

LP29 - Ondes Électromagnétiques dans les milieux conducteurs

22 Février 2018 - Présentée par Lauren Rose

Correction : S.Paulin¹, G. Pillet²

Rapports du jury

2017 Les analogies et différences observées entre les différents milieux étudiés méritent d'être clairement soulignées. Il est intéressant d'évoquer les aspects énergétiques.

2015 Cette leçon ne doit pas se réduire à la présentation exclusive du modèle de Drude. Les métaux ne sont pas les seuls milieux conducteurs.

2014 Cette leçon ne doit pas être confondue avec la leçon 47 [qui était *Mécanismes de la conduction électrique dans les solides*].

Jusqu'en 2013, le titre était : *Effet de peau. Comportement d'une onde électromagnétique à la surface d'un conducteur*.

2010 Il faut s'interroger sur la dépendance en fréquence de la conductivité. L'étude peut également être menée en haute fréquence.

Jusqu'en 2003, le titre était : *Effet de peau. Réflexion des ondes électromagnétiques planes à la surface d'un milieu conducteur*.

2001 Il faut bien caractériser le métal parfait comme limite du métal réel.

Commentaires généraux

Le plan de la leçon est tout à fait convenable. La mise en place du modèle, puis la discussion basse fréquence, haute fréquence est ce qui est attendu dans cette leçon. Néanmoins, une partie sur les métaux parfaits est également possible. Attention aux erreurs typiques dans toutes les leçons où vous manipulez des complexes et des ondes planes. Particulièrement dans cette leçon et la LP28 sur les diélectriques, pensez bien à préciser si les relations que vous écrivez sont valables pour des ondes planes ou pour tout signal temporel. Faites également attention à ne pas écrire $1 \ll i\omega$ ce qui n'a pas de sens, mais à passer en norme pour négliger un terme par rapport à l'autre. Du point de vue de la forme, le rythme est soutenu et la plupart des choses essentielles sont écrites au tableau. Des points importants n'ont cependant pas été mentionnés pendant la leçon, mais on a vu lors des questions qu'il s'agissait d'oublis et non pas de méconnaissance sur le sujet. Lauren a fait l'effort de présenter des plots numériques des solutions aux équations à de

nombreux moments. C'est une très bonne chose, que le jury appréciera sûrement.

Retour sur la leçon présentée

Introduction : Pour cette leçon et la LP 28, penser bien à définir le terme principal ici "conducteur" car ce n'est pas une notion évidente. En effet, les conducteurs ne se résument pas seulement aux métaux et aux plasmas. Tout matériau qui permet le passage de charges électrique est conducteur³.

1 Cas général des métaux

1.1 Loi d'Ohm locale

Bonne présentation du modèle et des hypothèses. Il manquait cependant la discussion sur l'uniformité de \vec{E} à l'échelle du volume mésoscopique, et donc une définition propre de ce volume.

Il y a deux façons de présenter le modèle de Drude. Soit on considère un unique électron qui subit des chocs avec les phonons et les impuretés du réseau, et on modélise alors l'ensemble de ses chocs au cours du temps par une force moyenne qui est un frottement visqueux. Soit on considère une particule fluide d'électrons qui subit une force de frottement. Dans les deux cas, la justification de la forme du terme de frottement est problématique, et quitte à mettre les choses sous le tapis, peut être mieux vaut-il faire un bilan sur un seul électron en admettant l'expression de la force de frottement. La vision en terme de particule de fluide peut amener des questions délicates mais permet cependant d'explicitier le fait que la vitesse considérée est une moyenne sur un ensemble d'électrons.

Pour la résolution l'équation, il est crucial de préciser que la relation de proportionnalité obtenue entre \vec{j} et \vec{E} n'est valable que pour une onde plane !

1.2 Électroneutralité

Cette partie aurait dû être plus commentée physiquement : la pulsation plasma représente la limite entre le cas basse fréquence, où l'on retrouve une conductivité γ_0 égale à celle du régime stationnaire, et le cas haute

1. sebastien.paulin@ens-lyon.fr

2. grimaud.pillet@ens-lyon.fr

3. Une définition plus rigoureuse fait intervenir les bandes d'énergies.

fréquence où les électrons "n'arrivent plus" à suivre les variations du champ \vec{E} , et donc reste fixe, ce qui donne qualitativement $\gamma \rightarrow 0$. Des ordres de grandeur de σ_0 , Q et ω_p et le type d'onde associé (ondes radio, ondes lumineuses...) aurait été appréciés.

