17 novembre 2016

Les interférences elles sont là que si on les regarde. JOJO

David Dumont & Camille Eloy

# Niveau : L2

### Commentaires du jury

- 2016 : La distinction entre divisions du front d'onde et d'amplitude doit être précise. Le jury rappelle que l'utilisation d'une lame semi-réfléchissante ne conduit pas nécessairement à une division d'amplitude.
- 2015 : Les notions de cohérence doivent être présentées.
- 2014 : Un interféromètre comportant une la séparatrice n'est pas obligatoirement utilisé en diviseur d'amplitude. La notion de cohérence et ses limites doivent être discutées.

Jusqu'en 2013, le titre était : Interféromètres à division d'amplitude. Applications.

• 2005 : Le Michelson n'est souvent utilisé qu'en lame d'air. Les problèmes de localisation et les détails expérimentaux sont rarement présents, tout comme les applications. On peut, pour cette leçon, admettre que les dispositifs par division du front d'onde ont déjà été étudiés auparavant, ce qui permet au candidat d'entrer tout de suite dans le vif du sujet de la division d'amplitude et de son intérêt.

# Bibliographie

≰ Optique, JPh. Perez	$\longrightarrow$	Michelson, Fabry-Pérot et certaines de leurs applications
\land Ondes lumineuses, RJ. Champeau	$\longrightarrow$	Théorème de localisation des franges
▲ Optique ondulatoire, JM. Brebec, H Prepa	$\longrightarrow$	Théorème de localisation des franges
\land Optique, S. Houard	$\longrightarrow$	Applications du Michelson et du Fabry-Pérot
\land Optique expérimentale, Sextant	$\longrightarrow$	Réglages du Michelson et du Fabry-Pérot

## Prérequis

 $\succ$  Interférences à deux ondes

- ➤ Optique géométrique et ondulatoire
- ➤ Notion de cohérence
- $\succ$ Interférence à division du front d'onde

- Expériences
  - Passage de soucre ponctuelle à étendue pour le Michelson en lame d'air
  - Principe de la mesure de l'écart du doublet du sodium avec le Michelson
  - Séparation du doublet du sodium avec le Fabry-Pérot

# Table des matières

1	Localisation des interférences         1.1       Condition de non brouillage         1.2       Théorème de localisation	<b>2</b> 2 3
2	Interféromètre de Michelson         2.1       Lame d'air, franges d'égales inclinaison         2.2       Coin d'air et frange d'égale épaisseur	<b>3</b> 4 5
3	Interféromètre de Fabry-Pérot         3.1       Intensité de l'onde transmise         3.2       Finesse et pouvoir de résolution	<b>6</b> 6 7

# Introduction

On a abordé dans une précédente leçon les interférences à deux ondes, et nous avons montré qu'il existe deux principaux types d'interféromètres :

- division du front d'onde, où la surface d'onde est modifiée,
- division d'amplitude, où le front d'onde reste constant et où l'intensité est modifiée.

Les effets de la cohérence spatiale (source étendue) et temporelle (qualité de la lampe spectrale) sur les figures d'interférences ont été abordés. Dans cette leçon, nous allons nous concentrer sur la division d'amplitude, en insistant sur son intérêt pour s'afranchir des effets de la cohérence spatiale. Nous discuterons également des applications permettant la mesure précise de longueurs d'onde.

### 1 Localisation des interférences

### 1.1 Condition de non brouillage



Fig. 1 Figures d'interférence pour une source monochromatique ponctuelle (en haut), étendue (en bas). Dans ce second cas, les systèmes d'interférence crés par chaque point source se superposent ce qui engendre le *brouillage* des interférences.

Considérons un système interférentiel quelconque, éclairé par une source ponctuelle rigoureusement monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ . On se place dans un milieu homogène isotrope d'indice n = 1. La figure d'interférence obtenue est similaire à celle de la Figure 1 (en haut).

Si la source est étendue mais toujours parfaitement cohérente temporellement, les différents points de la source sont incohérents entre eux et engendrent plusieurs systèmes d'interférences indépendants comme l'illustre la Figure 1 (en bas). Il en résulte un brouillage des interférences. Pour s'affranchir de ce brouillage, la différence de marche  $\delta$  en un point de l'écran ne doit pas dépendre du point source.

