

# LP 26 : Propagation avec dispersion.

Correcteurs : Jean-Yonnel Chastaing<sup>1</sup> et Vincent De Zotti<sup>2</sup>

Leçon présentée le 19 octobre 2017 par Milan Rozel

---

## Extraits des rapports du jury

- 2016 : Il s'agit d'une leçon qui porte sur la dispersion et non sur la propagation.
- 2015 : Le jury invite les candidats à réfléchir sur les notions de vitesse de groupe et de vitesse de l'énergie qui ne s'identifient pas forcément.
- 2012, 2013 : Les candidats doivent avoir réfléchi à la notion de vitesse de groupe et à son cadre d'utilisation.
- 2009, 2010 : Il convient de ne pas consacrer trop de temps à présenter les circonstances (rares), où la vitesse de groupe ne s'interprète pas comme vitesse de transport de l'énergie.

## Commentaires généraux sur la leçon

La présentation était dynamique et le temps d'exposé a été respecté. Le tableau était plutôt bien tenu avec l'utilisation de couleurs pour améliorer la compréhension.

Les prérequis et le niveau annoncés n'étaient pas vraiment conformes à la leçon présentée. Si vous commencez par le calcul d'une transformée de Fourier, il faut le mentionner dans les prérequis et placer la leçon au niveau L3.

Toutes les notions importantes de la leçon doivent être clairement définies et inscrites au tableau, afin de laisser une trace écrite aux étudiants. Il faut donc donner la définition d'un milieu dispersif au cours de la leçon.

Il est bien de développer au moins un calcul au tableau pour montrer vos capacités calculatoires au jury. Cependant, la leçon ne doit pas se limiter à une suite de calculs, même s'ils sont bien réalisés, au détriment des explications et de l'analyse des résultats. Il faut expliquer pourquoi on étudie le système considéré, décrire les approximations réalisées, insister sur le sens physique du résultat, donner si possible des ordres de grandeurs et des exemples d'applications.

Une leçon est une simulation de cours donné à des étudiants, elle doit être contextualisée dans une progression pédagogique. Il n'est pas possible de traiter l'intégralité d'un sujet en 50 min, il faut alors faire des choix, et pouvoir les justifier devant le jury s'il vous le demande.

L'utilisation de simulations numériques pour illustrer les notions abordées sera valorisé par le jury.

## Commentaires détaillés de la leçon

### Introduction (1 min)

La dispersion de la lumière visible par un prisme est une bonne façon d'introduire la leçon. Il est possible de passer un peu plus de temps sur cette expérience, en décrivant le spectre obtenu par exemple.

### 1 Première approche

---

1. jeanyonnel.chastaing@ens-lyon.fr

2. vincent.de\_zotti@ens-lyon.fr

### 1.1 Propagation et vitesse de phase (3 min)

Il est possible de considérer l'obtention de l'équation de propagation des OPPM comme un prérequis à la leçon, mais il est toujours bien de rappeler à l'oral comment celle-ci a été obtenue.

La vitesse de phase doit être clairement définie, c'est une notion essentielle dans cette leçon, il faut insister sur son interprétation physique.

### 1.2 Notion de paquet d'onde (7 min)

Il faut justifier le passage de l'onde plane au paquet d'onde, c'est un élément important de la leçon. En effet, la notion de dispersion dépend du paquet d'onde considéré, elle peut être plus ou moins marquée.

Cette partie est relativement dense et calculatoire, et tout n'a pas clairement été défini au début. De plus, le calcul d'une transformée de Fourier n'a rien d'évident (même au niveau L3), et il faudrait l'aborder de façon plus pédagogique. Il serait mieux de réaliser ces calculs à partir d'un exemple concret, sur lequel on pourrait également définir la vitesse de groupe.

### 1.3 Notion de vitesse de groupe (2 min)

Le cas des milieux plus fortement dispersifs est intéressant car il permet de montrer l'étalement du paquet d'onde. La simulation numérique réalisée illustre bien le phénomène.

## 2 Dispersion dans un câble coaxial

### 2.1 Mise en équation (7 min)

Le système a bien été décrit, et la mise en équation a permis d'obtenir l'équation des télégraphistes. Il faudrait expliquer pourquoi le câble coaxial est un milieu dispersif.

### 2.2 Condition de Heaviside (4 min)

La condition de Heaviside a bien été présentée.

Le lien entre la partie imaginaire du vecteur d'onde et l'absorption du milieu a été énoncé trop rapidement. C'est un point très important de la leçon sur lequel il faut insister.

## 3 Dispersion dans un diélectrique

### 3.1 Équation de propagation (4 min)

Même si la définition d'un milieu diélectrique peut-être considérée comme un prérequis, il faudrait la rappeler rapidement.

### 3.2 Modèle de l'électron élastiquement lié (7 min)

Il faut noter au tableau et justifier les différentes approximations du modèle.

