

LP17 : Modèle du fluide parfait. Applications

Alexandre Koessler

Niveau : L2

Prérequis

- équation de Navier-Stokes et dérivée particulaire
- phénomènes de diffusion thermique
- statique des fluides
- bilans macroscopiques
- électrostatique et magnétostatique
- écoulements potentiels et tourbillonnaires

Expériences

- ☞ effet Coandă (balle de ping-pong)
- ☞ effet Venturi

Références

- [1] François Vandenbrouck, Bernard Salamito, and Dominique Chardon. *Physique : PC-PC* tout-en-un. J'intègre tout-en-un*. Dunod, Malakoff, 5e édition. édition, 2019.

Plan

1	Modèle du fluide parfait	2
1.1	Le fluide parfait	2
1.2	L'écoulement parfait	2
1.3	Application directe : l'effet Coandă	4
2	Relation de Bernoulli	5
2.1	Démonstration	5
2.2	Approche énergétique	7
3	Applications	8
3.1	Le tube de Pitot	8
3.2	Surface libre d'un tourbillon	8

But

Savoir appliquer les hypothèses du fluide parfait pour pouvoir résoudre l'équation de Navier-Stokes.

Introduction

Les équations de Navier-Stokes dans leurs formes la plus générale sont les équations qui permettent de décrire n'importe quelle fluide dans presque toutes les situations :

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla P + \eta \Delta \mathbf{v} + \rho \mathbf{g} + \mathbf{f}_v \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Mais celles-ci sont souvent très difficiles à résoudre mais dans le cas d'hypothèses d'incompressibilité et de non viscosité, ces équations peuvent se résoudre analytiquement.

1 Modèle du fluide parfait

1.1 Le fluide parfait

Définition**Fluide parfait :**

Fluide pour lequel la viscosité dynamique η et sa conductivité thermique λ sont strictement nulles.

De cette forte hypothèse, on peut en déduire quelques caractéristiques de ce fluide :

- Le fluide vérifie l'équation d'Euler :

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla P + \rho \mathbf{g} + \mathbf{f}_v \quad (2)$$

- Les conditions aux limites de ce fluide avec un solide ne concernent que les composantes orthogonales de la vitesse. Comme le fluide est sans viscosité, il peut glisser le long d'une paroi mais sans pénétrer le solide :

$$\mathbf{v}_{\text{solide}} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{v}_{\text{fluide}} \cdot \mathbf{n} \quad (3)$$

avec \mathbf{n} le vecteur normal à la surface du solide. On a aussi la même chose pour un contact entre deux fluides parfaits.

- L'évolution de ce fluide est isentropique (la démo est peu pertinente ici pas besoin d'en parler).

En pratique, cette hypothèse est trop forte car seul les superfluides la vérifient et dans des conditions particulières (par exemple l'Hélium 4 devient superfluide en-dessous de 2.17 K et 25 MPa. Cette hypothèse est équivalente à une dissipation nulle de l'énergie et une diffusion nulle de la quantité de mouvement du fluide.

1.2 L'écoulement parfait

On réalise alors une hypothèse moins forte, à savoir que l'on va plutôt négliger les termes de diffusion visqueuse et thermique devant le terme de convection.

Définition**Écoulement parfait :**

Écoulement qui se comporte comme fluide parfait puisque tous les phénomènes de diffusion peuvent être négligés.

Afin de comparer les phénomènes de diffusions à la convection, on introduit les nombres suivants :

- le nombre de Reynolds qui peut s'interpréter comme le rapport du terme de convection et du terme de viscosité dans l'équation de Navier-Stokes :

$$\text{Re} = \frac{|\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}|}{|\eta \Delta \mathbf{v}|} = \frac{\rho \frac{V^2}{L}}{\eta \frac{V}{L^2}} = \frac{\rho V L}{\eta} \quad (4)$$

avec V et L les ordres de grandeurs respectivement de la vitesse de l'écoulement et de la taille caractéristique sur laquelle se fait l'écoulement.