On schématise le système précédent par la Figure 2.

Calculons la différence de marche pour les rayons 1 et 2 issus des points sources S et S':

$$\delta(S, M) = [(SM)_1 - (SM)_2] \tag{1}$$

$$\delta(S', M) = [(S'M)_1 - (S'M)_2] \tag{2}$$

La condition de non dépendance de  $\delta$  en la position de la source, dite condition de non brouillage, est alors :

$$\Delta \delta = \delta(S, M) - \delta(S', M) = 0$$
  
i.e.  $SM_1 - S'M_1 - (SM_2 - S'M_2) = 0$  (3)

Ainsi pour S et S' proches, la condition de non brouillage devient



Fig. 2 Modélisation générale d'un interféromètre.

$$\vec{SS'}.\,(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) = 0\tag{4}$$

Les interférences sont alors localisées au voisinage des points permettant la vérification de cette condition. Il y a donc deux possibilités :

- l'élargissement se fait orthogonalement aux rayons qui interfèrent. Les interférences sont alors délocalisées. Pour les fentes d'Young, cela revient à éclairer le système avec une fente parallèle aux fentes composant le dispositif interférentiel,
- les rayons qui interfèrent vérifient  $\vec{u}_2 = \vec{u}_1$ , i.e les rayons issus du même rayon incident : c'est la division d'amplitude.

### 1.2 Théorème de localisation

#### Théorème de localisation

Seuls les interféromètres à division d'amplitude donnent lieu à l'observation d'interférences contrastées pour une source étendue. Alors ces interférences sont localisées au voisinage des points d'intersection des rayons issus du même rayon incident.

Ce théorème va nous accompagner tout au long de la leçon. Appliquons le pour commencer à l'interféromètre de Michelson.

# 2 Interféromètre de Michelson

À la fin du 19e siècle, Michelson met au point un interféromètre qui porte aujourd'hui son nom dans l'optique de montrer l'existence de l'éther (expérience qui a finalement démontré le contraire!). Il reçu le prix Nobel en 1907 "pour ses instruments optiques de précision ainsi que les études spectroscopiques et métrologiques menées avec ceux-ci". La composition de son interféromètre est la suivante :

- Deux miroirs métallisés, notés M1 et M2, ajustables grâce aux vis de réglages C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>,
- Un dispositif semi-réfléchissant séparant le faisceau incident en deux rayons d'égale intensité, que l'on fait interférer. Il est composé de deux lames à faces parallèles. La séparatrice, traitée sur l'une de ses faces pour être semi-réfléchissante, assure la division du faisceau incident en deux nouveaux rayons d'intensité moindre, La compensatrice évite elle d'éventuels astigmatisme et dispersion dans le verre lors de l'utilisation de soucres étendues ou polychromatique. Elle permet également de pouvoir considérer le système semi-réfléchissant comme d'épaisseur nulle, en évitant toute différence de marche entre les rayons des différents bras.

On peut modéliser le Michelson par le dispositif équivalent représenté sur la Figure 4.



Fig. 3 Interféromètre de Michelson. On retrouve les deux miroirs ajustables M1 et M2, la séparatrice et la compensatrice ainsi que le dispositif permettant la translation du miroir M2. Figure tirée de la banque d'image.

### 2.1 Lame d'air, franges d'égales inclinaison

### Michelson en lame d'air

 $\Theta$  5 min

On éclaire le Michelson avec une lampe à vapeur de sodium. On simule une source pontuelle avec un diaphragme : les interférences sont non localisées, on les voit partout avec le même contraste, et peu intenses. Elles ont la forme d'anneaux.

Lorsque le diaphragme est ouvert, on passe à une source étendue et le contraste se détériore, on dit qu'il y a brouillage du fait de la cohérence spatiale. Cette fois-ci les interférences sont localisées en l'infini, visible au foyer d'une lentille. L'intensité est nettelent supérieure.

On se propose d'expliquer ces observations par une étude détaillée du dispositif.

