

5 décembre 2017  
 Oliver Tolhis & Florence Pollet

*\*Ce n'est pas votre question, mais c'est ma réponse.\**  
 J. BEAUSSA

**Niveau : L2**

**Commentaires du jury**

- 2016** : Les approximations mises en oeuvre dans les calculs de différence de marche doivent être justifiées a priori.
- 2015** : L'exposé doit permettre de préciser clairement les contraintes particulières que l'optique impose aux dispositifs interférentiels par rapports à d'autres domaines.
- 2009-2010** : Il faut réfléchir à l'opération de moyenne réalisée par le détecteur et il est bon de connaître quelques ordres de grandeurs à ce sujet.
- 2003** : Cette leçon doit être illustrée expérimentalement, le candidat devant être en mesure de montrer clairement les effets de cohérence spatiale ou temporelle de la source.

**Bibliographie**

- *Physique PC PC\*, R-prepa, Stéphane Olivier* → Olivier parce que ça ressemble à Oliver.
- *Physique tout-en-un MP MP\*, J'indigne, Marie-Noëlle* → Cours détaillé et complet.
- Sauva & Bernard Salamito**
- *Optique : Une approche expérimentale et pratique, De* → Des belles images et des explications détaillées. (Idéal boeck (En vente ce midi) Sylvain Howard

**Pré-requis**

- Optique géométrique et ondulatoire
- Electromagnétisme et ondes EM dans le vide

**Expériences**

- Fentes d'Young avec un laser
- Fentes d'Young avec un laser
- Fentes d'Young avec un source étendue

**Table des matières**

- 1 Conditions d'interférences en optique** 2
  - 1.1 Détection de la lumière 2
  - 1.2 Superposition de 2 ondes 2
  - 1.3 Notion de cohérence 3
- 2 Dispositif interférentiel des fentes d'Young** 4
  - 2.1 Figure d'interférence 4
  - 2.2 Observations expérimentales 5
- 3 Sources réelles** 5
  - 3.1 Incohérence spatiale 5
  - 3.2 Incohérence temporelle 6

**Introduction**

Le phénomène d'interférences est observable dans de nombreux domaines de la physique ondulatoire : interférences sonores, interférences d'ondes à la surface d'un liquide... Mis en évidence expérimentalement pour la lumière en 1807 par le savant anglais Thomas Young, les interférences lumineuses ont été le premier signe de la nature ondulatoire de la lumière.

La coloration des lames minces avait retenu l'attention de savants comme Newton qui n'avaient pas su expliquer ce phénomène. Il se passe la même chose lorsque l'on regarde une bulle de savon (démonstration : Florence fait des bulles c'est coooooooooo!). Nous interpréterons cette observation avec des considérations interférentielles après avoir établi les conditions d'interférences d'ondes lumineuses.

On parlera ensuite des problèmes de cohérence que l'on peut rencontrer lorsque l'on veut obtenir une figure d'interférence.

**1 Conditions d'interférences en optique**

**1.1 Détection de la lumière**

Lorsque l'on observe la lumière on utilise des capteurs sensibles à la puissance lumineuse reçue par unité de surface. En effet, les capteurs comme nos yeux ou une photodiode sont sensibles au vecteur de Poynting de l'onde électromagnétique associée à l'onde lumineuse.

On définit ainsi l'éclairement instantané :

$$\vec{\Pi} \propto |\vec{E}(r,t)|^2 \tag{1}$$

$$\epsilon = \alpha |\vec{E}(r,t)|^2 \tag{2}$$

**Ordre de Grandeur** : Temps caractéristique de variation de  $\vec{E}(r,t) : T = \frac{\lambda}{c} \sim \frac{10^{-7}m}{10^8m.s^{-1}} \sim 10^{-15}s$   
 Temps de réponse caractéristique de :

- Oeil :  $\tau_r \sim 0.1s$
- Photodiode :  $\tau_r \sim 10^{-5}s$
- Thermopile :  $\tau_r \sim 1s$

Nous n'avons donc pas accès à l'éclairement instantané mais à sa moyenne sur le temps de réponse du capteur :

$$\epsilon = \alpha < |\vec{E}(r,t)|^2 >_{\tau_r} \text{ en } W.m^{-2} \tag{3}$$

Nous nous intéresserons donc à l'éclairement lors de notre étude, et plus particulièrement à l'éclairement dû à la superposition de deux ondes lumineuses.

