

LP45 : PARAMAGNÉTISME, FERROMAGNÉTISME, APPROXIMATION DU CHAMP MOYEN

25 janvier 2017

fero, fers, ferre, tuli, latum : porter

Jeanne Bernard & Anne Missiaen

Niveau : L3

Commentaires du jury

2017 :

Bibliographie

- ♣ *Physique Statistique*, **Diu** → Parties II et III
- ♣ *Physique de l'état solide*, **Kittel** → Complète bien le Diu
- ♣ *Electromagnétisme 4*, **BFR** → Partie I et approche simplifiée de la suite
- ♣ *Electromagnétisme 2*, **Feynmann** → *Il était une fois ...*
- ♣ *Magnétisme, Fondements*, **Trémolet de Lacheisserie** → *J'ai juste regardé la partie sur les moments cinétiques/moments magnétiques qui est très claire. Le reste est surement très bien aussi!*

Prérequis

- Electromagnétisme dans la matière
- Electrons célibataires (orbitales moléculaires)
- Notion de spin
- Facteur de Boltzmann

Expériences

- ☛ Transition ferro-para

Table des matières

1	Origine du magnétisme dans la matière	2
1.1	D'un point de vue macroscopique	2
1.2	Limite du modèle classique (<i>sur transparent</i>)	2
1.3	Quantification du moment cinétique	3
2	Paramagnétisme	3
2.1	Origine microscopique et calcul de l'aimantation	3
2.2	Interprétation	4
3	Ferromagnétisme	4
3.1	Origine microscopique : interaction d'échange	4
3.2	Approximation du champ moyen et calcul de l'aimantation	5
3.3	Transition ferro-para	5
3.4	Domaines de Weiss	6

Introduction

On observe le magnétisme dans la vie courante. Certains matériaux sont aimantés d'autres non, ou seulement en présence d'un champ extérieur. Les propriétés de ces matériaux s'expliquent par des interactions à l'échelle microscopique et c'est ce que l'on va étudier dans cette leçon.

1 Origine du magnétisme dans la matière

1.1 D'un point de vue macroscopique

✦ BFR

L'aimantation est la réponse de la matière à une excitation magnétique \vec{H} . Elle est définie telle que :

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad (1)$$

On appelle χ_m la susceptibilité magnétique (sans dimension). Si elle est négative, on parle de matériaux **diamagnétiques**, dont l'aimantation est dans le sens opposé du champ qui leur ait imposé. Si elle est positive, on parle de matériaux **paramagnétiques** : leur aimantation s'aligne avec le champ exciteur.

ODG

- $\chi_m \sim 10^{-3}$ **pour un paramagnétique**
- $\chi_m \sim -10^{-3}$ **pour un diamagnétique**

On peut étendre cette notion à des matériaux qui présentent une très forte aimantation, même si en réalité la relation liant \vec{M} et \vec{H} n'est plus linéaire. On a alors des valeurs de l'ordre de $\chi_m = 10^6$. Il s'agit des matériaux **ferromagnétiques** qui seront l'objet du III.

Exemples : Ni, Co, Fe.

Pour comprendre ce qu'il se passe, il faut passer à un niveau microscopique.

1.2 Limite du modèle classique (*sur transparent*)

✦ Feynmann p.267, 277 ; BFR p.147 ; Diu p.327

On peut d'abord penser à une description classique des atomes et des électrons mais on va vite se rendre compte de l'ineptie d'une telle description.

On considère un électron de masse m et de charge $-e$ en rotation autour du noyau immobile auquel il est lié. L'électron en mouvement crée un champ magnétique. On s'intéresse à la moyenne de ce champ dans le temps.

$$\vec{M} = -\frac{e}{T} \vec{S} = -\frac{e}{2T} \int \vec{r} \wedge d\vec{r} = -\frac{e}{2T} \int \vec{r} \wedge \frac{d\vec{r}}{dt} dt = -\frac{e}{2T} \int \vec{r} \wedge \vec{v} dt = -\frac{1}{2} \langle \vec{r} \wedge e \vec{v} \rangle \quad (2)$$