### 3.3 Formules de Cauchy et de Sellmeier (12 min)

Il est intéressant de retrouver la formule de Cauchy à partir du modèle de l'électron élastiquement lié. Cependant, les simplifications réalisées ne sont pas toujours évidentes et il faudrait mieux les justifier. L'illustration par des simulations numériques est réussie, et la comparaison avec l'expérience réalisée dans l'introduction est bien menée.

## Conclusion (1 min)

L'ouverture sur les signaux binaires et la transmission de l'information est intéressante.

## Questions posées et éléments de réponses

**Pourquoi utilise-t-on habituellement une décomposition en séries de Fourier pour caractériser une onde plane et une transformée de Fourier dans le cas d'un paquet d'onde ?**

Une onde plane est périodique, elle peut se décomposer en séries de Fourier et son spectre est donc discret. Un paquet d'onde n'est pas périodique, et on ne peut pas le décomposer en séries de Fourier. Il faut alors introduire la notion de transformée de Fourier afin de remonter à son spectre continu.

**Pourquoi considère-t-on les noyaux immobiles dans le modèle de l'électron élastiquement lié ?**

La masse d'un électron étant très inférieure à celle d'un noyau, son mouvement peut être négligé. C'est l'approximation de Born-Oppenheimer.

**Quelle est l'origine du terme de frottement fluide dans le modèle de l'électron élastiquement lié ?**

Le terme de frottement fluide est introduit de manière phénoménologique dans le modèle. Il permet de prendre en compte la dissipation par rayonnement de l'électron, ainsi que les collisions dans un gaz ou les interactions avec les vibrations du réseau cristallin dans un solide.

**Que représentent les parties réelles et imaginaires d'un vecteur d'onde ?**

On décompose habituellement le vecteur d'onde de la forme  $k = k' + ik''$ . Sa partie réelle  $k'$  est liée à la dispersion de l'onde, et sa partie imaginaire  $k''$  correspond à l'évolution de son amplitude au cours de sa propagation. Si  $k'' < 0$ , le milieu est absorbant, c'est le cas de la plupart des milieux. Si  $k'' > 0$ , le milieu est amplificateur, les cavités laser en sont un exemple.

**Comment sont reliés les phénomènes de dispersion et d'absorption ?**

La partie réelle  $k'$  et la partie imaginaire  $k''$  d'un vecteur d'onde sont reliées par les relations de Kramers-Kronig.

**Est-ce que la vitesse de propagation de l'énergie est toujours égale à la vitesse de groupe ?**

Non, ce n'est pas le cas lorsque les milieux sont fortement dispersifs et avec un étalement important. La résonance d'une onde dans un diélectrique est un bon contre-exemple, car la vitesse de groupe est alors supérieure à la célérité de la lumière.

**Citer un exemple d'onde se propageant dans un milieu dispersif mais pour laquelle sa dispersion est compensée.**

Un soliton (ou onde solitaire) se propage sans se déformer dans un milieu dispersif à cause des non-linéarités du milieu. C'est une solution de l'équation de Korteweg-de Vries qui modélise par exemple les ondes à la surface de l'eau dans le cas d'une faible profondeur.

**Pour les exemples présentés, la pulsation  $\omega$  est réelle et le vecteur d'onde  $k$  est complexe, est-ce que l'inverse est possible ?**

Lorsque l'on fixe la pulsation  $\omega$  d'une onde, on étudie sa propagation dans l'espace en remontant à son vecteur d'onde  $k$ , qui peut être complexe. Mais par analogie il serait également possible de fixer son vecteur d'onde  $k$  réel, puis d'étudier l'évolution temporelle de l'onde avec sa pulsation  $\omega$ , qui pourrait être complexe.

## Conseils et compléments

Au cours de cette leçon, il est possible de développer deux ou trois exemples d'ondes se propageant dans des milieux dispersifs. Nous vous conseillons cependant de ne pas vous limiter qu'aux ondes électromagnétiques, vous pouvez par exemple étudier la propagation des ondes gravito-capillaires à la surface de l'eau ou des ondes se propageant le long d'une chaîne de pendules couplés.

Il est également déconseillé de commencer une leçon avec une partie très théorique, puis de traiter des exemples dans un second temps. Au contraire, il serait préférable d'aborder les notions de vitesse de phase et de vitesse de groupe directement sur un exemple simple, régi par une équation de type Klein-Gordon par exemple, pour ensuite les généraliser.

Je reviens également sur la nécessité de présenter au début de chaque leçon le niveau de celle-ci, ainsi que ses prérequis et ses objectifs, comme indiqué dans le rapport du jury de 2017<sup>3</sup>. J'en profite pour vous rappeler l'importance de lire les rapports du jury pour être au courant de ses attentes (quelques citations vous sont rappelées dans la correction de la LP 27).

Nous restons à votre disposition par mail si vous avez d'autres questions.

---

3. sur le site [www.agregation-physique.org](http://www.agregation-physique.org)