LP28 : Ondes électromagnétiques dans les milieux diélectriques

11 mars 2015

Manon Valet et Benoît Vincenti

"Un Anneau pour les amener tous, et dans les ténèbres élastiquement les lier"
Le seigneur des diélectriques

Niveau : L3

Commentaires du jury

2008-2010 : Les conventions adoptées doivent être précisées avant toute discussion sur la partie imaginaire du vecteur d'onde

2006 : Il y a souvent confusion entre absorption et atténuation

2001 : Dans un diélectrique, l'équation de propagation ne peut être écrite sans précaution : en général la permittivité dépend de la fréquence et est complexe. Le modèle de l'électron élastiquement lié ne peut être utilisé sans en discuter les limitations. Les aspects quantiques de l'interaction entre l'onde électromagnétique et la matière peuvent être évoqués.

Bibliographie

- ✍ *BFR 4* ⟶ discussion sur la définition du vecteur polarisation, les quantités moyennées, les équations de Maxwell dans les milieux
- ✍ *Mauras, Electromagnétisme MP,MP*,....* ⟶ Tous les calculs microscopiques sur la polarisabilité
- ✍ *Garing, Milieux diélectriques* ⟶ Exo relations de Descartes
- ✍ *Olivier, Physique PC-PC** ⟶ Exo micro-ondes

Prérequis

- ➢ Equations de Maxwell
- ➢ Optique géométrique
- ➢ Ondes

Expériences

- ☕ Condensateur d'Aepinus

Table des matières

Introduction

On a vu dans une leçon précédente comment discuter de la propagation des ondes électromagnétiques dans le vide. Dans la majorité des cas, l'onde électromagnétique se propage dans un milieu matériel qui possède une réponse particulière à l'excitation des champs **E** et **B**. Dans cette leçon, on va étudier un modèle particulier de milieu, celui du milieu diélectrique.

1 Milieux diélectriques

1.1 Equations de Maxwell dans les milieux

✍ BFR

Le mot diélectrique (*dia*, à travers) traduit le fait que le champ électrique pénètre à travers le matériau. Dans un diélectrique, au contraire d'un conducteur, les charges ne se déplacent pas, elles restent attachées. On parle de *charge liée*. Dans le reste de la leçon, on supposera que les charges restent attachées et qu'on ne trouve aucune charge mobile dans les diélectriques étudiés. On se limite donc aux *diélectriques parfaits*.

Dans le modèle diélectrique, le champ **E** induit un déplacement des charges liées et donc l'apparition d'un moment dipolaire électrique **p**. On définit le vecteur $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$, vecteur polarisation volumique, qui est la densité volumique de moments dipolaires dans le matériau considéré.

$$\sum_{i,d\tau} q_i \mathbf{r_i} = \mathbf{P} d\tau = d\mathbf{p} \tag{1}$$

Son unité est le $C.m^{-2}$ La situation considérée dans cette approche est celle d'une **polarisation induite**. Certains milieux peuvent avoir une polarisation permanente : c'est le cas des "électrets".

> **Arrêtons-nous un instant sur la réponse du matériau au champ E appliqué. La polarisation qui en résulte génère elle-même un champ E' qui vient se superposer au champ dans lequel est plongé le diélectrique. On s'en sort en général en traitant le cas de milieux dilués où le champ E' est suffisamment faible pour pouvoir être traité comme une perturbation.**

> **Les raisonnements faits ici sur les champs E et la polarisation sont des raisonnements statiques. On extrapole le raisonnement au cas de la polarisation dynamique, à condition que la distance caractéristique de variation du champ soit grande devant la distance sur laquelle on fait la moyenne locale $\sum \mathbf{p} = \mathbf{P} d\tau$. La moyenne locale est raisonnable si les distances sont de l'ordre de 30 à 100 Angstroms. Cela donne une limite pour la fréquence des ondes EM : $\tau = \frac{d}{c} = 1,6.10^{-17} s$ soit 10^{15} Hz.**

En dérivant 1 par rapport au temps, on peut faire apparaître une **densité volumique de courants de polarisation** :

$$\mathbf{j_{li\acute{e}es}}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial \mathbf{P}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \tag{2}$$