On peut aussi introduire par analogie avec la diffusion thermique, la viscosité cinématique ν qui a la même dimension qu'un coefficient de diffusion :

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (5)$$

Ainsi, le nombre de Reynolds peut aussi être interprété comme le rapport des temps caractéristiques d'évolution des phénomènes visqueux $\tau_\nu = \frac{L^2}{\nu}$ et de convection $\tau_c = \frac{L}{V}$:

$$\text{Re} = \frac{\tau_\nu}{\tau_c} = \frac{VL}{\nu} \quad (6)$$

- le nombre de Péclet qui lui compare les temps caractéristiques de diffusion thermique $\tau_\theta = \frac{L^2}{D}$ et de convection τ_c :

$$\text{Pe} = \frac{\tau_\theta}{\tau_c} = \frac{VL}{D} \quad (7)$$

Pour avoir un écoulement parfait, on doit alors avoir $\text{Re} \gg 1$ et $\text{Pe} \gg 1$. On peut donner quelques ordres de grandeur :

Situation	V (m s ⁻¹)	L (m)	Coefficients de diffusion (m ² s ⁻¹)	Nombres associés
Jet d'eau d'un robinet	1	1	$\nu = 10^{-6}$ $D = 10^{-7}$	$\text{Re} = 10^6$ $\text{Pe} = 10^7$
Voiture dans l'air	100	1	$\nu = 10^{-5}$ $D = 10^{-5}$	$\text{Re} = 10^7$ $\text{Pe} = 10^7$

Remarque

Des écoulements à haut nombre de Reynolds peuvent devenir turbulent. Ce n'est pas un problème tant que les turbulences ne descendent pas à l'échelle de dissipation visqueuse.

L'hypothèse de l'écoulement parfait implique que l'on néglige les phénomènes de viscosité mais ceux-ci existent toujours, en particulier proche d'obstacles solides où ces phénomènes ne sont plus négligeables. On parle alors de couche limite. On peut estimer la taille δ de cette couche en ordre de grandeur. On reprend les ordres de grandeurs précédents :

- les phénomènes de convection le long de la paroi de taille caractéristique L :

$$|\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}| \approx \frac{\rho V^2}{L}$$

- les phénomènes de dissipation visqueuse dans la couche d'épaisseur δ :

$$|\eta \Delta \mathbf{v}| \approx \frac{\eta V}{\delta^2}$$

On obtient alors l'ordre de grandeur de la couche limite lorsque ces deux phénomènes sont comparables :

$$\frac{\rho V^2}{L} = \frac{\eta V}{\delta^2} \Rightarrow \delta = \frac{L}{\sqrt{\text{Re}}} \quad (8)$$

Dans les exemples précédents, la couche limite est de l'ordre du millimètre, on peut donc la négliger.

Enfin, on ajoute les hypothèses du fluide incompressible et seulement soumis aux forces de pesanteur l'écoulement vérifie alors l'équation d'Euler :

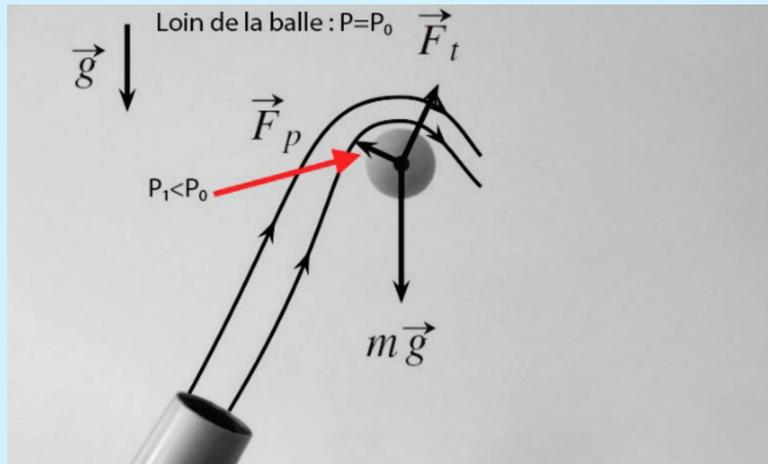
$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla P + \rho \mathbf{g} \quad (9)$$

On rappelle que l'incompressibilité implique $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ et par l'équation de conservation de la masse, on a alors $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$. On rappelle aussi que l'incompressibilité est aussi une conséquence du fait que $V \ll c_{\text{son}}$.

