LP45 Paramagnétisme, ferromagnétisme : approximation de champ moyen

16 février 2017

" "Dia, para ou ferro ?", ça m'inspire autant que "Cookie, Brownie ou Marvin Gaye ?"
Alcool

Lucien Causse & Corentin Gourichon

Niveau : L3

Bibliographie

✍ *Electromagnétisme 4*, **BFR**
✍ *Physique statistique*, **Diu**
✍ *Physique des solides*, **Ashcroft**

Prérequis

➢ Electromagnétisme dans le vide

➢ Physique statistique, formalisme canonique

➢ Mécanique du point, moment cinétique

Expériences

☕ Transition ferro-paramagnétique du fer

Table des matières

1 Les origines du magnétisme

1.1 Description macroscopique

Excitation magnétique $\vec{H} \Rightarrow \vec{M}$ aimantation (en A.m^{-1}).
$\vec{M} = [\chi_m]\vec{H}$
Pour les matériaux linéaires, homogènes isotropes : $[\chi_m] = \chi_m[\mathbb{1}]$
$\chi_m \in \mathbb{R}$ sans dimension.
$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$
Diamagnétiques : faible aimantation, opposée à l'excitation.
Paramagnétiques : faible aimantation dans le sens de l'excitation
Ferromagnétiques : réponse forte, non linéaire et dans le sens de l'excitation

1.2 Du moment cinétique au moment magnétique : Modèles microscopiques classiques

On a : $\vec{M} = IS\vec{n}$
$S = \pi r^2$
$I = \frac{q}{T} = \frac{qv}{2\pi r}$
Donc $\vec{M} = \frac{qvr}{2}\vec{n}$
Soit $\vec{l} = m\vec{r} \wedge \vec{v} = mrv\vec{n}$
Finalement $\vec{M} = \frac{q}{2m}\vec{l} = \gamma\vec{l}$ avec γ, le rapport gyromagnétique environ égal à 10^{11}C.kg^{-1}.

On a $\vec{\mu} = \gamma\vec{L}$ avec $\vec{\mu}$ le moment magnétique de l'atome et $\vec{L}$ le moment cinétique de l'atome.

Modèles microscopiques ?
- $\Delta\vec{B} \Rightarrow \Delta\vec{\mu} = -\frac{q^2}{4m}r^2\Delta\vec{B}$: diamagnétisme
- E$= -\vec{\mu}\vec{B}$: paramagnétisme

1.3 Nécessité et mise en place d'un modèle quantique

Hamiltonien de Pauli :

$$H = \sum \frac{(\vec{p_i} - q\vec{A}(\vec{r_i}))^2}{2m} + U(\vec{r_1}, ..., \vec{r_n}) \tag{1}$$

avec $\vec{A}$ le potentiel vecteur.
Soit :

$$Z = \frac{1}{\alpha}\int d\vec{p_1}...d\vec{p_n}\int d\vec{r_1}...d\vec{r_n}\exp{(-\frac{H}{k_bT})} \tag{2}$$

On pose $\vec{p_i}' = \vec{p_i} - q\vec{A}(\vec{r_i})$, soit :

$$Z(T,B) = \frac{1}{\alpha}\int d\vec{p_1}'...d\vec{p_n}'\int d\vec{r_1}'...d\vec{r_n}'\exp{(-\frac{H'}{k_bT})} = Z(T,0) \tag{3}$$

Approche quantique :
$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$
Axe de quantification suivant $\vec{e_z}$ tel que $\vec{B_{ext}} = B\vec{e_z}$.
$\mu_z = -g\frac{e}{2m}h(m_l + m_s) = -g\mu_B(m_l + m_s)$
avec $\mu_B = 9,27.10^{-24}$A.m2 le magnéton de Bohr,
m_l : le nombre quantique orbitalaire $\in \mathbb{Z}$,
m_s : le nombre quantique spin $\pm$ 1/2,
g : facteur de Landé

2 Paramagnétisme

2.1 Cadre de l'étude

Moment magnétique non nul sur chaque atome, $\vec{\mu} \neq \vec{0}$
Pas d'interaction entre les différents $\vec{\mu_i}$