Si on veut vérifier l'équation de conservation de la charge pour les charges liées, on peut également établir l'expression de la **densité de charges volumique** :

$$\rho_{li\acute{e}es}(\mathbf{r}, t) = -\mathrm{div}\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \tag{3}$$

On va donc transformer les équations de Maxwell pour les adapter au cas où on a des charges liées (polarisation) mais pas de charges libres (diélectrique isolant).

$$\mathrm{div}\mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (\rho_{libres} + \rho_{li\acute{e}es}) = \frac{\rho_{libres}}{\epsilon_0} - \mathrm{div}\frac{\mathbf{P}}{\epsilon_0} \tag{4}$$

On introduit le champ induction électrique **D**

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \tag{5}$$

Ainsi dans le cas où $\rho_{libres} = 0$, on obtient :

$$\mathrm{div}\mathbf{D} = 0 \tag{6}$$

D est à divergence nulle dans le cas où le diélectrique est parfait. Les équations de Maxwell-Faraday et Maxwell-Thomson restent inchangées. L'équation de Maxwell-Ampère est modifiée :

$$\mathbf{rot}\mathbf{B} = \mu_0 \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \tag{7}$$

De la même manière qu'on a modélisé la réponse du milieu diélectrique par **P** et **D**, on peut modéliser la réponse du milieu magnétique par le vecteur aimantation volumique **M** et le champ excitation magnétique **H**. On obtient alors les équations de Maxwell dans les milieux.

1.2 Réponse d'un milieu diélectrique linéaire homogène isotrope

Dans cette partie on pose les hypothèses de travail dans les milieux diélectriques. On va déjà supposer que le diélectrique a une réponse linéaire à l'excitation, ce qui suppose que le champ électrique n'est pas trop intense. Le lien entre polarisation et champ peut alors être écrit matriciellement. On fera l'étude en régime sinusoïdal forcé.

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 [\underline{\chi_e}] \mathbf{E} \tag{8}$$

On suppose également que le milieu est isotrope : les axes x,y,z sont équivalents. La matrice est réduite à un coefficient de proportionnalité.

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \underline{\chi_e} \mathbf{E} \tag{9}$$

A priori, on a encore dépendance en température et densité de la susceptibilité. Lorsque le matériau est homogène, $\underline{\chi_e}$ a la même valeur en tout point du matériau. On abrège milieu diélectrique, linéaire, homogène et isotrope en DLHI.

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} = \epsilon_0 (1 + \underline{\chi_e}) \mathbf{E} = \epsilon_0 \underline{\epsilon_r} \mathbf{E} \tag{10}$$

On peut citer pour ces milieux l'eau, les gaz (sans fluctuations de densité), les solides amorphes comme le verre et certains cristaux. On donne quelques ordres de grandeur de permittivité statique (donc non complexes !)

Quelques susceptibilités et permittivités relatives.

gaz (20°C-1 atm)	$10^6 \chi_e$	*liquides* (20°C)	ε_r	*solides*	ε_r
Hélium	65	Eau	80,36	Diamant	5,5
Néon	127	CCl_4	2,238	Silice pure	3,78
Argon	517	Benzène	2,284	Paraffine	2,20
Hydrogène	254	Nitrobenzène	35,74	Nylon	3,5
Oxygène	495	Acide acétique	6,15	Polyéthylène	2,3
Azote	547	Éthanal	4,34	Verres	4 à 7
Gaz carbonique	921	Éthanol	25,1	Plexiglass	3,4
Air sec	537	Glycérol	43,5	Téflon	2,1
		Acétone	21,2	Titane de Baryum	~1500

Agrégation de Physique	Réf :
Ouvrage : Electromagnétisme 2 Auteur(s) ou collection : Faroux/Renault - éd Dunod - coll. J 'intègre	

1.3 Equation de propagation dans les DLHI

On établit alors l'équation de propagation dans les DLHI :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{rot}\underline{\mathbf{B}}) = \mu_0 \frac{\partial^2 \underline{\mathbf{D}}}{\partial t^2} \Rightarrow \mathbf{rot}\left(\frac{\partial \underline{\mathbf{B}}}{\partial t}\right) = \mu_0 \frac{\partial^2 \underline{\mathbf{D}}}{\partial t^2} \tag{11}$$

$$\mathbf{rot}\,(\mathbf{rot}\underline{\mathbf{E}}) = -\mu_0 \frac{\partial^2 \underline{\mathbf{D}}}{\partial t^2} \Rightarrow \Delta \underline{\mathbf{E}} = \mu_0 \epsilon_0 \left(1 + \underline{\chi_e}\right) \frac{\partial^2 \underline{\mathbf{E}}}{\partial t^2} \tag{12}$$