L'électron subit une force centrale de la part du noyau, le moment cinétique est donc une constante du mouvement et vaut : $\vec{L} = \langle \vec{r} \wedge m \vec{v} \rangle$. On a donc :

$$\vec{M} = -\frac{e}{2m} \vec{L} \quad (3)$$

Il y a donc un lien direct entre le moment magnétique et le moment cinétique de l'atome. Cependant, trois observations mettent en évidence les limites de ce modèle et la nécessité d'une quantification du moment magnétique :

- Expérience de Stern et Gerlach (1921) : atomes d'argent déviés par un champ magnétique ne sont pas répartis continuellement mais suivent deux directions privilégiées.
- Théorème de Van Leeuwen (1911) : analyse statistique dit que paramagnétisme et diamagnétisme se compensent et donc il n'y a pas d'aimantation.
- Aspect énergétique

La description classique n'explique donc pas l'aimantation de la matière et l'expérience de Stern et Gerlach suggère la quantification du moment magnétique.

1.3 Quantification du moment cinétique

↗ BFR p.155

On considère une quantification selon l'axe z . Les valeurs de l_z la composante du moment cinétique selon z sont espacées de \hbar , deux à deux opposées et il y en a un nombre fini. On introduit j le **nombre quantique de moment cinétique** et on définit ainsi les valeurs extrêmes prises par l_z : $-j\hbar$ et $j\hbar$. On introduit également m_j le **nombre quantique magnétique** qui peut prendre les valeurs :

$$m_j \in \{-j; -j+1; \dots; j-1; j\} \quad (4)$$

Le moment cinétique total est composé d'une partie orbitale (qui s'apparente à la description classique) et d'une partie intrinsèque, dite de **spin**. On a donc $j = l + s$. Pour tenir compte de ces deux composantes, on introduit un facteur de proportionnalité supplémentaire entre le moment magnétique et le moment cinétique : g le facteur de Landé.

$$\mathcal{M}_z = -g \frac{e}{2m} \hbar m_j = -g \mu_B m_j \quad (5)$$

avec $\mu_B = \frac{\hbar e}{2m} \sim 9,3 \cdot 10^{-24} A.m^2$.

Pour l'argent, $l = 0$ donc $j = s = \frac{1}{2}$. Ce qui donne 2 valeurs possibles pour \mathcal{M}_z . On trouve expérimentalement $-\mu_B$ et $+\mu_B$, ce qui donne un facteur de Landé $g = 2$.

ODG : spin nucléaire $\simeq 10^{-3} \times$ spin électronique donc négligé dans toute la suite

Dès qu'un atome ou une molécule possède un électron célibataire dans ses orbitales de valence, le spin de cet électron est libre de s'orienter selon la direction du champ magnétique. On a ainsi une première intuition du paramagnétisme.

↓ On va maintenant s'intéresser aux matériaux paramagnétiques.

2 Paramagnétisme

2.1 Origine microscopique et calcul de l'aimantation

↗ BFR p.166, Feynmann

On ne en prend en compte que le spin des électrons. On a donc deux valeurs de moment magnétique : $\frac{1}{2}g\mu_B$ et $-\frac{1}{2}g\mu_B$ avec $g = 2$.

On applique maintenant un champ extérieur $\vec{B} = B\vec{e}_z$. On considère que les électrons voient un champ constant. On fait donc une première **approximation de champ moyen** même si ce n'est pas de cette approximation que l'on parle lorsqu'on évoque le champ moyen (cf partie III). Les énergies ($E = -\mathcal{M}_z B$) des deux états de moments dipolaires opposés lorsqu'un champ extérieur B est appliqué sont :

$$E_+ = \frac{1}{2}g\mu_B B = \mu_B B \quad \text{et} \quad E_- = -\frac{1}{2}g\mu_B B = -\mu_B B \quad (6)$$

À l'équilibre thermique à T , on définit les probabilités d'occupation de ces deux états à l'aide des facteurs de Boltzmann :

$$P_+ = \frac{e^{\frac{-E_+}{k_B T}}}{e^{\frac{-E_+}{k_B T}} + e^{\frac{-E_-}{k_B T}}} \quad \text{et} \quad P_- = \frac{e^{\frac{-E_-}{k_B T}}}{e^{\frac{-E_+}{k_B T}} + e^{\frac{-E_-}{k_B T}}} \quad (7)$$