**1.2 Superposition de 2 ondes**

On considère la superposition de deux ondes lumineuses caractérisées par leur champ électrique :

- $\vec{E}_1 = \vec{A}_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1)$  d'éclairement  $\epsilon_1 = \alpha \frac{\vec{A}_1^2}{2}$
- $\vec{E}_2 = \vec{A}_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2)$  d'éclairement  $\epsilon_2 = \alpha \frac{\vec{A}_2^2}{2}$

D'après le principe de superposition  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ . D'où,

$$\epsilon = \alpha < |\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 >$$

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \underbrace{2\alpha < \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 >}_{\text{terme d'interférence } \epsilon_{12}}$$

On définit ainsi les interférences constructives : lorsque l'éclairement est maximal ( $\epsilon_{12}$  maximum) et les interférences destructives : lorsque l'éclairement est minimal ( $\epsilon_{12}$  minimal). On introduit aussi la notion de contraste

$$C = \frac{\epsilon_{max} - \epsilon_{min}}{\epsilon_{max} + \epsilon_{min}}$$

On dit qu'il y a interférences lorsque le terme  $\epsilon_{12}$  est non nul partout. On écrit le terme d'interférences :

$$\begin{aligned} \epsilon_{12} &= 2\alpha \vec{A}_1 \cdot \vec{A}_2 < \overbrace{\cos((\omega_1 + \omega_2)t + \phi_1 + \phi_2) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \phi_1 - \phi_2)}^{\text{Nul car moyenné}} > r_c \\ \epsilon_{12} &= 2\alpha \vec{A}_1 \cdot \vec{A}_2 < \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \phi_1 - \phi_2) > r_c \end{aligned}$$

On met en évidence les conditions suivantes nécessaires à l'observation d'interférences lumineuses :

1. Polarisation :  $\vec{A}_1, \vec{A}_2 \neq 0$
2. Fréquence : Il faut que  $\omega_1 = \omega_2$

Exemple d'interférences : on peut expliquer la couleur d'une bulle de savon. Lorsqu'on regarde la bulle, il y a superposition de  $E_1$  et de  $E_2$ . Donc

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 + 2\sqrt{\epsilon_1 \epsilon_2} \cos(\Delta\phi)$$

$$\text{Avec } \Delta\phi = \underbrace{4\pi n_2 e}_{\text{Propagation de } E_2} + \underbrace{\pi}_{\text{Réflexion à l'interface}}$$

L'éclairement est maximal pour  $\Delta\phi = 2k\pi$  avec  $k$  entier. Soit

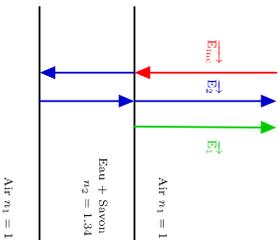
$$\lambda = \frac{2n_2 e}{k - \frac{1}{2}}$$

La bulle de savon agit comme un filtre : pour certaines longueurs d'onde les interférences sont destructives et l'onde résultante est nulle tandis que pour d'autres les interférences sont constructives et l'onde résultante est visible. La bulle a filtré certaines composantes de la lumière incidente et la lumière réfléchie est donc colorée.

Pour une bulle, l'épaisseur varie avec la position sur la bulle ce qui explique l'observation de différentes couleurs. C'est le même effet observable avec une tache d'huile sur de l'eau, il est également utilisé pour faire des filtres interférentiels.

Il nous reste à discuter de la condition de cohérence des sources lié au terme  $\phi_1 - \phi_2$ . Dans la suite nous considérerons deux sources ponctuelles distinctes de même éclairement  $\epsilon_0$ , de même polarisation et de même fréquence  $\omega$ . Soit un éclairement résultant

$$\boxed{\epsilon = 2\epsilon_0(1 + \cos(\phi_1 - \phi_2) > r_c)}$$



### 1.3 Notion de cohérence

$$\Delta\phi = \underbrace{\phi_{01} - \phi_{02}}_{\text{Déphasage des deux sources à l'origine}} + \underbrace{2\pi\delta}_{\text{Déphasage entre les deux ondes dues à la propagation}}$$

où  $\delta = n(S_1M) - n(S_2M)$  est la différence de chemin optique entre les deux rayons.

