

LP47 - Mécanismes de la conduction électrique dans les solides

23 Février 2018 - Présentée par Oliver Tolfts

Correction : B. Lelu¹, G. Pillet²

Rapports du jury

2017 Cette leçon ne concerne pas que la conduction dans les métaux.

2014 Dans la présentation du modèle de Drude, les candidats doivent être attentifs à discuter des hypothèses du modèle, en particulier celle des électrons indépendants. Le jury se permet par ailleurs de rappeler aux candidats que les solides ne sont pas tous métalliques. Voir également le commentaire sur la leçon 29 [Ondes électromagnétiques dans les milieux conducteurs].

Jusqu'en 2013, le titre était *Mécanismes de la conduction électrique. Loi d'Ohm. Effet Hall. Applications.*

2009, 2010 Dans cette leçon, il est important de bien distinguer les grandeurs microscopiques et les grandeurs moyennes.

2008 La conduction électrique dans les semi-conducteurs est en général présentée de manière très approximative.

2001 Si l'on utilise le modèle de Drude, on s'efforcera d'en préciser les limites. Une approche probabiliste peut être envisagée. La théorie quantique de la conduction peut être évoquée.

Commentaires généraux

La leçon n'était pas suffisamment préparée. Le plan de la leçon est correct, mais il faut clairement revoir les idées importantes à transmettre. Avant de parler d'un sujet pendant 50 minutes sans pauses, il faut avoir en tête un fil conducteur, une idée globale qui relie toutes les parties entre elles, et la justification de pourquoi on présente telle chose ou telle autre. Dans le II de cette leçon, sur la théorie de Sommerfeld, les parties s'enchaînaient sans lien logiques entre elles et certains calculs ont été fait sans pouvoir être justifiés par la suite.

Du point de vue de la forme, le rythme n'était pas très soutenu, ce qui est bien sûr relié au manque de préparation. Un point positif est que Oliver a parfois pris quelques secondes pour relire ses notes avant de commencer une nouvelle sous partie, ce qui permet d'avoir les idées claires sur ce qu'on va dire. On ne peut cependant pas réinventer toute la leçon *en live* !

Retour sur la leçon présentée

Introduction : Une définition propre d'un milieu conducteur d'électricité n'est pas évidente et fait intervenir, dans le cas des solides, les bandes d'énergies. On peut pour cette introduction commencer justement par une définition assez simple, comme par exemple tout matériau possédant des charges électriques libres, en précisant que la notion de conducteur va prendre son sens avec la notion de bande de conduction et de valence.

1 Modèle de Drude

1.1 Présentation et hypothèses

La présentation du modèle de Drude était bien, mais les hypothèses sur les chocs, dites dans la partie ?? auraient méritées d'être énoncées ici. Attention, considérer un gaz parfait d'électrons d'une part et négliger les interactions e^-e^- et e^- -ions d'autres part, sont deux jeux d'hypothèses identiques. Mieux vaut privilégier la deuxième formulation qui est plus explicite. Des ordres de grandeurs pour comparer la densité pour un gaz et un métal étaient une bonne idée, mais on aurait aimé une comparaison entre différents solides, afin de vérifier qualitativement si la densité dépend bien du nombre d'électrons de valence. De plus, quand on parle de la densité d'un gaz, il faut préciser les conditions de température et de pression.

1.2 Calcul de la conductivité

De nouvelles hypothèses sur les chocs que subissent les électrons ont été faites ici. C'est un point délicat de la leçon. On raisonne ici sur un électron. Le choc a lieu avec une probabilité $1/\tau$, après le choc l'électron repart dans une direction aléatoire, et sa norme v_0 est celle correspondant à la vitesse moyenne à l'équilibre thermique. On voit ici qu'il faut ajouter l'hypothèse que le solide considéré est à l'équilibre thermique, afin de pouvoir définir une température. v_0 est bien sûr donné par la distribution de Maxwell - Boltzmann, mais encore faut-il le préciser !