1.3 Application directe : l'effet Coandă

☕ Expérience

Lévitaiton d'une balle de ping-pong au-dessus d'un sèche-cheveux - Guyon



Considérons une balle de ping-pong volant au-dessus d'un sèche-cheveux. Si on ne met pas d'angle, la position de la balle de ping-pong est stable par compensation de la force exercée par le sèche-cheveux et de la force de pesanteur. Si jamais on introduit maintenant un angle par rapport à la verticale comme montré Figure 1, on peut s'intéresser à la position d'équilibre de la balle de ping-pong. Soit $\mathbf{v} = v(r, z, t)\mathbf{e}_\theta$ la vitesse de la balle de ping-pong en coordonnées polaires. Pour cette étude, on néglige la force de pesanteur. L'équation d'Euler se réécrit donc comme :

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla P \quad (10)$$

$$\Rightarrow \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} \mathbf{e}_\theta + \frac{v}{r} \frac{\partial (v \mathbf{e}_\theta)}{\partial \theta} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} \mathbf{e}_r \quad (11)$$

$$\Rightarrow \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} \mathbf{e}_\theta - \frac{v^2}{r} \mathbf{e}_r \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} \mathbf{e}_r \quad (12)$$

Par projection sur l'axe \mathbf{e}_r , on trouve finalement que :

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho \frac{v^2}{r} > 0 \quad (13)$$

La pression augmente lorsqu'on r augmente, c'est-à-dire lorsqu'on s'éloigne du rayon de courbure. Une différence de pression apparaît donc entre le centre et l'extrémité de la balle, d'où une force notée \mathbf{F}_p sur la Figure qui tend à aspirer la balle vers l'intérieur du flux d'air créé par le sèche-cheveux. Cet équilibre de la balle est appelé effet Coandă. Il est en partie responsable de la forme des ailes d'avion, l'effet Coandă tendant à surélever l'aile pour faciliter le décollage (voir la troisième partie sur la force de portance).

Pour les ordres de grandeurs, on a ici $L = 1 \text{ cm}$, $V = 1 \text{ m s}^{-1}$, on trouve alors $\text{Re} = 10^3$ et $\text{Pe} = 10^3$.

↓ Transition

On néglige les phénomènes de dissipation, on s'attend donc à une conservation de l'énergie traduite par la relation de Bernoulli.

2 Relation de Bernoulli

Pour démontrer la relation de Bernoulli, on utilise les hypothèses suivantes :

- fluide parfait
- écoulement stationnaire
- écoulement incompressible
- fluide soumis à des forces volumiques dérivant d'un potentiel (en particulier les forces de pesanteur)

2.1 Démonstration

L'équation d'Euler s'écrit alors sous ces conditions :

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\nabla \left(\frac{P}{\rho} \right) - \nabla e_p \quad (14)$$

En particulier pour seulement les forces de pesanteur, on a $e_p = gz$. Enfin, grâce à la formule d'analyse vectorielle

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = \nabla \left(\frac{v^2}{2} \right) + (\nabla \wedge \mathbf{v}) \wedge \mathbf{v} \quad (15)$$

cette relation se réécrit :

$$\nabla \left(\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + e_p \right) + (\nabla \wedge \mathbf{v}) \wedge \mathbf{v} = 0 \quad (16)$$

Remarque

On peut tout de suite rentrer ρ dans le gradient sans hypothèse de fluide homogène car lors de l'intégration le long d'une ligne de courant, on a :

$$\nabla \left(\frac{P}{\rho} \right) \cdot d\mathbf{l} = \frac{1}{\rho} \nabla P \cdot d\mathbf{l} - \frac{P}{\rho^2} \nabla \rho \cdot d\mathbf{l} \quad (17)$$

Or, l'incompressibilité nous donne que la masse volumique est constante et comme l'écoulement est stationnaire :

$$\frac{D\rho}{Dt} = \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{=0} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho = 0 \quad (18)$$

$$\Rightarrow \mathbf{v} \cdot \nabla \rho = 0 \quad (19)$$

Comme sur la ligne de courant $d\mathbf{l}$ et \mathbf{v} sont colinéaires, on en déduit $d\mathbf{l} \cdot \nabla \rho = 0$ et on a alors bien que :

$$\frac{1}{\rho} \nabla P \cdot d\mathbf{l} = \nabla \left(\frac{P}{\rho} \right) \cdot d\mathbf{l} \quad (20)$$

(pour aller plus vite, zapper cette remarque et introduire tout de suite l'hypothèse homogène)

On intègre alors cette équation le long d'une ligne de courant, puis on utilise le fait que sur une ligne de courant $d\mathbf{l}$ et \mathbf{v} sont colinéaires, on obtient alors :

$$\int_A^B \left[\nabla \left(\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + e_p \right) + (\nabla \wedge \mathbf{v}) \wedge \mathbf{v} \right] \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (21)$$

$$\Rightarrow \int_A^B \nabla \left(\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + e_p \right) \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (22)$$

$$\Rightarrow \left[\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + e_p \right]_A^B = 0 \quad (23)$$

On en déduit alors la relation de Bernoulli.

