MP 33 : Mesure de capacités

Louis Usala
04/05/22

Bibliographie

- ✎ *Agrégation de sciences physiques. Expériences d'électronique*, **R. Duffait, J.-P. Lievre**, Bréal
- ✎ *Physique expérimentale*, **Jolidon**, edp sciences

Expériences

- ✶ Mesure de la permittivité de l'air avec le condensateur d'Æpinus,
- ✶ Mesure de la capacité linéique du câble coaxial avec un oscillateur à relaxation,
- ✶ Mesure de l'indice adiabatique de l'air γ par l'expérience de Rüchardt
- ✶ Mesure de la capacité calorifique massique de l'eau avec une résistance chauffante

Manips à essayer :

- Détecteur de niveau d'eau (qualitatif)
- Mesure d'une capacité électrique avec un pont de Sauty
- Multivibrateur astable (c'est un peu comme l'oscillateur à relaxation)

Table des matières

1 Capacité électrique **3**
1.1 Condensateur d'Æpinus 3
1.2 Oscillateur à relaxation 3

2 Capacité acoustique, expérience de Rüchardt **5**

3 Capacité thermique de l'eau **6**

Introduction

Définition

Dans le langage courant, la capacité désigne une quantité que peut contenir un système, un récipient.

Cette notion est utilisée dans diverses branches de la physique pour parler de l'aptitude d'un système à stocker une certaine grandeur. On peut généralement rapporter cette notion à un stockage d'énergie sous forme potentielle ou thermique.

Définition

La capacité C d'un condensateur est la charge Q qu'il peut stocker par unité de tension U appliquée à ses bornes :

$$C = \frac{Q}{U} \left(= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{e} \right), \tag{1}$$

avec son expression pour un condensateur plan. De manière générale, pour tout constituant électrocinétique capable de stocker une charge, la capacité détermine le coefficient de proportionnalité entre tension appliquée au carrée et énergie électrique

$$\mathcal{E}_{\text{p, elec}} = \frac{1}{2} C U^2 \tag{2}$$

C s'exprime en $\mathrm{F} = \mathrm{C\,V^{-1}} = \mathrm{kg^{-1}\,m^{-2}\,s^4\,A^2}$.

Définition

La capacité acoustique C_a d'un résonateur est le produit $V\chi_S$ de son volume et de sa compressibilité isentropique. Elle s'interprète comme le volume stockable par unité de pression appliquée au système ou comme le coefficient de proportionnalité entre énergie potentielle de pression et surpression au carré

$$C_a = V\chi_S = -\left.\frac{\partial V}{\partial P}\right|_S, \tag{3}$$

$$\mathcal{E}_{\text{p, press}} = \frac{1}{2} C_a (\Delta P)^2. \tag{4}$$

Elle s'exprime en $\mathrm{Pa^{-1}} = \mathrm{kg^{-1}\,m\,s^2}$.

Définition

La capacité thermique (ou capacité calorifique) C_T d'un matériau est l'énergie thermique qu'il peut stocker par unité de température ajoutée :

$$C_T = \frac{\delta Q}{\delta T}. \tag{5}$$

Avec Q le transfert thermique. On n'a pas une dérivée partielle ici car la capacité dépend des conditions. Dans un cadre plus restreint (à volume constant par exemple), on notera :

$$C_{T,V} = \left.\frac{\partial U}{\partial T}\right|_V \tag{6}$$

C_T s'exprime en $\mathrm{J\,K^{-1}} = \mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}\,K^{-1}}$.

1 Capacité électrique

1.1 Condensateur d'Æpinus

Condensateur à épaisseur variable. Il est aussi possible de mettre différents matériaux entre les plaques pour faire varier la permittivité relative du milieu.

Expérience

Référence :
Matériel, description :
Petit condensateur d'Æpinus, multimètre, pied à coulisse, règle graduée.

Pour différents écartements des plaques du condensateur, mesurer la distance e entre elles au pied à coulisse (toujours au même endroit) et la capacité C associée. Se renseigner sur la sensibilité et la tolérance du multimètre utilisé (notices).