On considère des pseudo-ondes planes progressives harmoniques $\underline{E} = \underline{E_0} e^{j\omega t - j\mathbf{kr}}$, $\underline{B} = \underline{B_0} e^{j\omega t - j\mathbf{kr}}$. k est à priori complexe, on pose $\mathbf{k} = k\mathbf{u}$:

$$\frac{k^2}{\omega^2}\left((\mathbf{u}.\mathbf{E})\mathbf{u} - (\mathbf{u}.\mathbf{u})\underline{\mathbf{E}}\right) = -\frac{k^2}{\omega^2}\underline{\mathbf{E}} = -\omega\epsilon_0\mu_0(1+\underline{\chi_e})\underline{\mathbf{E}} \quad (13)$$

On obtient une relation de dispersion pour les diélectriques :

$$k^2 = \frac{\omega^2(1+\chi_e)}{c^2} = \frac{\underline{\epsilon_r}\omega^2}{c^2} \quad (14)$$

Condensateur d'Aepinus

✍ ⏲ 1min

On utilise le petit condensateur d'Aepinus. On mesure la capacité avec un rlc mètre. On constate que si on met un diélectrique entre les deux armatures, on augmente la capacité (on augmente en fait la permittivité diélectrique du milieu entre les armatures).

2 Absorption et dispersion : interprétation microscopique

2.1 Modèle de l'électron élastiquement lié

✍ BFR 4

Lorsque l'on excite un milieu diélectrique (par exemple un gaz d'atomes de sodium) avec une onde lumineuse de pulsation ω, on peut observer différents comportements suivant la valeur de ω. On se place dans un cas où on augmente progressivement la valeur de ω :

— Quand ω se rapproche d'une certaine valeur ω_0, le milieu excité émet une onde lumineuse de plus en plus intenses : c'est la résonance optique et ω_0 est la pulsation de résonance.

— Pour des valeurs de ω loin de ω_0, l'intensité émise par le milieu est faible.

Par ailleurs, si on éteint brutalement la source lumineuse excitatrice, on observe, au voisinage de la résonance, un amortissement de l'intensité lumineuse émise par le milieu excité, de période bien plus grande que la période de résonance.

Le modèle de l'électron élastiquement lié permet de rendre compte de ces observations expérimentales. Il s'agit d'un modèle microscopique décrivant les forces s'exerçant sur un dipôle électrique. On considère un atome avec une distribution électronique de charge autour d'un noyau considéré comme fixe : on suppose cette distribution de charge sphérique, homogène et rigide, si bien que l'on peut limiter son étude à celle de son barycentre. $\overrightarrow{r}(t)$ est le vecteur liant le noyau et le barycentre. Sous l'effet d'un champ électrique $\overrightarrow{E}(t)$, supposé homogène à l'échelle de l'atome mais dépendant du temps, le nuage électronique peut osciller autour de sa position d'équilibre : on modélise cela par un potentiel harmonique de constante de raideur k. Par ailleurs, l'amortissement observé macroscopiquement est modélisé microscopiquement par un coefficient d'amortissement $\frac{1}{\tau}$, cet amortissement étant au premier ordre en la vitesse du barycentre [1].