Important**Relation de Bernoulli :**

Le long d'une ligne de courant pour un fluide sous les hypothèses énoncées, on a conservation de la quantité suivante :

$$\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + e_p = \text{cste} \quad (24)$$

On remarque que pour un fluide immobile, on retrouve la statique des fluides.

On peut aussi retirer l'hypothèse de stationnarité et la remplacer par l'hypothèse d'un écoulement potentiel. Dans ce cas, on a $\mathbf{v} = \nabla \Phi$ où Φ est le potentiel des vitesses. L'écoulement est alors irrotationnel et on n'est plus obligé à se restreindre à l'intégration le long d'une ligne de courant puisque l'équation d'Euler se met directement sous la forme :

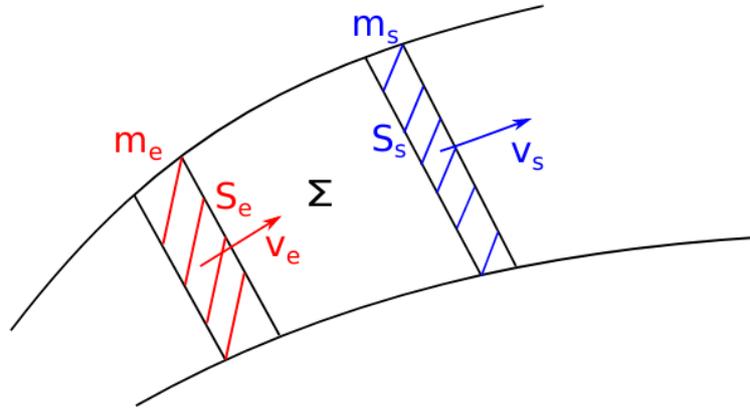
$$\nabla \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + e_p \right) = \mathbf{0} \quad (25)$$

D'où la quantité suivante conservé au cours du temps :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + e_p = \text{cste}(t) \quad (26)$$

2.2 Approche énergétique

La relation de Bernoulli peut s'interpréter comme une conservation de l'énergie massique du fluide. C'est, en effet, le cas car on va pouvoir la démontrer à partir du théorème de la puissance cinétique appliqué à un tube de courant. On réalise un bilan d'énergie cinétique sur le tube de courant suivant :



La variation d'énergie cinétique du système Σ pendant un intervalle de temps dt s'exprime :

$$dE_c = \left(E_c(t + dt) + \frac{1}{2} \delta m_s v_s^2 \right) - \left(E_c(t) + \frac{1}{2} \delta m_e v_e^2 \right) \quad (27)$$

L'écoulement est stationnaire d'où :

$$E_c(t + dt) = E_c(t) \quad (28)$$

De plus, l'écoulement est incompressible, on a alors avec D_m le débit massique :

$$\delta m_e = \delta m_s = D_m dt \quad (29)$$

On alors par le théorème de la puissance cinétique :

$$\frac{dE_c}{dt} = \frac{1}{2} D_m (v_s^2 - v_e^2) = \mathcal{P}_{\text{ext}} + \mathcal{P}_{\text{int}} \quad (30)$$

Les puissances des forces externes au système sont :

- les forces de pression à l'entrée et à la sortie de Σ , les forces de pression sur les surfaces latérales ne travaillent pas car elles sont orthogonales à l'écoulement :

$$\mathcal{P}_{\text{ext,pression}} = P_e S_e v_e - P_s S_s v_s \quad (31)$$

L'incompressibilité se traduit par $S_e v_e = S_s v_s = \frac{D_m}{\rho}$ d'où :

$$\mathcal{P}_{\text{ext,pression}} = D_m \left(\frac{P_e}{\rho} - \frac{P_s}{\rho} \right) \quad (32)$$