Tracer $C = f\left(\frac{1}{e}\right)$ et déduire du coefficient directeur $\varepsilon_0 \varepsilon_r S$ la valeur de la permittivité diélectrique de l'air. On connaît $\varepsilon_0 = 8.854\,187\,82\ 10^{-12}\,\mathrm{F\,m^{-1}}$. On mesure le diamètre des plaques du condensateur et on en déduit la surface S. La valeur tabulée est $\varepsilon_r = 1.0006$ mais cette expérience ne permet pas de trouver une valeur aussi précise. (En présentation : $\varepsilon_r = 0.97 \pm 0.06$.)

1.2 Oscillateur à relaxation

On monte un oscillateur à relaxation pour déterminer la capacité électrique du câble coaxial. Cette méthode marche aussi pour déterminer avec une très grande précision la capacité d'un condensateur.

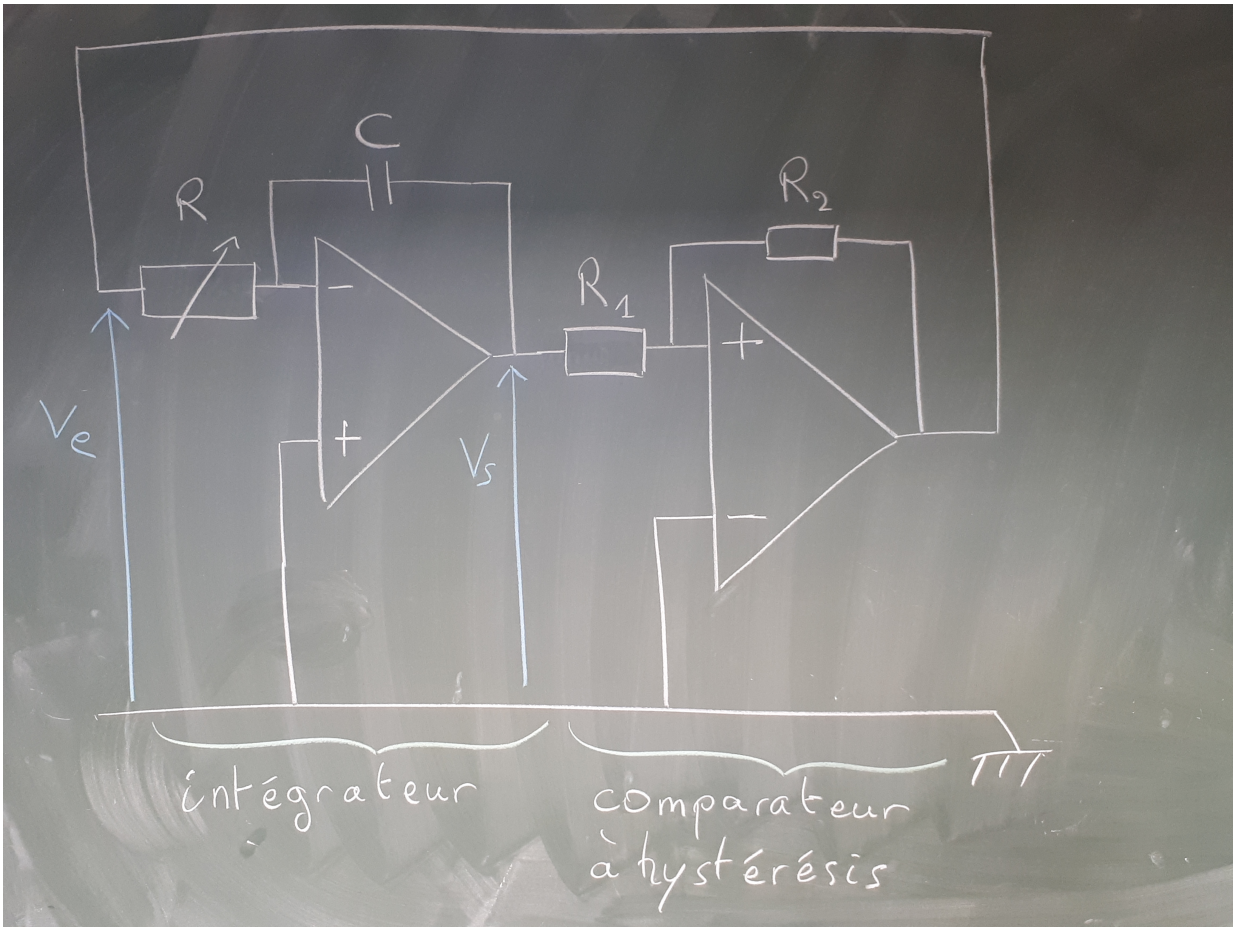

Figure 1 – Comparateur à hystérésis. On prend $R_1 = 3.9\,\mathrm{k}\Omega$, $R_2 = 10\,\mathrm{k}\Omega$, R variant entre $10\,\mathrm{k}\Omega$ et $200\,\mathrm{k}\Omega$ par pas de $10\,\mathrm{k}\Omega$, et C à mesurer, de l'ordre de 10 nF.