Attention ici à l'établissement de l'équation d'ordre 2 sur ρ . On part de l'équation de la conservation de la charge $\partial\rho/\partial t + \text{div}j = 0$ et on utilise la relation complexe $\vec{j} = \sigma\vec{E}$, pour obtenir une équation temporelle, d'ordre 2 sur ρ . On peut ici mélanger les deux visions car la notation complexe est ici une réécriture des dérivées et intégrales ($\partial/\partial t \Leftrightarrow \pm i\omega$) on aurait pu établir l'équation tout en travaillant en réel et en dérivant l'équation de conservation de la charge, mais on le fait en complexe car c'est habituellement plus simple.

1.3 ARQS

Afin de ne pas confondre les deux pulsations d'intérêt dans les conducteur, on peut imaginer un tableau vide sur transparent que l'on complète au cours de la leçon, qui contient les trois domaines de pulsations particuliers et qui résume les caractéristiques principales de la propagation des ondes (voir fin de la correction).

2 Effet de peau

Il faut annoncer dès le début de cette partie que, dans ce régime de basse fréquence, $\vec{j}(\omega) = \sigma_0\vec{E}(\omega)$ peut "s'écrire en temporelle", soit $\vec{j}(t) = \sigma_0\vec{E}(t)$ car σ ne dépend pas de la fréquence! On retrouve alors le cas statique. Il est important de dire que la relation de proportionnalité entre \vec{j} et \vec{E} n'est vrai que à une fréquence donnée en général mais que dans ce régime de fréquence, on peut étendre cette relation à toutes les fréquences (en dessous de ω_{EN}) et donc d'écrire une relation temporelle entre \vec{j} et \vec{E} .

2.1 Mise en équation

OK. Insister sur le caractère inhabituel de trouver une équation de diffusion dans le cadre de propagation d'ondes.

2.2 Résolution

Un peu trop rapide. Une discussion sur l'interprétation de cet effet de peau en terme d'induction aurait été appréciable. Cela permet d'expliquer qualitativement pourquoi l'onde s'atténue et pourquoi δ est plus faible quand la fréquence augmente. Une interprétation inductive simple de l'effet de peau est présenté dans le *Feynmann Électromagnétisme 1*.

Les ordres de grandeurs étaient intéressant, mais on peut encore rendre cette partie plus concrète. L'effet de peau est ce qui dimensionne beaucoup de l'électronique que nous utilisons au quotidien.

3 Domaine haute fréquence

De même que précédemment, on annonce ici que $\vec{j} \simeq \frac{\gamma_0}{i\omega\tau}\vec{E}$ et on insiste sur le fait que cette relation n'est vrai que si on considère un champ \vec{E} harmonique.

3.1 Ondes transverses

Il faut dire encore ici que l'on fait le calcul pour une OPPM. La discussion de l'équation à été un peu rapide. La diffusion étant en prérequis, on peut passer rapidement sur la discussion de l'équation. Pour l'équation de Klein-Gordon, c'est a priori la première fois qu'elle est vue. Il faut passer plus de temps sur la relation de dispersion et la notion de pulsation de coupure.

3.2 Ionosphère/Plasma

Nous n'avons pas compris l'intérêt de développer un nouveau modèle pour décrire la propagation dans un plasma. Bien que les deux phénomènes physiques soient différents, les équations obtenus sont identiques. Il ne nous paraît pas pertinent d'introduire le modèle des plasma a ce moment de la leçon.

Compléments

Ne pas parler du modèle du métal parfait est un choix qui peut se défendre. Cela dit, étant donné que $\sigma_0 \simeq 10^8$ pour la plupart des métaux usuels, ce modèle est tout à fait pertinent. On a parfois pas besoin de décrire l'onde entrant dans le matériau et on se contente simplement de dire que le champ est nul à l'intérieur. On peut calculer le courant surfacique créé par la réflexion d'une OEM et ensuite expliquer le principe d'un polariseur.