On pose $u = \frac{\mu_B B}{k_B T}$. On cherche maintenant l'aimantation globale du matériau :

$$M = n \langle \mathcal{M}_z \rangle = n(-\mu_B P_+ + \mu_B P_-) = n\mu_B \frac{e^u - e^{-u}}{e^u + e^{-u}} \quad (8)$$

D'où :

$$M = n\mu_B \text{th} \left(\frac{\mu_B B}{k_B T} \right) \quad (9)$$

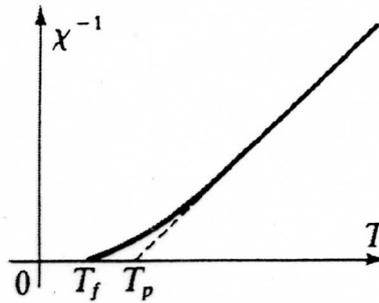
2.2 Interprétation

On voit dans l'expression de l'aimantation que le paramagnétisme résulte directement de la compétition entre énergie magnétique et agitation thermique.

- à grand champ et basse température : l'aimantation est maximale ;
- à haute température (et champ faible) : on peut faire un développement limité de M

$$M \simeq n \frac{\mu_B^2 B}{k_B T} \tag{10}$$

On retrouve la loi de Curie, vérifiée aux hautes températures.



Cependant, à plus basse température la loi de Curie n'est plus vérifiée. De plus, on voit qu'en dessous d'une température la susceptibilité devient très grande. Nous allons maintenant nous intéresser à des cas où la susceptibilité est de l'ordre de 10^6 .

↓ De plus, le paramagnétisme n'explique pas l'existence d'aimant permanent.

3 Ferromagnétisme

3.1 Origine microscopique : interaction d'échange

↪ Diu p.450

Le ferromagnétisme se manifeste à température ambiante pour le fer, le nickel, le cobalt et des alliages contenant ces métaux ou d'autres. Il résulte d'une interaction entre les spins des atomes voisins, qui permet l'existence d'une aimantation rémanente. Il s'agit d'une interaction d'échange.

On considère deux atomes situés sur les sites i et j et de spins \vec{S}_i et \vec{S}_j tel que :

$$\vec{M}_i = g\mu_B \vec{S}_i \quad \text{et} \quad \vec{M}_j = g\mu_B \vec{S}_j \tag{11}$$

et on introduit l'interaction d'échange de coefficient de couplage J_{ij} (exprimé en Joules) entre les spins de voisins immédiats. Le hamiltonien du système placé dans un champ \vec{B} uniforme est donc le hamiltonien d'Heisenberg :

$$H_{Heisenberg} = -g\mu_B \vec{B} \sum_{i=1}^N \vec{S}_i - J \sum_{\{i,j\}} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \quad \text{avec } J > 0 \tag{12}$$

Intéressons-nous maintenant plus particulièrement à cette interaction d'échange. On considère deux électrons des fonction d'onde :

$$\psi(1, 2) = \phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \chi_s(1, 2) \tag{13}$$

avec ϕ la fonction d'onde orbitale et χ_s la fonction d'onde de spin.

- si les spins sont parallèles : $\chi_s(1, 2) = \chi_s(2, 1)$ et donc $\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = -\phi(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$;

- si les spins sont antiparallèles : $\chi_s(1, 2) = -\chi_s(2, 1)$ et donc $\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \phi(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$.

Pour les spins parallèles, la fonction d'onde s'annule lorsque les deux électrons sont au même endroit (principe d'exclusion de Pauli) alors que des électrons de spins antiparallèles peuvent se trouver au même endroit. Deux électrons de spins parallèles sont donc en moyenne plus éloignés l'un de l'autre que deux électrons de spins antiparallèles. Leur énergie d'interaction coulombienne est donc plus faible. La configuration avec des spins parallèles est donc la plus favorable.

