avec  $n^*$  la densité électronique du milieu. On en déduit l'expression de la susceptibilité  $\chi_e$  :

$$\chi_e = \frac{n^* e^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{10}$$

(Avec  $\omega_p^2 = \frac{n^* e^2}{m\epsilon_0}$ .)

Puis l'expression de la constante diélectrique du milieu est obtenue :

$$\epsilon = 1 + \chi_e = \frac{\Omega^2 - \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

(Avec  $\Omega^2 = \omega_0^2 + \omega_p^2$ .)

On en déduit l'expression de la vitesse de phase :

$$v_\phi = \frac{c}{n(\omega)} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon(\omega)}} = c \sqrt{\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\Omega^2 - \omega^2}} = \frac{\omega}{k} \quad (11)$$

Puis la relation de dispersion dans le milieu :

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\Omega^2 - \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}}$$

De même la vitesse de groupe est obtenue par :

$$\frac{1}{v_g} = \frac{1}{v_\phi} \left( 1 + \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} - \frac{1}{\Omega^2 - \omega^2} \right)$$

D'où :

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = v_\phi \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)(\Omega^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)(\Omega^2 - \omega^2) + \Omega^2 - \omega_0^2} \quad (12)$$

On peut ensuite tracer la relation de dispersion  $k$  en fonction de  $\omega$  dans la figure 4.

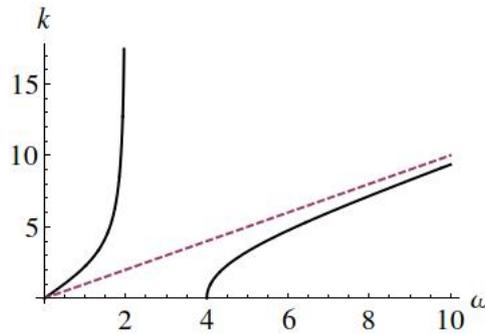


FIGURE 4 – Relation de dispersion dans un milieu diélectrique (LHI) dans le cadre du modèle de l'électron élastiquement lié. Avec de manière arbitraire  $\Omega=4 \text{ s}^{-1}$  et  $\omega_0=2 \text{ s}^{-1}$ . La relation de dispersion dans un milieu non dispersif est représenté en pointillé.

On constate qu'on a trois zones.

- La première pour  $\omega \geq \Omega$ , on a un milieu dispersif avec un régime de dispersion normale  $v_g \leq v_\phi$ .
- La seconde pour  $\omega_0 \leq \omega \leq \Omega$ , on a un milieu complètement atténué.  $k$  est alors imaginaire pur. Les ondes qui se propagent au sein de ce milieu sont des ondes évanescentes.
- Enfin la troisième zone est observé pour  $\omega_0 \geq \omega$ . Le milieu est dispersif et on a alors une zone de dispersion anormale  $v_g \geq v_\phi$ . A noter que lorsque  $\omega$  tend vers  $l'infini$ , la relation de dispersion est celle d'un milieu non dispersif classique :  $k = \frac{\omega}{c}$ .

## Conclusion

Durant cette leçon, nous avons mis en évidence par l'étude de signaux réels les phénomènes de dispersion liés à des milieux (à la fois conducteurs et diélectriques). Ces phénomènes de dispersion vont être très important à comprendre car ils limitent le transport de signaux en télécommunication.

Les signaux réels peuvent ensuite être représenté par des paquets d'ondes. Premièrement un signaux réel (paquet d'ondes) s'étale au fur à mesure d'une dispersion. Deuxièmement il se propage à une vitesse dite de groupe qui est généralement associé au transport de l'information et de l'énergie.

Nous verrons dans une prochaine leçon l'influence des conditions aux limites dans un milieu fini sur la dispersion.