On peut alors appliquer le PFD au barycentre du nuage électronique :

$$m_e\frac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{r}}{\mathrm{d}t^2} = -e\overrightarrow{E}(t) - \frac{m_e}{\tau}\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{r}}{\mathrm{d}t} - k\overrightarrow{r}(t) \quad (15)$$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2\overrightarrow{p}}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{\tau}\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p}}{\mathrm{d}t} + \frac{k}{m_e}\overrightarrow{p}(t) + \frac{e^2}{m_e}\overrightarrow{E}(t) = 0 \quad (16)$$

On pose $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m_e}}$. On va passer à la notation complexe dans ce qui suit. On se place en régime forcé : $\underline{\overrightarrow{\mathbf{E}}}(t) = \underline{\overrightarrow{\mathbf{E_0}}}\exp(i\omega t)$. On cherche alors des solutions de la forme $\underline{\overrightarrow{\mathbf{p}}}(t) = \underline{\overrightarrow{\mathbf{p_0}}}\exp(i\omega t)$ On obtient :

$$\underline{\overrightarrow{\mathbf{p}}}(t) = \epsilon_0\frac{e^2/(\epsilon_0 m_e)}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\frac{1}{\tau}\omega}\underline{\overrightarrow{\mathbf{E}}}(t) \quad (17)$$

1. Pour plus d'informations sur l'origine microscopique de l'amortissement, on peut lire le BUP 830 (2) qui donne des informations dessus. Pour comprendre d'où vient ce terme, il faut faire de l'électrodynamique relativiste, hors de propos ici. On choisit le point de vue traditionnel d'un coefficient phénoménologique.

Dans notre cas comme on travaille sur le vecteur polarisation volumique $\mathbf{P}(t) = n_e\mathbf{p}(t)$, on a :

$$P(t) = \epsilon_0 \underline{\chi_e} E(t) = \epsilon_0 \frac{n_e e^2/(\epsilon_0 m_e)}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\frac{1}{\tau}\omega} \tag{18}$$

On pose $\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e}}$ qui est la pulsation plasma.

$$\underline{\chi_e} = \chi_e' - i\chi_e'' = \frac{\omega_p^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2} - i\frac{\omega_p^2 \frac{\omega}{\tau}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2} \tag{19}$$

On posera de la même manière :

$$\underline{n} = \underline{n'} - i\underline{n''} \tag{20}$$

C'est une convention qui permet d'obtenir $\chi_e' > 0$, $\chi_e'' > 0$ lorsque l'on a choisit l'écriture $\underline{E} = \underline{E_0} e^{j\omega t - \mathbf{k}.\mathbf{r}}$.

La formule pour l'indice complexe nous donne :

$$\underline{n^2} = (1 + \underline{\chi_e}) \tag{21}$$

Dans le cas des milieux peu denses, on a $|\underline{\chi_e}| << 1$ et on peut donc calculer l'indice de manière approchée via le développement limité :

$$n = 1 + \frac{\chi}{2} = 1 + \frac{n_e e^2}{2m\epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\Gamma\omega} \tag{22}$$

$$n' = Re(\underline{n}) = 1 + \frac{n_e^2}{2m\epsilon_0} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \Gamma^2\omega^2} \tag{23}$$

$$n'' = -Im(\underline{n}) = \frac{n_e e^2}{2m\epsilon_0} \frac{\Gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \Gamma^2\omega^2} \tag{24}$$

L'indice n' permet d'obtenir la vitesse de phase de l'onde $v_\phi = \frac{c}{n'}$. On l'appelle indice de dispersion.

L'indice n'' traduit l'absorption du milieu : c'est l'indice d'absorption. Par la suite on va étudier deux cas limites, dispersion et absorption.

On évalue l'ordre de grandeur de ω_0. D'après le théorème de Gauss en électrostatique on peut établir que $E_0 = \frac{n_e r}{3\epsilon_0}$. Par principe des actions réciproques, à l'équilibre $-eE_0 = kr = \frac{e^2 r}{4\pi\epsilon_0 a^3}$ où a est le rayon du nuage atomique. On a alors $k = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a^3}$ ce qui nous donne un ordre de grandeur pour $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_e}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a^3 m_e}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(1{,}6.10^{-19})^2}{4*3{,}14*8{,}8.10^{-12}*(10^{-10})^3*9{,}9.10^{-31}}} = 10^{15}$ Hz.

2.2 Dispersion : loi de Cauchy

✍ Mauras électromag

On se place en dehors du domaine d'absorption : $\underline{\chi_e} = \chi_e'$, $\chi_e'' = 0$.