Ne pas perdre de vue que cette leçon s'intéresse surtout à l'aspect ondulatoire. Ne pas perdre trop de temps à modéliser le milieu⁴. Parler d'un plasma, qui est un modèle différent de celui du métal (bien qu'il conduise dans les hautes fréquences aux mêmes équations), et qui nécessite une autre modélisation et des d'autres hypothèses différentes de celles du modèle de Drude est alors risqué. On pourra préférer passer plus de temps à parler du comportement des ondes dans les conducteurs, avec des applications quotidiennes (micro ondes, rayon X, polariseurs...) Attention avec la terminologie des ondes! Une onde évanescence est une onde dont le vecteur d'onde

4. il faut quand même dire d'où viens la force de frottement dans le modèle de Drude

5. Je crois qu'il y a eu une erreur a ce sujet dans la présentation, mais je n'en suis plus sûr.

est imaginaire pur⁵. Une onde avec un vecteur d'onde complexe est une onde pseudo-progressive. Toujours sur la terminologie des ondes, l'absorption signifie que l'onde cède de l'énergie au milieu alors que l'atténuation signifie que l'amplitude de l'onde diminue, mais l'onde ne cède pas forcément de l'énergie au milieu, l'atténuation peut être géométrique (cas d'une onde sphérique).

Concernant la couleur des métaux

Lorsqu'une onde monochromatique arrive à une interface vide-métal, on peut séparer les différentes interactions qui ont lieu en deux parties : la réflexion de surface et la réflexion de volume. En surface, les électrons absorbent l'onde et la ré-émettent à la même fréquence. En volume l'onde est absorbée et ré-émise de nombreuses fois, elle est finalement convertie en chaleur. Comme la plupart des métaux sont des bons conducteurs, la réflexion de surface domine, et en faisant l'approximation que toutes les fréquences sont résonantes, le métal renvoie toutes les longueurs d'ondes. Sauf une faible partie qui

est absorbée en volume, le métal apparaît alors gris.

Pour certains métaux, on ne peut pas faire l'approximation que toutes les longueurs d'ondes sont pareillement absorbées. Par exemple, l'or possède un maximum d'absorption dans le jaune-rouge. Ce qui fait que en réflexion, l'or apparaît de cette couleur, mais en transmission, une fine couche d'or apparaîtrait vert-bleu.

Pour synthétiser les différents comportements des ondes en fonction de la fréquence, on peut utiliser un tableau (dont voici un exemple ci dessous) que l'on complète au cours de la leçon.

Enfin, n'oubliez pas que ces commentaires ne font que refléter l'avis des correcteurs, qui peuvent se tromper. Vous avez tout à fait le droit de ne pas les suivre (et vous avez même le devoir de ne pas les suivre aveuglément). En fin de compte c'est vous qui devez décider ce que vous faites de vos leçons.

Nous restons à votre disposition, par mail, en TP, ou lors de futures corrections, pour toute question, suggestion ou remarque.

$\omega < \omega_{EN}$	$\omega > \omega_{EN}$ et $\omega < \omega_p$	$\omega > \omega_p$
Électronneutralité et ARQS	Pas d'électronneutralité, ARQS	Pas d'électronneutralité, pas d'ARQS
$div(\vec{E}) = 0$	$div(\vec{E}) \neq 0$	$div(\vec{E}) \neq 0$
$\vec{j}(t) \simeq \gamma_0 \vec{E}(t)$	$\vec{j}(\omega) \simeq \frac{\gamma_0}{i\omega\tau} \vec{E}$	$\vec{j}(\omega) \simeq \frac{\gamma_0}{i\omega\tau} \vec{E}$
$rot(\vec{B}) \simeq \mu_0 \vec{j}$	$rot(\vec{B}) \simeq \mu_0 \vec{j}$	$rot(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$
$\Delta \vec{E} = \mu_0 \gamma_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	Pour les ondes transverses : $\Delta \vec{E} = \frac{\omega_p^2}{c^2} \vec{E}$	Pour les ondes transverses : $\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{\omega_p^2}{c^2} \vec{E}$
Propagation avec absorption	Pas de propagation	Propagation sans absorption et avec dispersion