- la force de pesanteur :

$$\mathcal{P}_{\text{ext,gravité}} = \rho g (S_e v_e z_e - S_s v_s z_s) = D_m g (z_e - z_s) \quad (33)$$

Finalement, on obtient :

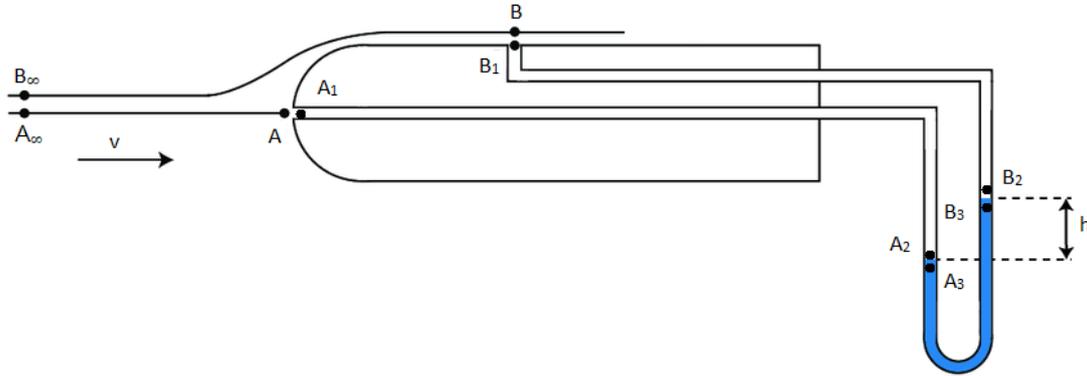
$$\mathcal{P}_{\text{int}} = \frac{dE_c}{dt} - \mathcal{P}_{\text{ext}} = D_m \left[\left(\frac{v_s^2}{2} - \frac{v_e^2}{2} \right) + \left(\frac{P_s}{\rho} - \frac{P_e}{\rho} \right) + (gz_s - gz_e) \right] \quad (34)$$

On trouve ici une interprétation énergétique du théorème de Bernoulli : le théorème de Bernoulli est vérifié si la puissance interne d'un système est conservée et inversement. Le théorème de Bernoulli traduit donc la conservation de l'énergie mécanique.

3 Applications

3.1 Le tube de Pitot

La relation de Bernoulli nous donne un lien direct entre la vitesse du fluide et sa pression. En utilisant un dispositif particulier on peut remonter à la vitesse d'un fluide en mesurant une pression : c'est le tube de Pitot. La mesure de pression se fait dans notre cas par l'intermédiaire de la statique des fluides, on lit alors une différence de hauteur mais elle peut se faire aussi directement avec un manomètre.



On a, de suite, $P_A = P_{A_1}$ et $P_B = P_{B_1}$.

De plus, on peut négliger la statique des fluides pour l'air, d'où $P_{A_1} = P_{A_2}$ et $P_{B_1} = P_{B_2}$.

Par continuité de la pression à l'interface de deux fluides parfaits, on a $P_{A_2} = P_{A_3}$ et $P_{B_2} = P_{B_3}$.

Enfin, la statique des fluides nous donne $P_{A_3} = P_{B_3} + \rho_{\text{eau}} g \Delta h$ soit :

$$P_A = P_B + \rho_{\text{eau}} g \Delta h \quad (35)$$

De plus, on a $P_{A_\infty} = P_{B_\infty} = P_0$.

Sur la ligne de courant entre A_∞ et A , on a d'après la relation de Bernoulli :

$$\frac{P_0}{\rho_{\text{air}}} + \frac{v^2}{2} = \frac{P_A}{\rho_{\text{air}}} + 0 \quad (36)$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(P_A - P_0)}{\rho_{\text{air}}}} \quad (37)$$

Enfin, sur la ligne de courant entre B_∞ et B , en supposant que les altitudes des deux points sont quasiment égales :

$$\frac{P_0}{\rho_{\text{air}}} + \frac{v^2}{2} = \frac{P_B}{\rho_{\text{air}}} + \frac{v^2}{2} \quad (38)$$

$$\Rightarrow P_B = P_0 \quad (39)$$

On en déduit alors :

$$v = \sqrt{\frac{2(P_A - P_B)}{\rho_{\text{air}}}} = \sqrt{2g \Delta h \frac{\rho_{\text{eau}}}{\rho_{\text{air}}}} \quad (40)$$

On se servait alors du tube de Pitot dans l'aéronautique et il permettait alors d'avoir une idée à quelle vitesse l'avion se déplace. A condition de savoir, la masse volumique de l'air à l'altitude où se déplace l'avion.