#### 2.1.1 Localisation des interférences

On applique le théorème de localisation. On cherche le lieu d'intersection des rayons issus d'un unique rayon incident. Comme le montre la Figure 4, pour un rayon d'angle d'incidence i, les interférences sont localisées en l'infini. On peut ainsi les observer dans le plan foyer image d'une lentille convergente. On peut également remarquer la symétrie du système par rotation autour de l'axe optique, ce qui explique la forme d'anneau des interférences.

#### 2.1.2 Différence de marche

En considérant les ondes planes, l'application du théorème de Malus nous permet de montrer que

$$\delta = 2e\cos(i).\tag{5}$$

L'intensité des interférences est alors

$$I = \frac{I_{max}}{2} \left[ 1 + \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}e\cos(i)\right) \right],\tag{6}$$

où  $I_{max}$  dépend seulement de l'intensité de l'onde incidente et du dispositif semi-réfléchissant. Comme la différence de marche ne dépend que de l'angle d'incidence i, on parle d'anneaux d'égale inclinaison.



**Fig. 4** Schéma équivalent du michelson. Le point source est en S. Son image par rapport aux miroirs  $M_1$  et  $M'_2$  donne deux points sources fictifs  $S_1$  et  $S_2$ .

**Application à la spectroscopie** La lampe spectrale à vapeur de sodium présente un doublet jaune  $\lambda_1 = 589$  nm et  $\lambda_2 = 589.6$  nm . La présence de deux sources incohérentes modifie la figure d'interférence. L'intensité observée est donnée par

$$I = \frac{I_{max}}{2} \left( 1 + \cos\left(\frac{\pi\Delta\lambda}{\lambda_0^2} 2e\cos(i)\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta\right) \right),\tag{7}$$

où  $\lambda_0 = (\lambda_1 + \lambda_2)/2$  et  $\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ . L'interféromètre de Michelson ne permet ainsi pas de résoudre directement le doublet du sodium. On observe cependant un brouillage des interférences pour les  $e_k = \frac{\lambda_0^2}{2\Delta\lambda\cos i}k + c^{te}$ . On peut alors déterminer  $\Delta \lambda$  en mesurant l'épaisseur e de la lame d'aire pour plusieures anticoïncidences successives.

### • Observation d'une anticoïncidence

 $\bigstar$  Sextant

#### $\Theta$ 3 min

On éclaire toujours le Michelson, réglé en lame d'air, avec la lampe spectrale au sodium. On observe à nouveau les franges bien contrastées puis en chariotant on voit que le contraste varie et passe par des minimums où les franges ne sont plus visibles : c'est ce qu'on appelle anticoïncidence.



Fig. 5 En pointillé l'intensité obtenue our le douclet du sodium. On constate que le contraste s'annule régulièrement : on observe des anticoïncidences en ces points.

Étudions à présent une seconde disposition du Michelson. On place à présent les miroirs en coin d'air.

### 2.2 Coin d'air et frange d'égale épaisseur

#### 2.2.1 Localisation des franges

Appliquons une nouvelle fois le théorème de localisation des interférences. En considérant un unique rayon incident, formant un angle i avec l'axe optique, on obtient deux rayons qui se croisent au voisinage des miroirs (Figure 6). Le lieu des intersections des rayons sortants pour différentes incidence i forment un plan, nommé plan de localisation. Pour des angles d'incidence faibles, on peut confondre ce plan avec le plan formé par le miroir M1.

#### 2.2.2 Franges d'égale épaisseur

Comme l'illustre la Figure 6, en incidence normale la différence de marche est

$$\delta = 2e(X) \simeq 2\alpha X,\tag{8}$$

où X désigne la coordonnée du rayon incident sur le miroir M1. La seconde égalité n'est valable que dans l'approximation d'un angle  $\alpha$  faible. Comme la différence de marche dépend seulement du point d'incidence sur le coin d'air, on parle de franges d'égale épaisseur. La symétrie par rotation autour de l'axe optique est brisée, on obtient des franges rectilignes.

Cette dépendance des interférences en l'épaisseur du coin d'air permet la mesure de l'épaisseur de lame, ou la mesure d'indices optiques.