Il est compliqué d'avoir deux sources émettant en phase. Pour comprendre ce problème on introduit le modèle du train d'onde. La lumière émise par une source est issue de la désexcitation de ses atomes qui émettent ainsi des photons. On associe à cette émission de photon une onde d'extension spatiale  $L_e = c\tau_c$  (avec  $\tau_c$  le temps de désexcitation de l'atome) que l'on nomme train d'onde. La lumière émise par une source est donc une succession de trains d'ondes émis aléatoirement et possédant des phases à l'origine différentes.

Si  $\phi_1 - \phi_2$  varie aléatoirement due à la succession de trains d'ondes  $\cos(\phi_1 - \phi_2) > r_c) = 0$ .

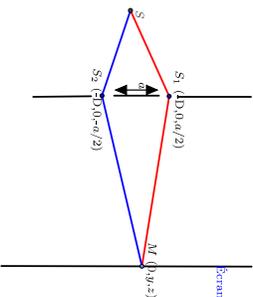
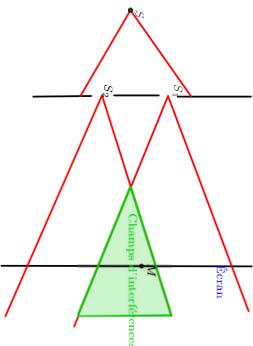
Pour pallier à ce problème on éclaire deux fentes avec une même source, créant ainsi deux sous sources  $S_1$  et  $S_2$  telles que :  $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} ( \underbrace{n(SS_1) - n(SS_2)}_{\text{Différence de chemin optique avant les fentes}} + \underbrace{n(S_1M) - n(S_2M)}_{\text{Différence de chemin optique après les fentes}} )$

On prendra ici  $n(S_1M) = n(S_2M)$  par simplification. Les sources  $S_1$  et  $S_2$  sont dites cohérentes : elles émettent les mêmes trains d'ondes et sont susceptibles d'interférer ! On retient la formule suivante pour l'éclairement résultant de la superposition de deux ondes cohérentes

$$\epsilon = 2\epsilon_0(1 + \cos(\frac{2\pi\delta}{\lambda}))$$

## 2 Dispositif interférentiel des fentes d'Young

### 2.1 Figure d'interférence



#### Hypothèses :

- On suppose que la source  $S$  est ponctuelle et purement monochromatique.
- On considèrera que l'écran est éloigné ( $D \gg \lambda, z^2$ )
- Les deux fentes  $S_1$  et  $S_2$  diffractent la lumière provenant de  $S$ , certains rayons se rencontrent ensuite dans le champ d'interférences (intersection des cônes de diffractions) on peut observer des interférences.

On calcule la différence de marche  $\delta$  :  $\delta = n(S_1M) - n(S_2M)$ . On considère l'ordre optique de l'air égal à 1.

$$S_1M = \sqrt{D^2 + a^2 + (z + \frac{a}{2})^2} = D \sqrt{1 + \frac{a^2 + (z + \frac{a}{2})^2}{D^2}}$$

On effectue un développement limité à l'ordre 2 en  $\frac{a}{D}$  :

$$S_1M = D(1 + \frac{a^2 + (z + \frac{a}{2})^2}{2D^2})$$

d'où  $\delta = S_2M - S_1M = \frac{a^2}{2D}$  (Développement limité de la différence de marche à l'ordre 3 en  $\frac{a}{D}$ )

On obtiens ainsi un éclairement :

$$\epsilon(M) = 2\epsilon_0(1 + \cos(\frac{2\pi a^2}{\lambda D}))$$

On observe une figure d'interférence : il y a des franges brillantes et des franges sombres sur l'écran. Les franges brillantes ont une cote telle que :  $z_k = \frac{2Dk}{a}$  avec  $k$  entier. La position d'une frange ne dépend que de  $z$  : on observe des franges rectilignes équidistantes. La distance entre des franges (l'interfrange) est  $1 = \frac{\lambda D}{a}$ . Dans ce cas idéalisé, le contraste  $C$  vaut 1.

## 2.2 Observations expérimentales

### Fentes de Young avec une laser

🔪 Livre(s) utilisé(s) : tous les livres de la BU

⌚ Temps nécessaire à l'expérience : < 5min

On éclaire deux fentes à l'aide d'un laser et on projette la figure de diffraction sur un écran. Les valeurs utilisées sont :  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ,  $D = 1 \text{ m}$  et  $a = 200 \mu\text{m}$ .