On voit que l'aspect probabiliste des chocs et des directions de propagations ne permet pas de faire un bilan sur un unique électron. On doit alors moyenner sur un volume. Le choix du volume est important et doit être

1. bastien.lelu@gmail.com

2. grimaud.pillet@ens-lyon.fr

discuté. Dans le modèle de Drude, les collisions des électrons se font avec le réseau, la distance typique entre deux chocs, le libre parcours moyen l , est alors de l'ordre de $1\text{\AA}$ à $10\text{\AA}$. Dans ce cadre, le volume sur lequel on moyenne doit être d'une taille caractéristique grande devant l .

Sans champ, la moyenne $\langle v_0 \rangle$ sur le volume est nulle, et donc la densité de courant associée aussi. Avec champ (statique et uniforme sur le matériau), on peut appliquer le PDF, pendant un temps Δt dans lequel on suppose qu'il n'y a pas de chocs. On trouve alors la loi d'Ohm et l'expression de la conductivité $\sigma = \frac{ne^2\tau}{m_e}$.

Il est intéressant de signaler ici que v_0 qui est la vitesse thermique désordonnée, vaut de l'ordre de 10^5 m/s alors que la vitesse d'ensemble des électrons est $\langle v \rangle = \frac{-e}{m_e} E\tau \simeq 0.1$ mm/s

Oliver a donné des ordres de grandeurs de τ , mais on peut aussi réaliser une simple expérience de mesure de la conductivité σ d'un métal. Connaissant n , e et m_e , on peut en déduire τ . Le calcul d'un temps de parcours, permet, connaissant v_0 , de remonter au libre parcours moyen et à le comparer à la théorie de Drude. On trouve globalement $l \simeq 10\text{\AA}$. Cet accord n'est a posteriori qu'un coup de chance, mais il donne une certaine légitimité au modèle.

Par ailleurs, le modèle présente de nombreux problèmes. Oliver a parlé d'un fait expérimental³ qui était hors de porté au moment de l'introduction du modèle de Sommerfeld. Historiquement, le modèle de Drude a surtout été critiqué car il prévoyait que les électrons avaient une capacité calorifique volumique, contribuant pour $3/2k_B$, et une dépendance de la conductivité en $1/\sqrt{T}$. Des expériences faites à l'époque montrent que ces deux prédictions ne sont pas vérifiées.

2 Théorie de Sommerfeld

2.1 Formalisme du modèle

Oliver a annoncé que le modèle de Sommerfeld était une "approche quantique" du problème, mais sans expliciter qu'est ce qui est décrit de manière quantique. En effet il est important de préciser ici que la quasi seule modification de Sommerfeld au modèle de Drude est de considérer une statistique quantique de la répartition des vitesses des électrons. Toutes les autres hypothèses restent identiques. En particulier, la dynamique des électrons reste classique.

2.2 État fondamental du système

Partant de l'équation de Schrödinger, Oliver a développé le calcul permettant d'obtenir la vitesse de Fermi,

mais sans expliquer pourquoi on cherche à obtenir cette vitesse.

La première conséquence de prendre une statistique de Fermi-Dirac pour le gaz d'électron permet de montrer que la capacité calorifique due aux électrons est $3/2nk_B \frac{T}{T_F}$, divisant par 100 sa contribution. Ce qui permet de régler un des problèmes du modèle de Drude.

Le calcul de la vitesse de Fermi donne une vitesse 10 fois plus importante que dans le modèle de Drude. Faire des considérations d'ordres de grandeurs sur la modification du libre parcours moyen dans ce cas nous semble un peu fumeux. En effet, on a seulement un facteur 10 de différence, et le libre parcours moyen dans le modèle de Drude est donné de manière indicative à 1 ordre de grandeur près. On ne peut donc pas vraiment conclure avec ça.