3.2 Surface libre d'un tourbillon

On souhaite étudier ici la surface libre d'un tourbillon (par exemple un béccher de solution agitée avec un agitateur magnétique). Pour cela, on considère un écoulement stationnaire, incompressible et parfait avec un vecteur tourbillon $\Omega = \omega \mathbf{e}_z$ dans un cylindre de rayon a et un écoulement irrotationnel à l'extérieur de

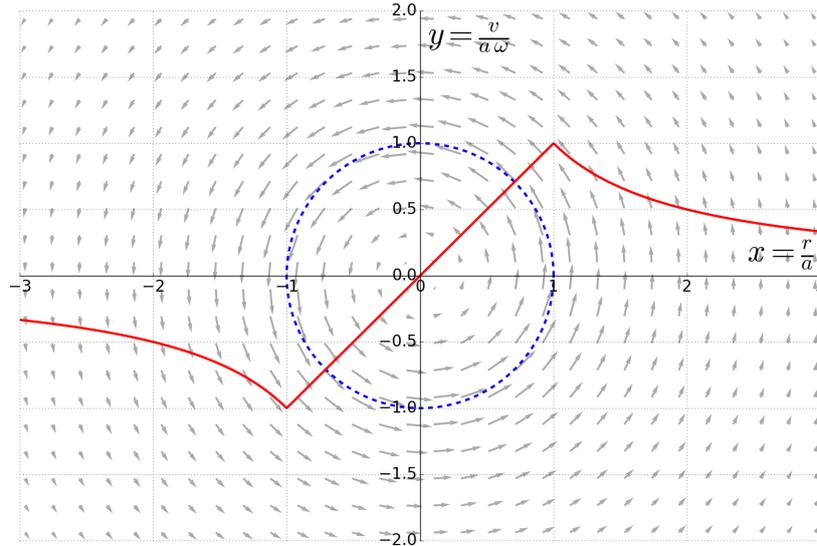


FIGURE 1 – Champ de vitesse du tourbillon vue dans un plan orthogonale à \mathbf{e}_z . La courbe en rouge correspond au module de la vitesse normalisée en fonction de la coordonnée radiale r normalisée.

ce cylindre.

Par analogie directe avec la magnétostatique, on remarque que cette situation est similaire avec un champ magnétique \mathbf{B} produit par un fil épais traversé par un courant \mathbf{j} uniforme. L'analogie est alors :

$$\Omega = \frac{1}{2} \nabla \wedge \mathbf{v} \quad \leftrightarrow \quad \nabla \wedge \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (41)$$

$$\mathbf{v} \quad \leftrightarrow \quad \mathbf{B} \quad (42)$$

$$2\Omega \quad \leftrightarrow \quad \mu_0 \mathbf{j} \quad (43)$$

On avait résolu cette situation par le théorème d'Ampère et on obtient alors :

$$\mathbf{v}(r) = \begin{cases} \omega r \mathbf{e}_\theta & \text{si } r \leq a \\ \omega \frac{a^2}{r} \mathbf{e}_\theta & \text{si } r > a \end{cases} \quad (44)$$

L'équation d'Euler s'écrit dans cette situation :

$$\nabla \left(\frac{v^2}{2} \right) + (\nabla \wedge \mathbf{v}) \wedge \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \mathbf{g} \quad (45)$$

Pour $r \leq a$, cela nous donne :

$$\omega^2 r \mathbf{e}_r - 2\omega^2 r \mathbf{e}_r = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{\partial P}{\partial z} \mathbf{e}_z \right) - g \mathbf{e}_z \quad (46)$$

ainsi, en projection sur \mathbf{e}_z et \mathbf{e}_r , on a :

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial r} = \rho \omega^2 r \\ \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \end{cases} \quad \Rightarrow \quad P(r, z) = -\rho g z + \rho \omega^2 \frac{r^2}{2} + \kappa \quad (47)$$