#### Observations et remarques :

- Les interférences et la diffraction peuvent être confondus : l'interfrange de la figure d'interférences est  $i = \frac{\lambda D}{a}$  avec a l'espacement entre les fentes. Tandis ce que pour la diffraction l'interfrange est  $i' = \frac{\lambda D}{c}$  avec c le largeur de chaque fente. En regardant le rapport  $\frac{c}{a} = \frac{i}{i'} = \frac{7 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-4}}$  on détermine  $i' > i$ .
- En accrochant du papier millimétré sur l'écran on mesure l'interfrange. On la retrouve grâce à la formule établie précédemment.
- Si l'on distingue mal les franges, on peut tourner l'écran et 'étaier' la figure.

## 3 Sources réelles

Jusqu'à maintenant nous avons traité le cas simplifié d'une source ponctuelle monochromatique. Une source réelle ne possède en faite aucune de ces qualités et nous allons maintenant étudier l'influence de la largeur de la source et de sa polychromaticité.

### 3.1 Incohérence spatiale

Pour comprendre le problème dû à la largeur spatiale de la source, on s'intéresse tout d'abord à une source qui ne se trouve pas sur l'axe optique.

$$\Delta\phi_{z_s'} = \frac{2\pi}{\lambda} \left( \underbrace{\frac{az_s'}{l}}_{\text{Propagation } S' \rightarrow S_1/S_2} + \underbrace{\frac{az}{D}}_{\text{Propagation } S_1/S_2 \rightarrow M} \right)$$

$$= \frac{2\pi a}{\lambda D} \left( z + \frac{Dz_s'}{l} \right)$$

La figure d'interférence est la même que pour une source sur l'axe optique, décalée de  $\Delta z = \frac{Dz_s'}{l}$

Chaque point d'une source étendue émet ses propres trains d'ondes. Les rayons issus d'un point de la source n'interfèrent donc pas avec ceux issus de d'autres points de la source : chaque point de la source est incohérent avec les autres. On observe ainsi une superposition des figures d'interférences, identiques mais décalées les unes par rapport au autres : il y a brouillage de la figure d'interférence.

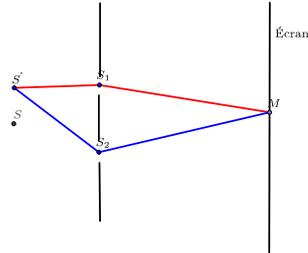
Prenons une source S de largeur b. Son éclairement sur l'écran s'écrit :

$$\epsilon = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} A(1 + \cos(\frac{2\pi a}{\lambda D}(z + \frac{Dz_s'}{l})) dz_s' = A(b + \frac{\lambda l}{2\pi a} (\sin(\frac{2\pi a}{\lambda D}(z + \frac{Dl}{2l}) - \sin(\frac{2\pi a}{\lambda D}(z - \frac{Dl}{2l}))) = A(b + \frac{\lambda l}{2\pi a} \sin(\frac{2\pi ab}{\lambda l}) \cos(\frac{2\pi az}{\lambda D}))$$

$$\epsilon = \epsilon_0(1 + \text{sinc}(\frac{2\pi ab}{\lambda l}) \cos(\frac{2\pi az}{\lambda D})) \text{ avec le contraste : } C = \left| \frac{1 + \text{sinc}(\frac{2\pi ab}{\lambda l}) - (1 - \text{sinc}(\frac{2\pi ab}{\lambda l}))}{1 + \text{sinc}(\frac{2\pi ab}{\lambda l}) + (1 - \text{sinc}(\frac{2\pi ab}{\lambda l}))} \right| = \left| \text{sinc}(\frac{2\pi ab}{\lambda l}) \right|$$

Si la source à une largeur  $b_0 = \frac{\lambda l}{a}$  : il y a brouillage par interférence spatial.

On remarque que pour une source en  $z_s = \frac{b_0}{2}$  le décalage de la figure d'interférence avec une source sur l'axe optique est  $\Delta z = \frac{D\lambda}{2a} = \frac{\lambda}{2}$  Les franges brillantes de l'une des source correspondent aux franges sombres de l'autre. Pour une



source de largeur  $b_0 = \frac{\lambda l}{a}$ , chaque point de la source possède son point antagoniste (décalé de  $\frac{b_0}{2}$ ), d'où la perte de contraste.