Fig. 6 Interféromètre de Michelson en coin d'air (a) en incidence quelconque et (b) en incidence normale.

Le Michelson est donc un interféromètre à division d'amplitude de grande précision. On s'affranchit des problèmes de cohérence spatiale au prix de localisation des franges, ce qui permet un net gain d'intensité sur la figure d'interférence. Il ne permet cependant pas de résoudre directement le doublet du sodium. Dans ce but, étudions un dispositif interférométrique non plus à 2 ondes mais à N ondes : le Fabry-Pérot.

### 3 Interféromètre de Fabry-Pérot

L'interféromètre de Fabry-Pérot a était inventé par deux physiciens français à la fin du  $19^{i\text{ème}}$  siècle. Il est composé de deux lames à faces parallèles semi-réfléchissantes que l'on considérera identiques. On note r et t leurs coefficients de réflexion et transmission en amplitude. Comme on se place toujours ici dans un milieu d'indice n = 1, il n'y a qu'un type d'interface et donc un seul coefficient de réflexon r. Les deux lames sont parallèles entre elles, si bien que le dispositif est analogue à une lame d'air. La figure d'interférence sera donc formée d'anneaux d'égale inclinaison localisés en l'infini. Par analogie également, la différence de marche entre deux rayons sortants successifs est  $\delta = 2e \cos(i)$ . Par la suite, on notera  $R = r^2$  et  $T = t^2$ . La marche d'un rayon à travers le système est représentée en Figure 7.



Fig. 7 Interféromètre de Fabry-Pérot. L'appareil est composé de deux lames parallèles semi-réfléchissantes séparées d'une distance e. Le faisceau incident subit de multiples réflexions avant d'être transmis. On note r (resp. t) le coefficient de réflexion (resp. de transmission) en amplitude des lames. R et T sont les coefficients en puissance.

#### 3.1 Intensité de l'onde transmise

Les réflexions multiples créent une infinité d'ondes transmises, ce qui change grandement l'intensité transmise par rapport au cas du Michelson. Tous les rayons sont transmis deux fois d'où le facteur  $T = t^2$ . Le premier rayon sortant n'est pas réfléchi, alors que le second est réfléchi 2 fois, d'où un facteur  $R = r^2$ , et le nième rayon l'est 2n fois d'où un facteur  $R^n$ . L'amplitude de l'onde en sortie de l'interféromètre est donc

$$A = A_0 t^2 \sum_{n} \left( r^2 e i \phi \right)^n = \frac{A_0 T}{1 - R e^{i\phi}},$$
(9)

où  $A_0$  est l'amplitude de l'onde incidente et  $\phi = \frac{4\pi}{\lambda} e \cos(i)$  le déphasage entre deux ondes sortantes succesives. On obtient aisin l'intensité

$$I = |A|^2 = \frac{I_0 T^2 / (1 - R)^2}{1 + \frac{4R}{(1 - R)^2} \sin^2 \frac{\phi}{2}}.$$
(10)

En notant  $I_{max} = \frac{I_0 T^2}{(1-R)^2}$  et  $M = \frac{4R}{(1-R)^2}$ , on peut réécrire

$$I = \frac{I_{max}}{1 + M\sin^2\frac{\phi}{2}}.\tag{11}$$

Pour un coefficient R proche de 1, on obtient des interférences très contrastées (Figure ??). Les pics sont très fin et localisées autour des points d'annulation de  $\sin(\phi/2)$ . Pour R petit devant 1, on perd en contraste.



Fig. 8 Intensité transmise en fonction du déphasage  $\phi$  pour deux coefficients de réflexion des miroirs. Plus les miroirs sont réfléchissants et plus les pics sont fins.