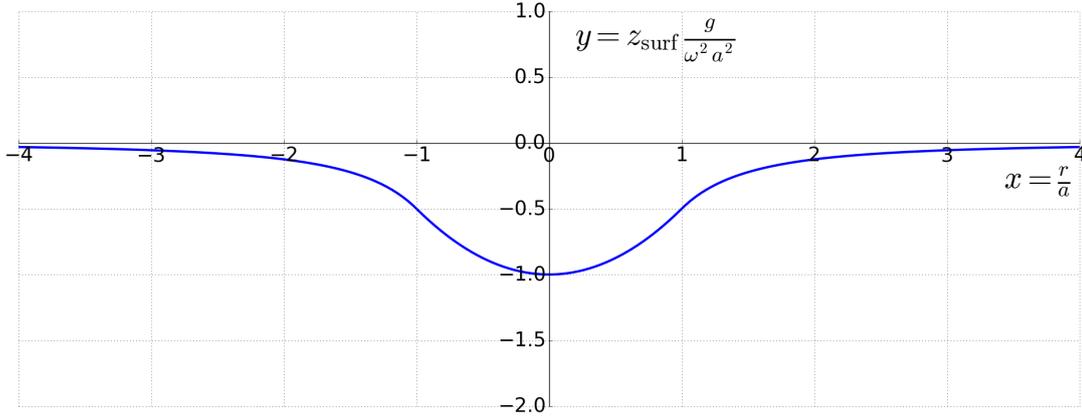


FIGURE 2 – Abscisse z_{surf} normalisée de la surface libre du tourbillon en fonction de la coordonnée radiale r normalisée

De même, pour $r > a$, on a alors :

$$-\omega^2 \frac{a^4}{r^3} \mathbf{e}_r + \mathbf{0} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{\partial P}{\partial z} \mathbf{e}_z \right) - g \mathbf{e}_z \quad (48)$$

d'où en projetant :

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial r} = \rho \omega^2 \frac{a^4}{r^3} \\ \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \end{cases} \Rightarrow P(r, z) = -\rho g z - \rho \omega^2 \frac{a^4}{2r^2} + \kappa' \quad (49)$$

Pour $r \rightarrow +\infty$ et pour $z = 0$ pris comme la surface, la pression vaut P_0 , la pression atmosphérique, d'où

$$\kappa' = P_0$$

De plus, on doit avoir continuité de la pression pour $r = a$, $P(a^+, z) = P(a^-, z)$, on obtient alors

$$\kappa = P_0 - \rho \omega^2 a^2$$

On en déduit alors :

$$P(r, z) = \begin{cases} P_0 - \rho g z + \rho \omega^2 \left(\frac{r^2}{2} - a^2 \right) & \text{si } r \leq a \\ P_0 - \rho g z - \rho \omega^2 \frac{a^4}{2r^2} & \text{si } r > a \end{cases} \quad (50)$$

Pour $z = z_{\text{surf}}$, on doit avoir $P(r, z_{\text{surf}}) = P_0$ par continuité de la pression à la surface entre deux fluides parfaits, ainsi :

$$z_{\text{surf}}(r) = \begin{cases} \frac{\omega^2}{g} \left(\frac{r^2}{2} - a^2 \right) & \text{si } r \leq a \\ -\frac{\omega^2}{g} \frac{a^4}{2r^2} & \text{si } r > a \end{cases} \quad (51)$$