On a alors $n'' = 0$

$$n'^2 - 1 = \chi_e' = \frac{\omega_p^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau^2}} \simeq \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \tag{25}$$

On obtient la formule de Cauchy pour l'indice de réfraction d'un milieu transparent dans le visible (pour l'air) :

$$n' \simeq 1 + \frac{\omega_p^2}{2\omega_0^2} \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \simeq 1 + \frac{\omega_p^2}{2\omega_0^2}(1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}) \simeq 1 + \frac{\omega_p^2}{2\omega_0^2}(1 + \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}) \tag{26}$$

Expérimentalement, on établit dans le visible la relation :

$$n(\lambda) = 1 + 1{,}36.10^{-4} + \frac{1{,}06.10^{-18}}{\lambda^2(m)} \tag{27}$$

On peut calculer $\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0} = 8{,}8.10^{-8} m = 88 nm$. La fréquence d'absorption est dans l'ultraviolet lointain et on a fait une approximation raisonnable en se situant loin de l'absorption.

On peut également retrouver la densité d'atomes en utilisant le fait que $n = \epsilon_0 m\omega_p^2/e^2$. $n = 3{,}93.10^{25} m^{-3}$. Cette densité correspond à un gaz parfait à température ambiante et à pression $P = 1{,}6 atm$.

2.3 Absorption : four à micro-ondes

✍ Olivier La fréquence des ondes produites dans un micro-onde se situe autour de $3Ghz$. L'eau a un moment dipolaire permanent. On modifie donc un peu l'équation régissant la polarisation du milieu pour prendre en compte le fait qu'on traite non plus une polarisation électronique mais une polarisation d'orientation sous la forme :

$$\tau\frac{d\mathbf{P}}{dt} + \mathbf{P} = \chi_0\epsilon_0\mathbf{E} \tag{28}$$

$\tau = 1,5.10^{-10}s$ et $\chi_0 = 79SI$. On obtient :

$$\chi = \frac{\chi_0}{1 + j\omega\tau} \tag{29}$$

On donne le graphe des variations de n' et n". On remarque que le phénomène d'absorption est maximal pour une fréquence de $3GHz$. L'indice lumineux de l'eau se situe dans le domaine des fréquences optiques : ces fréquences sont très supérieures à $\frac{1}{\tau}$ donc le milieu ne répond plus. On a $\chi = 0$ et $\epsilon_r = 1$. Expérimentalement, on trouve $n = 1,33$ donc le modèle n'est pas parfait... Un glaçon met du temps à fondre car la glace absorbe moins bien le rayonnement micro-ondes , les dipôles y sont moins libres de s'orienter. Dans un micro-ondes, l'eau bout plus vite que la glace ne fond.

3 Applications à l'optique linéaire

3.1 Lois de Snell-Descartes

✍ Garing

On se propose de déterminer quelques caractéristiques des ondes réflčhie et transmise (ou réfractée) issues de l'incidence sur un dioptre (séparant deux diélectriques d'indices n_1 et n_2) d'une onde électromagnétique plane, progressive et harmonique. Expressions :

$$\vec{\mathbf{E}}_1(M,t) = \vec{\mathbf{E}}_1^0 \exp i(\omega t - \vec{k}_1.\vec{r}) \tag{30}$$

$$\vec{\mathbf{E}'}_1(M,t) = \vec{\mathbf{E}'}_1^0 \exp i(\omega' t - \vec{k'}_1.\vec{r}) \tag{31}$$

$$\vec{\mathbf{E}}_2(M,t) = \vec{\mathbf{E}}_2^0 \exp i(\omega_2 t - \vec{k}_2.\vec{r}) \tag{32}$$

On note i_1 l'angle entre le vecteur k_1 et la normale au dioptre, i_1' l'angle entre k_1' et la normale au dioptre, i_2 l'angle entre k_2 et la normale au dioptre.