Par contre la vitesse de Fermi ne dépend pas de la température (car la température de Fermi est ici très supérieure à la température ambiante). La seconde modification du modèle de Sommerfeld est de ne pas supposer que les collisions ont pas lieu avec les ions du réseau⁴. Une "amélioration" du modèle de Sommerfeld est de considérer que les collisions ont lieu avec les vibrations du réseaux cristallin, appelées phonons (qui ont été introduits quelques années après le modèle de Sommerfeld) dont la densité croît linéairement avec la température. Cette modification permet de trouver $\tau \propto 1/T$, ce qui règle le deuxième gros problème du modèle de Drude.

2.3 Calcul de la conductivité

Nous n'avons pas compris ce qu'Oliver a tenté de faire dans cette partie. Elle ne semblait pas reliée au calcul précédent. La partie s'appelle "calcul de la conductivité" mais nous n'avons pas vu d'expression de la conductivité.

La remise en cause du modèle de Sommerfeld vient principalement de la diversité des propriétés de conduction des métaux. En effet on a supposé que les électrons de valence des atomes deviennent des électrons de conduction pour le solide. Mais cette hypothèse est en désaccord avec de nombreuses observations, comme la différence de conductivité entre le Bore et l'Aluminium, alors qu'ils ont la même configuration électronique. Ou encore le fait que le graphite est conducteur alors que le diamant est isolant.

3 Modèle en Bandes

Il restait peu de temps à Oliver pour expliquer cette partie. Pourtant il a su synthétiser les choses essentielles, en expliquant avec les mains comment des bandes peuvent apparaître à partir d'un simple couplage d'orbitales atomiques, puis en traçant les bandes d'un métal

3. Le fait que la conductivité augmente dans des matériaux de plus en plus fins, d'épaisseur de l'ordre du libre parcours moyen

4. Cette remise en question *peut* se trouver en considérant que, avec la vitesse de Fermi, le libre parcours moyen est de l'ordre de $100\text{\AA}$, ce qui est "très grand" devant la maille cristalline et donc invalide l'hypothèse de collision avec les ions du réseau, mais bon...

conducteur isolant et semi-conducteur.

Par contre la définition de bande de conduction ou bande de valence était fausse et la différence entre isolant et semi conducteur n'a pas été expliqué de manière satisfaisante, alors que tout était réuni pour.

3.1 Conclusion :

En ouverture Oliver a parlé de Jonction PN, mais n'a su répondre à aucune question a ce sujet ! Il n'est pas nécessaire d'être un expert en Jonction PN pour cette leçon, mais éviter, surtout en conclusion, d'ouvrir sur un sujet que vous ne maîtrisez pas, ça amènera forcément à des questions déplaisantes.

Compléments

Le plan de la leçon, qui suit une approche historique est assez classique, mais tout à fait envisageable. Certaines parties comme le calcul de la vitesse de Fermi, peuvent être détaillées ou non. Là encore ça dépend de

vosre aisance sur le sujet. Vous pouvez très bien admettre l'expression de la vitesse de Fermi et passer plus de temps sur la partie I, en parlant de la loi de Wiedemann-Franz ou encore de l'effet Hall.

De même la partie sur la théorie des bandes peut être plus ou moins détaillée selon votre goût. Une approche simple par couplage d'orbitale est tout à fait possible en fin de leçon. À l'inverse, on peut détailler les intégrales des contributions à la conduction sur chaque bande, et montrer que la conduction associée à une bande remplie est nulle. Introduire un modèle simple de Jonction PN est également possible.

Enfin, n'oubliez pas que ces commentaires ne font que refléter l'avis des correcteurs, qui peuvent se tromper. Vous avez tout à fait le droit de ne pas les suivre (et vous avez même le devoir de ne pas les suivre aveuglément). En fin de compte c'est vous qui devez décider ce que vous faites de vos leçons.

Nous restons à votre disposition, par mail, en TP, ou lors de futures corrections, pour toute question, suggestion ou remarque.