Lorsqu'un matériau ferromagnétique est exposé à un champ magnétique, ses spins s'orientent selon la direction du champ. Lorsque le champ disparaît, l'interaction d'échange entre les spins maintient l'aimantation du matériau.

3.2 Approximation du champ moyen et calcul de l'aimantation

☛ Diu p.454

Pour un site i , on considère l'hamiltonien :

$$H_i = -g\mu_B \vec{B} \cdot \vec{S}_i - J \sum_j \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j = -g\mu_B \vec{S}_i \cdot \left(\vec{B} + \frac{J}{g\mu_B} \sum_j \vec{S}_j \right) \quad (14)$$

Ainsi, l'atome i subit un champ :

$$B_i = \vec{B} + \frac{J}{g\mu_B} \sum_{j \text{ plus proches voisins}} \vec{S}_j \quad (15)$$

Le deuxième terme correspond au champ créé par les atomes voisins de l'atome i .

L'approximation du champ moyen, proposée par P.Weiss en 1907, consiste à considérer ce champ moléculaire comme constant et à le remplacer par sa valeur moyenne

Or

$$\left\langle \sum_{j=1}^p \vec{S}_j \right\rangle = p \langle \vec{S}_i \rangle \quad \text{et} \quad \vec{M} = ng\mu_B \langle \vec{S}_i \rangle \quad (16)$$

D'où

$$\vec{B}_{eff} = \vec{B} + \underbrace{\frac{pJ}{(g\mu_B)^2 n}}_{\lambda} \vec{M} \quad (17)$$

\vec{B}_{eff} , \vec{B} , \vec{M} sont colinéaires.

On obtient ainsi une équation auto-cohérente sur l'aimantation en reprenant l'expression que l'on avait calculée dans le cas du paramagnétique, mais en remplaçant le champ \vec{B} par le champ \vec{B}_{eff} que l'on vient de calculer.

$$M = \frac{g\mu_B n}{2} \text{th} \left(\frac{g\mu_B}{2k_B T} (B + \lambda M) \right) \quad (18)$$

↓ On peut se demander pourquoi on n'a pas tenu compte de cette interaction d'échange avant dans le paramagnétique, c'est l'objet de la prochaine partie.

3.3 Transition ferro-para

☛ Diu p.456 et Kittel pour les graphs



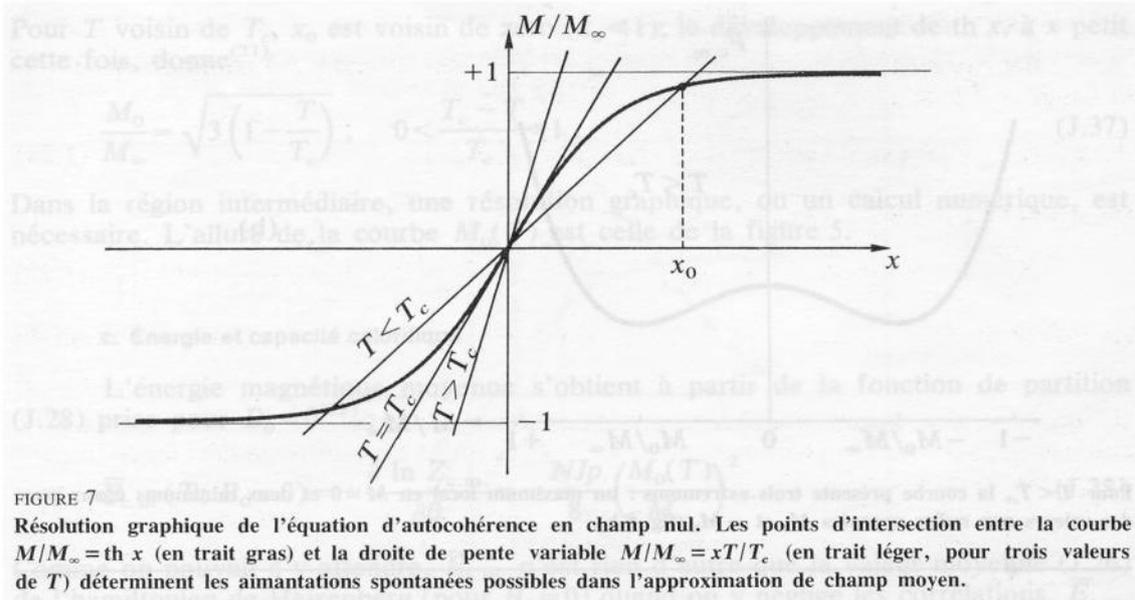
Clou chauffé devient paramagnétique



⊖ 3min

Astuce : utiliser une chaine de trombones (chauffe beaucoup plus vite!)