Expérience

Référence : Duffait p.187
Matériel, description :
2 amplificateurs opérationnels, résistors de $3.9\,\mathrm{k}\Omega$ et $10\,\mathrm{k}\Omega$, résistance variable, câble coaxial de 100 m, GBF, oscilloscope, multimètre, fréquencemètre ou LatisPro.

Monter l'oscillateur à relaxation (figure 1). On prend $R_1 = 3.9\,\mathrm{k}\Omega$, $R_2 = 10\,\mathrm{k}\Omega$, R variant entre $10\,\mathrm{k}\Omega$ et $200\,\mathrm{k}\Omega$ par pas de $10\,\mathrm{k}\Omega$ et C le câble coaxial ou un condensateur (de 10 nF par exemple). Visualiser les tensions V_e (créneau) et V_s (triangle). Mesurer la fréquence des oscillations en V_e avec le fréquencemètre. Mesurer R_1, R_2 et chaque valeur de R avec le multimètre. Vérifier la sensibilité et la tolérance du multimètre et du fréquencemètre pour estimer les incertitudes.

Méthode alternative pour avoir la fréquence des oscillations : lancer une acquisition d'une minute de V_e sur LatisPro puis en faire la transformée de Fourier. Conserver la valeur du fondamental.

A partir de la fréquence des oscillations, on obtient la période $T = 1/f$. Pour ce montage, la période est donnée par

$$T = 4\frac{R_1}{R_2}RC. \tag{7}$$

On reproduit l'expérience pour différentes valeurs de R. On trace $T = f\left(\frac{4R_1R}{R_2}\right)$ et on fait un ajus-

tement linéaire. Le coefficient directeur donne la valeur de C.

Remarque : A priori le multimètre commercial mesure des capacités avec cette méthode.

2 Capacité acoustique, expérience de Rüchardt

On mesure les oscillations verticales d'une masse dans un tube, soumise à son poids et à la pression de l'air. Le différentiel de pression vient de l'air sous la masse qui est comprimé dans un récipient. On remonte ainsi au coefficient de compressibilité isentropique χ_S (qui correspond à la capacité acoustique à un facteur près). Dans l'hypothèse des gaz parfaits, il est directement relié à l'indice adiabatique $\gamma = \dfrac{1}{P\chi_S}$ (qui est le rapport des capacités thermiques à pression et volume constant $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$).

Expérience

Référence : Jolidon p.356
Matériel, description :
Vase de Mariotte avec tube et bouchons, masse adaptée au tube, manomètre, pompe, oscilloscope, amplificateur opérationnel et résistances (branchement en amplificateur non-inverseur x100), filtre passe-bas réglable, pissette d'éthanol, graisse.

Brancher la sortie électronique du manomètre à l'entrée de l'amplificateur non inverseur. Brancher la sortie de l'amplificateur au filtre. Récupérer la sortie du filtre à l'oscilloscope ou à la carte d'acquisition LatisPro.

Etalonnage du manomètre : boucher le tuyau à son sommet. Pomper pour augmenter la pression dans le vase. Relever à différents instants la valeur de pression affichée par le manomètre et la valeur de tension en sortie du filtre. Prendre des points tous les 2 hPa sur la gamme de pressions accessibles pendant l'oscillation. Ajuster la correspondance entre tension et pression par une loi affine et conserver les coefficients avec leurs incertitudes pour la suite.

Prise de points : Régler l'oscilloscope pour avoir une acquisition de quelques secondes. Lâcher la masse en haut du tube. A l'oscilloscope/LatisPro, déterminer la pseudo-période des oscillations amorties (mesurer le temps entre autant de demi-périodes que possible pour minimiser les incertitudes). Mesurer la tension finale sur LatisPro ou avec un voltmètre (ou éventuellement à l'oscilloscope).