Conclusion

Compléments

Questions

- **Tu as commencé par écrire l'équation de Navier Stokes, est-ce que c'est une seule équation, ou bien un système d'équation ?** N.S c'est un système d'équations, 1 vectorielle et 1 scalaire, donc 4 équations.
- **Où intervient λ dans l'équation ?** Dans les phénomènes de dissipation.
- **Si le fluide parfait c'est viscosité nulle. Est ce que c'est différent du cas $\eta \rightarrow 0$?** Oui c'est un passage à la limite discontinue.
- **Cas de la barque avec une personne dessus ; Quelle différence ?** Je ne me souviens plus de l'explication, à revoir.
- **Est ce que tu peux citer des exemples de fluides parfaits ?** Cas des superfluides, comme la viscosité est strictement nulle, le fluide va remonter les bords du récipient.
- **Que se passe-t-il à l'interface entre 2 fluides, si elle est courbée ?** Il n'y a pas d'énergie due à la tension de surface.
- **L'équation de N.S. marche pour décrire des fluides très différents. Comment on fait pour décrire ça ?** Il faut écrire N.S adimensionalisée, et du coup on trouve le même nombre de Reynolds.
- **Comment trouver des tailles caractéristiques ?** C'est souvent la taille caractéristique de l'objet solide dans l'écoulement.
- **C'est quoi la couche limite ?** Couche dans laquelle les phénomènes de dissipation visqueuses ne sont pas négligeables
- **Comment évolue la force de traînée avec le nombre de Reynolds** La force de traînée est en $\frac{1}{2} \rho S C_x v^2$. Donc la question c'est comment le C_x varie avec le nombre de Reynolds.
- **C'est quoi le petit creux dans l'évolution du C_x avec Re ?** Ça s'appelle la crise de traînée, ça correspond au moment où l'écoulement se décroche avec la turbulence, et où la force de traînée diminue brusquement.
- **Effet Coandă, tu peux revenir dessus ? A quoi correspond θ ?** Angle en coordonnées cylindriques
- **Comment peux tu justifier le $v = \text{cste}$ dans le cas de la balle de ping pong**
- **Peux tu réexpliquer l'origine de la force pour la balle de ping pong ? Problème de la différence de pression entre le haut et le bas ?** Le flux d'air est dissymétrique entre le haut et le bas.
- **Pourquoi dans l'écoulement de Bernoulli, tu as dit que $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$.** Quand $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$, ça signifie que le volume de la particule de fluide ne varie pas.
- **Qu'est ce que tu peux modifier avec l'écoulement potentiel ?** La constante dépend seulement du temps
- **Qu'est ce qui est modifié pour l'écoulement potentiel si tu passe en référentiel non Galiléen** Si la force d'inertie d'entraînement peut s'exprimer sous la forme d'un gradient d'une énergie potentielle ($e_p = \frac{1}{2} m \omega^2 \mathbf{HM}^2$ par exemple) on rajoute cette énergie potentielle dans Bernoulli.

- **Sur le tube de Pitot, par quoi sont reliés les points A et B ?** Ils sont reliés par la même ligne de courant.
- **Attention à dessiner les lignes de courants et ensuite placer les points**
- **Au sujet de l'analogie magnétostatique, $\nabla \wedge \mathbf{B}$ et hydrodynamique. Est ce que tu peux pousser un peu plus cette analogie.** Analogie directe entre la définition du vecteur tourbillon et Maxwell-Ampère
- **Est ce qu'on a une idée de la densité de l'atmosphère en fonction de l'altitude ?** Ballon sonde, certains modèles (modèle de l'atmosphère isotherme).
- **Sur ton becher, on met un profil en $1/r^2$, mais l'oeil est pas très bon pour repérer des profils en $1/r^2$, comment faire ?** Avec une photo et un logiciel de traitement, ça aurait pu être ok.
- **Peux tu estimer la vitesse du barreau en fonction du nombre de Reynolds ?** On a une estimation de ω grâce à la molette de l'agitateur.
- **Alors estime le nombre de Reynolds** Relevé de ω puis calcul de Re par $Re = \frac{\rho\omega L^2}{\eta}$ avec L la taille du turbulent.

Commentaires

- Bien insister sur le fait que N.S c'est un système d'équation et pas une seule équation.
- J'aime bien montrer que $\eta = 0$ et $\eta \rightarrow 0$ c'est pas la même chose. Visiblement les avions ne voleraient pas avec un fluide parfait.
- Il aurait pu être pas mal de montrer une vidéo avec l'hélium superfluide.
- Le fait que Re intervient dans l'adimensionnement de Navier Stokes, c'est important de montrer ce point.
- Les ODG avec les nombres de Reynolds et les nombres de Peclet c'est bien. Des ODG y en a jamais assez.
- Visiblement c'était pas assez clair l'expérience de la balle de pong pong show. Une slide avec le schéma le système de coordonnées pourrait être pas mal.
- Regarder un peu moins les notes, plus regarder le jury.
- Pour Bernoulli les hypothèses ont toutes été bien listées, c'est bien
- Tube de pitot, attention à bien expliquer les lignes de courant.
- Pas hésiter à tendre des perches pour avoir des questions faciles (*cf* question sur la masse volumique de l'air en fonction de l'altitude)
- Attention petite chose qui t'a desservie, viscosité cinématique vs dynamique "je confond tout le temps"
- Les applications choisies pour cette leçon sont super.
- Revoir la conclusion qui était un peu courte.