On peut résoudre l'équation auto-cohérente graphiquement en champ nul :



On voit l'apparition d'une température critique, dite **température de Curie** au-dessus de laquelle, il n'y a plus de solution de l'équation non-nulle. Si l'aimantation est nulle en l'absence de champ, alors on a affaire à un paramagnétique.

Attention : l'interaction d'échange n'a pas disparu. Seulement, au-dessus d'une certaine température, l'agitation thermique prend le dessus et il n'y a plus d'aimantation rémanente en champ nul.

	Matériau	T_c (K)
ODG : Kittel p.404	Fe	1043
	Co	1388
	Ni	627
	Gd	292
	Dy	88
	$Nd_2Fe_{14}B$	583

↓ On a vu ce qu'il se passe à l'échelle de l'atome, on peut prendre un peu de recul et observer ce qu'il se passe à l'échelle d'un morceau de matériaux ferromagnétique

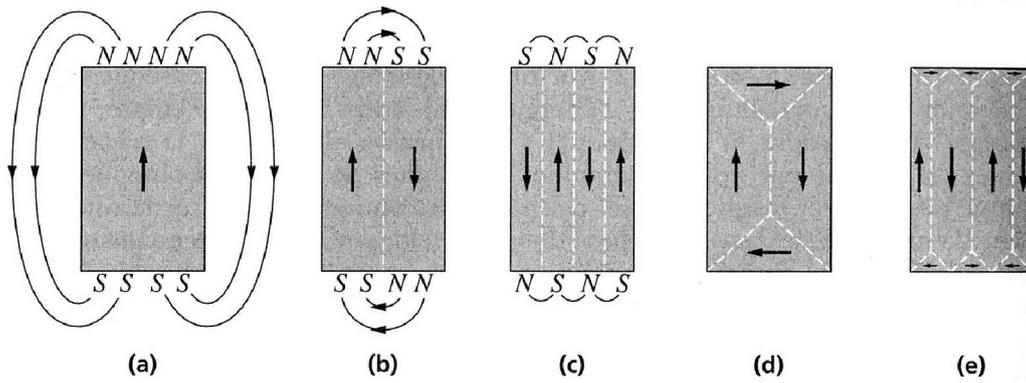
3.4 Domaines de Weiss

Kittel p.421

Quand on considère un matériau de taille macroscopique, on observe des domaines d'aimantations différentes. Ce sont les **domaines de Weiss**. Dans chaque domaine, on dit que l'aimantation est **saturée**, c'est-à-dire que tous les moments sont alignés. Le matériau est entièrement saturé si il ne contient qu'un domaine, autrement dit si tous les moments (à l'échelle du matériau) sont alignés.

Lorsqu'on applique un champ magnétique, les domaines dont l'aimantation est dans le sens du champ s'étendent aux dépens des autres. De plus, sous un fort champ, l'aimantation de domaines entiers peut changer de sens. [image Kittel p.421](#)

De plus, lorsque l'on coupe le champ, les domaines se réorganisent pour minimiser le champ à l'extérieur et minimiser les interfaces, comme on le voit sur la figure ci-dessous.



Projection des domaines de Weiss

🖱️ ⌚ 3min

Application aux disques durs Les disques durs sont constitués de matériaux ferromagnétiques dont l'arrangement des domaines code de l'information. Une tête de lecture "lit" l'aimantation des zones et traduit en binaire. C'est pour ça que si on approche un aimant d'un disque dur, on perd des données.

Conclusion

On a vu comment expliquer l'aimantation à l'échelle microscopique, il faut maintenant dézoomer et observer ces phénomènes à l'échelle macroscopique.

Questions, commentaires, patron pour avion en papier