On traite le problème sous certaines hypothèses :

- le gaz évolue de manière quasi-statique : le mouvement de la masse est lent devant la vitesse du son donc on peut définir une pression homogène à tout instant dans le vase,
- le gaz évolue de manière (quasi) adiabatique : les oscillations de la masse sont rapides devant les transferts thermiques avec l'extérieur.

Dans ces conditions, la pulsation de l'oscillation de la masse est

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\gamma P_e s^2}{m V_e}} \tag{8}$$

avec γ l'indice adiabatique, P_e la pression à l'équilibre dans le vase (pression finale), s la section du tube, m la masse du mobile et V_e le volume de gaz à l'équilibre dans le vase.

La limite de l'hypothèse adiabatique se traduit par la perte énergétique du système due aux flux thermiques vers l'extérieur (flux conducto-convectif). C'est pourquoi on observe une amplitude des

oscillations qui décroît exponentiellement. Dans les faits, les frottements (solides) de la masse avec le tuyau dominent la perte énergétique et on observe plutôt une décroissance linéaire, quand il y a assez d'oscillations pour le voir.

On détermine s avec le diamètre de la masse mesuré au pied à coulisse. On trouve V_e avec la documentation sur le vase de Mariotte. On mesure m avec une balance. On relève plusieurs valeurs de période et de pression finale pour en déduire $\gamma = \dfrac{4\pi^2 m V_e}{s^2}\dfrac{1}{T^2 P_e}$. On peut faire des incertitudes de type A sur le résultat. Pour un gaz parfait diatomique, on attend $\gamma = \dfrac{7}{5}$.

3 Capacité thermique de l'eau

On envoie un courant connu dans une résistance chauffante pour chauffer un échantillon d'eau placé dans un calorimètre. On mesure la température de l'eau au cours du chauffage. La pente de la droite $T = f(t)$ donne accès à la capacité thermique de l'eau.

Expérience

Référence :
Matériel, description :
Calorimètre avec résistance chauffante, alimentation continue, multimètre, ordinateur avec carte d'acquisition et logicien LatisPro, balance, béchers, thermocouple de type K.

Mesure de la masse en eau du calorimètre. Verser dans le calorimètre une masse m_f d'environ 300g d'eau à température ambiante (peser l'eau directement dans le calorimètre). Mesurer la température T_f de l'eau. Chauffer de l'eau à la bouilloire. En verser une masse m_c d'environ 300g dans un bécher (verser sur la balance directement). Relever la température T_c de l'eau chaude. Verser l'eau chaude dans le calorimètre, y faire tremper le thermocouple, refermer et agiter. Relever la température d'équilibre T_e. La masse en eau du calorimètre vaut

$$m_{\text{cal}} = \frac{m_c(T_c - T_e) + m_f(T_f - T_e)}{T_e - T_f}. \tag{9}$$

Mesure de la capacité thermique de l'eau. Peser dans le calorimètre une masse d'eau m_{eau} d'environ 200g. Brancher en série le générateur de tension continue, le rhéostat réglé sur précisément environ $10\,\Omega$ et la résistance chauffante branchée sur l'entrée $6\,\Omega$ (mesurée précisément au multimètre). S'assurer de limiter le courant en sortie du générateur à 1 A. Prendre la tension aux bornes de la résistance chauffante et du rhéostat ainsi que la température de l'eau avec le thermocouple. Lancer le courant pendant quelques minutes pour que les mouvements de convection se mettent en place, puis, sans arrêter le courant, lancer une acquisition de 15 minutes sur LatisPro. Les données sont exportées et exploitées sur Regressi.

Attention : le calibre du thermocouple sur LatisPro doit être réglé sur sa plus petite valeur (± 0.1 V).

On considère le système {eau+calorimètre} calorifugé. Sa variation d'énergie interne est uniquement due à l'effet Joule :

$$\Delta U = W_{\text{J}} \tag{10}$$

$$C_{m,\text{eau}}(m_{\text{eau}} + m_{\text{cal}})\Delta T = UI\Delta t = \frac{U^2}{R}\Delta t, \tag{11}$$

avec $C_{m,\text{eau}}$ la capacité calorifique massique de l'eau, U et I la tension et l'intensité du courant aux bornes de la résistance chauffante et R la valeur de cette résistance.