### Fentes de Young avec une source spatialement large : Mise en évidence des incohérence spatiales.

🔪 Livre(s) utilisé(s) : tous les livres de la BU

⌚ Temps nécessaire à l'expérience : < 4min

On éclaire une fente simple avec une lampe Quartz-Iode. On place un filtre interférentiel pour sélectionner une longueur d'onde. La fente simple éclaire une bifente et l'image est projetée sur un capteur CCD CALIENS. On fait varier la largeur de la fente (qui sert de source) et on observe l'évolution de la figure d'interférence grâce au capteur.

#### Observations et remarques :

- Un peu nul (difficile à obtenir, peu spectaculaire)
- En ouvrant légèrement la fente, on observe des franges. Lorsque l'on ouvre un peu plus la fente on les fait disparaître. On peut aussi les faire réapparaître en continuant d'ouvrir la fente (si le montage est bien fait).
- avec le filtre interférentiel il y a une importante perte d'intensité lumineuse. On peut/doit mettre un tube entre la bifente et le capteur pour réduire le bruit.
- Le montage doit être fait avant (pas facile à régler).

### 3.2 Incohérence temporelle

Une source réelle n'est jamais purement monochromatique. Lorsqu'une source émet des ondes de longueur d'ondes différentes, celles-ci n'interfèrent pas et il y a superposition des figures d'interférences. L'interfrange dépendant de la longueur d'onde les figures d'interférences ne coïncident pas (voir 1 : on dit qu'il y a brouillage par incohérence temporelle).

On calcule l'éclairement d'une source spectralement large. On modélise la répartition de l'éclairement en fonction de la fréquence par une gaussienne centrée sur  $\nu_0$  et de largeur  $\Delta\nu$ .

L'éclairement résultant de la superposition des figures d'interférences s'écrit :

$$\epsilon = \int_{-\infty}^{\infty} A e^{-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{2\Delta\nu^2}} (1 + \cos(\frac{2\pi}{c} \nu \delta)) d\nu$$

On passe en complexe pour résoudre :

$$\epsilon' = \int_{-\infty}^{\infty} A e^{-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{2\Delta\nu^2}} (1 + e^{i\frac{2\pi}{c} \nu \delta}) d\nu$$

$$\epsilon' = 2A\sqrt{\pi a \Delta\nu^2} (1 + e^{i(\frac{2\pi}{c} \delta \nu_0 - \frac{\pi^2 \delta^2}{c^2} 2\Delta\nu^2)})$$

$$\text{soit } \epsilon = 2A\sqrt{\pi a \Delta\nu^2} (1 + \cos(\frac{2\pi}{c} \delta \nu_0) \underbrace{\epsilon^{-\frac{\pi^2 \delta^2}{c^2} 2\Delta\nu^2}}_{\text{Terme de brouillage}})$$

On remarque également que le brouillage augmente avec l'ordre d'interférence : plus l'ordre d'interférence est important et plus les franges de chaque figure sont décalées. Le brouillage est proportionnel à  $\exp(-\Delta\nu^2)$ . C'est pour cela qu'il est difficile d'obtenir des interférences avec de la lumière blanche.

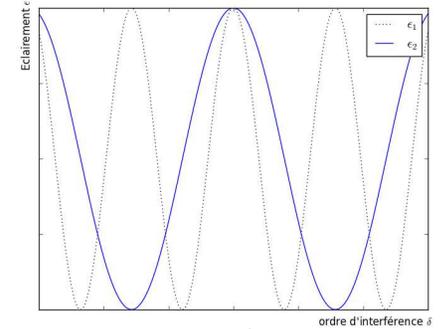


FIGURE 1 – Éclairement produit par deux sources de longueurs d'ondes différentes. Ici  $\lambda_1 < \lambda_2$

## Conclusion

Nous avons étudiés le cas des interférences lumineuses et introduit la notion de cohérence que l'on rencontre dans le cas de la lumière. Après avoir illustré le problème avec l'expérience historique des fentes d'Young et des différents problèmes de cohérence spatiale et temporelle que l'on peut rencontrer il reste désormais à comprendre comment on peut minimiser ces problèmes de cohérences.

Nous avons aussi vu comment expérimentalement obtenir des sources cohérentes par un système dit de division du front d'onde. Il existe une autre méthode dite de division d'amplitude qui pourra être vue lors de prochaines leçons.

## Questions, commentaires

Commentaires du jury :

- Faire les expériences avant les calculs.
- Enlever la partie cohérence temporelle et parler d'une application concrète comme l'interféromètre stellaire de Michelson.