On écrit la relation de passage pour la composante tangentielle du champ électrique :

$$\vec{\mathbf{E}}_{1T} + \vec{\mathbf{E}'}_{1T} = \vec{\mathbf{E}}_{2T} \text{ ,àl'interface.} \tag{33}$$

$$\Rightarrow \vec{\mathbf{E}}_{1T}^0 \exp i(\omega t - \vec{k}_1.\vec{r}) + \vec{\mathbf{E}'}_{1T}^0 \exp i(\omega' t - \vec{k'}_1.\vec{r}) = \vec{\mathbf{E}}_2^0 \exp i(\omega_2 t - \vec{k}_2.\vec{r}) \tag{34}$$

Cette dernière relation est vérifiée quelque soit t. On a donc $\boxed{\omega' = \omega_1 = \omega}$. Le Garing donne l'explication microscopique suivante : les charges liées des diélectriques (électrons atomiques) sont mises en mouvement forcé par l'onde incidente et réémettent à leur tour à la même fréquence en rayonnant l'onde réfléchie et l'onde transmise.
On réécrit la relation (34) :

$$\vec{\mathbf{E}}_{1T}^0 + \vec{\mathbf{E}'}_{1T}^0\, e^{i(\vec{k}_1 - \vec{k'}_1).\vec{r}} = \vec{\mathbf{E}}_2^0\, e^{i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2).\vec{r}} \tag{35}$$

Cette relation est valable quelque soit $\vec{r}$ sur la surface de séparation entre les deux diélectriques. Cela aboutit donc à la relation :

$$\begin{cases} \left(\vec{k}_1 - \vec{k'}_1\right).\vec{r} = 0 \\ \left(\vec{k}_1 - \vec{k}_2\right).\vec{r} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{k}_1 - \vec{k'}_1 = \alpha\vec{n} \\ \vec{k}_1 - \vec{k}_2 = \beta\vec{n} \end{cases} \tag{36}$$

où $\vec{n}$ est la normale au dioptre, α et β sont des constantes. On retrouve ainsi la **1$^{\text{ère}}$ loi de Descartes** : les vecteurs d'ondes des ondes réfléchies et réfractées sont dans le plan d'incidence, formé par $\vec{k}_1$ et $\vec{n}$.
Pour retrouver la **2$^{\text{ème}}$ loi de Descartes**, remarquons que $k_1 = k_1' = n_1\frac{2\pi}{\lambda_0}$ et $k_2 = n_2\frac{2\pi}{\lambda_0}$ où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide. En multipliant les équations (36) par le vecteur tangent au dioptre $\vec{t}$, on obtient :

$$\vec{k}_1.\vec{t} = \vec{k'}_1.\vec{t} = \vec{k}_2.\vec{t} \tag{37}$$

Les deux premières égalités donnent, en tenant compte des expressions des vecteurs d'onde $\boxed{i_1 = i_1'}$ et $\boxed{n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2}$.

3.2 Loi de Beer-Lambert

On n'a pas encore traité des grandeurs énergétiques dans le cas de la propagation dans un milieu diélectrique. On suppose qu'un faisceau de lumière monochromatique se propage dans un milieu DLHI absorbant d'indice complexe $n = n' - in''$ selon la direction des z croissants. On voudrait montrer que $\frac{dI}{I} = -\alpha dz$. L'onde a la forme : $\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{E_0}} \exp(j\omega(t - \frac{nz}{c})) = \underline{\mathbf{E_0}} e^{-\omega \frac{n''}{z} c} \exp(j\omega(t' - n'\frac{z}{c}))$

$$I =< |\Pi| >= \frac{1}{2} \frac{\underline{\mathbf{E}} \wedge \underline{\mathbf{B}}^*}{\mu_0} = I_0 e^{-2\omega n'' \frac{z}{c}} \tag{38}$$

Dans l'expérience réalisée, l'intensité a la profondeur $12m$ est le dixième de l'intensité près de la surface de l'eau. Pour une longueur d'onde de $500nm$, on retrouve :

$$\alpha = \frac{1}{h} \ln \frac{I}{I_0} = 0,19m^{-1} \rightarrow n'' \simeq 7,6.10^{-9} << 1,33 \tag{39}$$

Conclusion

On a vu dans cette leçon des modèles qui permettent de décrire la réponse d'un milieu diélectrique à un champ électrique. La propagation des ondes électromagnétiques dans ces milieux est ainsi sujette à de la dispersion et de l'absorption. Nous nous sommes limités ici à des milieux linéaires homogènes et isotropes. Toutefois, de nombreuses applications exploitent les caractères non linéaire (doublage de fréquence en optique non linéaire), inhomogène (fibres à gradients d'indice) et anisotrope (optique anisotrope, biréfringence) de certains milieux, que l'on pourra discuter éventuellement dans une autre leçon.