Sur Regressi, on trace la courbe $T = f\left(U^2 t\right)$ et on obtient une droite affine de coefficient directeur $a = \dfrac{1}{R(m_{\text{eau}} + m_{\text{cal}})C_{m,\text{eau}}}$. On en déduit

$$C_{m,\text{eau}} = \frac{1}{R(m_{\text{eau}} + m_{\text{cal}})a}. \tag{12}$$

Questions

- **Comment tu as estimé l'incertitude sur l'épaisseur e dans la manip 1 ?** J'ai utilisé un pied à coulisse. Il a une précision de 0.05mm, mais il a d'autres sources d'incertitude/perturbation : on n'a pas vérifié la parallélité des plaques. Par précaution, j'ai estimé une incertitude deux fois plus grande que juste le pas et j'ai toujours mesuré l'écart entre les plaques au même endroit pour en faire une erreur systématique (dans l'ordonnée à l'origine).
- **Et comment tu as eu la surface ?** J'ai considéré les plaques comme des disques et j'ai pris une règle pour mesurer le diamètre. Le pied à coulisse était trop petit.
- **A quoi servent les blocs en plexiglas aux pieds du condensateur ?** Ils servent à isoler les pièces en métal qui ne sont pas les condensateurs. Sinon, il y aurait d'autres courants non désirés et des risques d'électrocution. De même pour le plexiglas sur la tige de réglage.
- **Les fils gênent-ils ta mesure de capacité ?** Si je mesure la capa avec juste des fils, j'ai 0.2 nF. Ici, je peux prendre ça comme incertitude. Sinon, on peut minimiser l'erreur en attachant les fils : la capacité parasite est toujours la même et elle donne une ordonnée à l'origine.
- **Et pour la mesure de capacité ?** On suit les incertitudes constructeurs : c'est souvent un pourcentage de la mesure + un certains nombre de derniers digit, mais ça dépend du calibre. Regarder la notice du multimètre.
- **A quelle valeur de permittivité s'attend-on pour l'air ?** $\varepsilon_r = 1.0006$, soit une précision trop élevée pour le montage présenté. Mais la valeur tabulée est dans l'intervalle d'incertitude déterminé.
- **Comment la permittivité de l'air varie-t-elle avec l'environnement ? avec T par exemple ?** On peut s'attendre à des différences, notamment liée à la quantité de matière entre les deux plaques : plus la température est élevée, plus la densité de molécules est faible, moins le champ créé par ces molécules est intense et plus la permittivité est faible. Il y a aussi l'hydrométrie qui compte pas mal : les molécules d'eau s'orientent dans le champ du condensateur et diminuent le champ total.
- **Pourquoi tu as abandonné le RLCmètre pour mesure la capacité du câble coaxial ? Pourquoi avoir fait ce montage ?** Ici l'oscillateur à relaxation me permet d'avoir une mesure plus précise (on peut comparer l'incertitude finale après régression linéaire, en ayant pris en compte les incertitudes sur la fréquence et les résistances, à l'incertitude sur la mesure de capacité donnée par le multimètre). En plus le RLCmètre est une boîte noire, alors que là on maîtrise plus le principe du montage. (Certes, on utilise le multimètre pour mesurer les résistances.)
- **L'oscillateur à relaxation est plus précis ?** A priori, oui, car on répète la mesure avec différentes valeurs de résistances pour minimiser l'incertitude. Mais il est plus laborieux d'utilisation.
- **Comment fonctionne un RLCmètre ?** La documentation Fluxe n'est pas très loquace sur le sujet : on y apprend que le multimètre envoie un courant connu dans le condensateur pour le charger et mesure en même temps la tension à ses bornes. On n'a pas plus de détail sur ces mesures (présence éventuelle d'un pont de Sauty ou d'un oscillateur à relaxation).

- **Quand tu as branché ton oscillateur sans capacité, on voyait pas un créneau. C'était dû à quoi ?** On observait le temps de réponse d'un AO. Cela correspond à l'intégration d'un signal constant jusqu'à saturation de l'AO. Sans condensateur (donc, avec uniquement les effets capacitifs des fils au niveau du circuit ouvert), l'oscillation du circuit se fait à une fréquence suffisamment haute pour qu'on observe ce temps d'intégration à l'échelle d'une oscillation.

- **Le temps de réponse de l'AO dont tu as parlé, tu as dit qu'il disparaissait en branchant une capacité. Est-ce le cas ?** Non, il reste le même. On regarde simplement des oscillations sur une plus longue période. A cette échelle temporelle, le temps de réponse de l'AO est négligeable et la réponse semble instantanée.