#### 3.2 Finesse et pouvoir de résolution

Dans le but de caractériser la finesse du dispositif, on définit

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\phi}{\delta\phi},\tag{12}$$

avec  $\Delta \phi$  l'écart entre deux pics successifs et  $\delta \phi$  la largeur à mi-hauteur d'un pic. Les pics correspondent aux maxima de I sont les  $\phi = 2k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  donc

$$\Delta \phi = 2\pi \tag{13}$$

Plaçons nous au voisinage d'un pic :  $\phi = 2k\pi + \varepsilon$ ,  $\varepsilon \ll 1$ . Un développement limité donne  $\sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \simeq (-1)^k \frac{\varepsilon}{2}$ , d'où

$$I \simeq \frac{I_{max}}{1 + \frac{M\epsilon^2}{4}}.$$
(14)

On reconnaît une lorentzienne de largeur à mi-hauteur  $\delta \phi = \frac{4}{\sqrt{M}}$ . Ainsi,

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{M}}{2} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}.$$
(15)

#### Ordres de grandeur

Pour R=0.8,  $\mathcal{F} = 14$ , et pour R=0.99,  $\mathcal{F} = 313$ . Une faible augmentation de R permet ainsi un fort gain en finesse. On notera que la finesse des meilleures cavités Fabry-Pérot est actuellement de l'ordre de 100000. On peut également comparer cette finesse à celle qu'on pourrait définir pour le Michelson, qui serait de 2.

La grande finesse du Fabry-Pérot laisse espérer la possibilité de résoudre directement le doublet du sodium. Définissons pour cela le pouvoir de résolution du dispositif, qui quantifie se capacité à séparer deux longueurs d'onde :

$$PR = \frac{\lambda}{\delta\lambda},\tag{16}$$

avec  $\lambda$  la longueur d'onde moyenne et  $\delta\lambda$  l'écart en longueur d'onde séparable minimal. Ici  $\delta\lambda$  est relié par le critère de Rayleigh à la largeur en longueur d'onde des pics. On obtient donc, en valeur absolue,

$$\delta\phi = \frac{2\pi}{\mathcal{F}} = \frac{4\pi e \cos(i)}{\lambda^2} \delta\lambda \tag{17}$$

donc

$$\delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2e\cos(i)\mathcal{F}}\tag{18}$$

 $\operatorname{et}$ 

$$PR = \frac{2e\cos(i)}{\lambda}\mathcal{F} = p\mathcal{F},\tag{19}$$

où p est l'ordre d'interférence.

Pour les étalons Fabry-Pérot de la collection, R = 0.85. Une épaisseur e = 0.2 mm pour le doublet du sodium  $\lambda = 589.3$  nm donne  $PR \simeq 13000$  en incidence normale. Or le pouvoir de résolution minimal pour résoudre le doublet du sodium est  $\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} \simeq 1000$ . Il est donc possible de séparer le doublet du sodium à l'aide du Fabry-Pérot.

### Séparation du doublet du sodium

Le Fabry-pérot est réglé de sorte à observer deux systèmes d'interférences créés par chacun des doublets, e = 0.2 mm. Deux systèmes d'anneaux concentriques sont ainsi visibles. Quelques mots sur le réglage du Fabry-Pérot : on a ici utilisé un étalon Fabry-Pérot de la collection. Il ne permet donc pas une variation continue de l'épaisseur de la lame d'air, il faut, pour chaque épaisseur, réajuster le parallèlisme. Les étalons ont cependant l'avantage d'être stables, i.e. non sensibles aux chocs sur la paillasse qui, dans le cas de l'interféromètre de Fabry-Pérot, peuvent anéantir une heure de réglage. Les étalons de la collection possèdent trois vis de réglage grossier, dont une reliée à un vernier en millimètres. Il peut être pratique d'ajuster cette vis en premier lors du réglage grossier du parallèlisme, afin d'avoir dès le départ une épaisseur proche de celle recherchée. On règle alors le parallèlisme sans toucher cette vis.

 $(\mathcal{O})$ 

 $3 \min$ 

## Conclusion

Au cours de cette leçon, nous avons montré que les interféromètres à division d'amplitude s'affranchissaient des problèmes liés à la cohérence spatiale, mais que cela se paie au prix de la localisation des interférences. Les franges sont cependant plus lumineuses et l'on peut réaliser des mesures précises de spectroscopie. Il existe d'autres interféromètres à division d'amplitude comme l'interféromètre de Mach-Zender ou celui de Sagnac. Ce dernier est utilisé dans les avions pour mesurer avec précision des vitesses de rotation.

### Questions et commentaires