On a : $m_l = 0, m_s = \pm 1/2$. Soit :
$\mu_z = -g\mu_B m_s$.
Donc $H = -\mu_z B = g\mu_B m_s B$

2.2 Calcul de l'aimantation

On a :

$$P(1/2) = \frac{\exp\left(-\frac{H(1/2)}{k_b T}\right)}{Z} \tag{4}$$

avec Z =$\exp\left(-\frac{H(1/2)}{k_b T}\right) + \exp\left(\frac{H(1/2)}{k_b T}\right)$.
De même :

$$P(-1/2) = \frac{\exp\left(\frac{H(1/2)}{k_b T}\right)}{Z} \tag{5}$$

On a :

$$< \mu_z >= \mu_z(1/2)P(1/2) + \mu_z(-1/2)P(-1/2) = \frac{-g\mu_B 1/2 \exp\left(-\frac{H(1/2)}{k_b T}\right) + g\mu_B 1/2 \exp\left(-\frac{H(1/2)}{k_b T}\right)}{\exp\left(-\frac{H(1/2)}{k_b T}\right) + \exp\left(\frac{H(1/2)}{k_b T}\right)} \tag{6}$$

Finalement

$$M = \frac{N}{V}\frac{g\mu_B}{2}\tanh\left(\frac{g\mu_B B}{2k_b T}\right) \tag{7}$$

2.3 Susceptibilité

A forte température et B faible :
$\tanh\left(\frac{g\mu_B B}{2k_b T}\right) \sim \frac{g\mu_B B}{2k_b T}$

$$\Rightarrow M = \frac{N}{V}\left(\frac{g\mu_B}{2}\right)^2\frac{B}{k_b T} \tag{8}$$

On a

$$\chi_m = \frac{N}{V}\frac{g\mu_B}{2}\frac{1}{k_b T} \tag{9}$$

On a $\chi_m \sim \frac{1}{T}$, loi de Curie

3 Ferromagnétisme

3.1 Origine microscopique

On a :
$g\mu_B \sim 10^{-23}$ A.m^2
$2k_b \sim 10^{-23}$ J.K^{-1}
$\frac{B}{T} << 1$

3.2 Hamiltonien d'Heisenberg, approximation de champ moyen

$H_{i,j} = -J m_{s_i} m_{s_j}$,
avec $J > 0$.
On a l'hamiltonien de Heisenberg :

$$H_H = g\mu_B B \sum m_{s_i} - J \sum m_{s_i} m_{s_j} \tag{10}$$

On a :

$$H_i = g\mu_B B m_{s_i} - J m_{s_i} \sum m_{s_j} = g\mu_B m_{s_i}\left(B - \frac{J}{\mu_B B}\sum m_{s_j}\right) \tag{11}$$

et on pose $B_{eff} = B + B_m = B - \frac{J}{\mu_B B}\sum m_{s_j}$

Approximation de champ moyen

$$H_i = g\mu_B m_{s_i}\left(B - \frac{J}{\mu_B B}\sum < m_{s_j} >\right) \tag{12}$$

avec $\sum < m_{s_j} >= p\frac{<\mu_z>}{g\mu_B}$ (p le nombre de voisin).

On a alors :

$$B_m = \frac{J}{(g\mu_B)^2} p < \mu_z >= \frac{V}{N} \frac{pJ}{(g\mu_B)^2} M = \lambda M \tag{13}$$

On a donc : $B_{eff} = (B + \lambda M)$. Donc :

$$M = \frac{N}{V} \frac{g\mu_B}{2} \tanh(\frac{g\mu_B}{2k_bT}(B + \lambda M)) \tag{14}$$

3.3 Evolution de l'aimantation en fonction de la température

On pose $x = \frac{g\mu_B}{2k_bT}\lambda M$ Soit :

$$M = \frac{N}{V} \frac{g\mu_B}{2} \tanh(x) \tag{15}$$

et

$$M = \frac{N}{V} \frac{g\mu_B}{2} x \tag{16}$$

avec

$$T_C = \frac{pJ}{4k_b} \tag{17}$$

4 Remarques, questions