- **Est-ce qu'on aurait eu la même forme de créneau avec un signal en sortie d'un GBF ?** Non. Ici, on a une relaxation rapide vers une valeur de saturation. Pour un GFB, le créneau est une superposition de différentes fréquences. La zone de changement rapide de valeur ressemble plus à des oscillations rapides avec un peu de dépassement qu'à une relaxation d'une valeur à une autre.

- **Tu as pris la période affichée par l'oscillo. Comment estimer alors les incertitudes ?** Pour avoir facilement des incertitudes on peut faire des mesures au curseurs. Dans ce cas on prend plusieurs périodes pour diminuer l'incertitude. Sinon on fait une TF et on prend la largeur à mi hauteur du pic.

  Pour estimer les incertitudes sur la période on peut la prendre au curseur et prendre comme incertitude d'une part l'indétermination sur la position des curseurs et d'autre part la précision de l'oscilloscope au calibre choisi. On peut mesurer la durée écoulée sur un plus grand nombre de périodes pour diviser les incertitudes, mais on multiplie alors les incertitudes sur le calibre et la position du curseur. Sachant que pour la première méthode on travaille déjà avec un signal qui s'actualise constamment, on travaille déjà sur une valeur moyenne, ce qui a priori revient au même. Avec l'oscilloscope, on peut aussi utiliser une mesure de période automatique et prendre comme incertitude la fluctuation de la mesure. Il faut alors se renseigner sur la méthode utilisée par l'oscilloscope. Dans tous les cas, l'oscillo n'est pas un appareil de mesure mais de visualisation. Il est préférable de mesure la fréquence avec un fréquencemètre (multimètre) et d'avoir une incertitude donnée par le constructeur. Une autre méthode consiste à acquérir le signal sur LatisPro pendant une longue durée (1 minute par exemple, précision d'autant plus grande que l'acquisition est longue) et faire une transformée de Fourier ou automatiser un compte des oscillation sur cette durée.

- **Qu'est-ce qui marche le mieux entre fréquencemètre et oscilloscope ?** Fréquencemètre : l'oscillo est un apparail d'observation et pas de mesure.

- **Tu as définit la capacité acoustique à partir de la compressibilité. Que vaut γ pour un GP ?** il vaut 1.4 pour un gaz parfait diatomique. (L'air est principalement un mélange de N_2 et O_2.)

- **Tu peux me donner la procédure d'étalonnage de ton manomètre stp ?** Je n'ai pas étalonné le manomètre en lui même, par contre j'ai étalonné la tension en fonction de la pression affichée. Pour ça, j'ai bouché la cuve et, en pompant pour atteindre différentes pression, j'ai relevé la tension en fonction de la pression.

- **C'est quoi les différentes propriétés d'un capteur ?** Ce qu'on regarde : sensibilité, linéarité, domaine d'utilisation, conditionnement du signal de sortie, primaire ou secondaire, résolution...

- **Tu peux expliquer pourquoi tes oscillations étaient si peu harmoniques ?** Déjà le signal en sortie du capteur est super faible, donc on doit l'amplifier puis le filtrer ce qui peut le distordre un peu. De plus son pas numérique devient gênant.

- **Est-ce que l'hypothèse de gaz parfait est valable ?** Oui. pour l'air en conditions normales de température et de pression, c'est une très bonne hypothèse. Il y a d'autres hypothèses à remettre en cause avant celle-ci.
- **Comment fonctionne un thermocouple ?** Avec l'effet Seebeck. On a un fil de métal à une température connue côté boîtier et inconnue côté échantillon. La différence de température donne lieu à un flux thermique. Celui-ci est assuré par une diffusion d'électrons. Ce déplacement de charge se traduit par un courant et c'est ce courant qui est mesuré et relié au différentiel de température.

Remarques

- Montage ambitieux
- On peut envisager de faire le multivibrateur astable avant les condensateurs avec le RLCmètre. Comme ça on présente l'autre manip comme un capteur capacitif de distance.
- Bonne idée de faire la capacité thermique, c'est bien dans le thème. On est moins convaincu par la capacité acoustique parce que la manip est longue à présenter, elle nécessite beaucoup d'étalonnage et elle est peu précise. Mais c'est dans le thème.