

# MP35 : MESURE DE COEFFICIENTS D'INDUCTION

29 avril 2022

Oui

Nathan Berrit & Juliette Colombier

Niveau : L3

Commentaires du jury

Bibliographie

✍ Quaranta IV,

→ complet

Prérequis



Expériences



## Table des matières

|     |                                                     |   |
|-----|-----------------------------------------------------|---|
| 1   | Mesure du coefficient d'auto induction d'une bobine | 2 |
| 1.1 | Première méthode : résonance . . . . .              | 2 |
| 1.2 | Deuxième méthode : Pont de Maxwell . . . . .        | 2 |
| 2   | Mesure du coefficient d'inductance mutuelle         | 3 |
| 2.1 | Bobines intriquées . . . . .                        | 3 |
| 2.2 | Mesure en Helmotlz . . . . .                        | 4 |
| 3   | Tableau                                             | 4 |

## Introduction

On distingue deux coefficients d'induction : ceux d'induction propre et ceux d'induction mutuelle. Le montage va s'articuler autour de ces deux notions, en montrant d'abord deux montages permettant de mesurer des inductions propres, puis deux montage pour mesurer des inductions mutuelles et observer leur évolution en fonction de la distance entre deux bobines couplées.

## 1 Mesure du coefficient d'auto induction d'une bobine

On a la loi de Lenz qui nous dit  $e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(\phi_p + \phi_{ind})$

### 1.1 Première méthode : résonance



#### Mesure de L par résonance

✍ Quaranta p53

⊖ 8min

On prend un RLC aux bornes de la résistance donc on a la fonction de transfert :

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad (1)$$

Avec  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  d'où à la résonance si on trace  $\omega_0^{-2} = f(C)$  en prenant une boîte à capacité on fait un reg lin et voilà.

Il faut une résistance de  $\sim 10\Omega$  (pour avoir un grand facteur de qualité), une boîte à décades de capa classique, une bobine de trasnfo 500 tours. Les incertitudes sont faibles, estimer celles sur la capa avec le RLC mètre (notice) et celles sur la fréquence au mieux. Les résultats sont niquels

### 1.2 Deuxième méthode : Pont de Maxwell

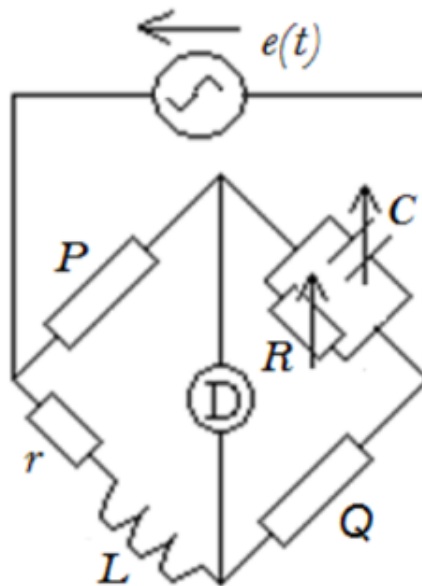


FIGURE 1 – Caption



## Pont de Maxwell

⚡ Quaranta

⌚ 8min

Ça marche très bien, suivre le Quaranta pour les valeurs des composants (y'a une limitation due au facteur de qualité). On le fait en direct ça permet de manipuler en optimisant les valeurs de  $R$  et de  $C$ . On en déduit aussi la valeur de la résistance interne de la bobine donc c'est hors sujet mais bon ça permet d'expliquer son intérêt.

La condition d'équilibre s'écrit (théorème de Millman), en notant  $\underline{Z}$  l'impédance du système condensateur + résistance en parallèle et en renommant  $P$  et  $Q$   $R_1$  et  $R_2$  :

$$\underline{Z}(1 + jL\omega) = R_1 R_2 \quad (2)$$

D'où en égalisant partie réelle et partie imaginaire :

$$L = CR_1 R_2 \quad (3)$$

et

$$r = \frac{R_1 R_2}{R} \quad (4)$$

C'est sympa parce que c'était comme ça que fonctionnait les RLC avant. Mais c'est une mesure en un point. Après on peut bouger la fréquence et faire du type A. Dans tous cas c'est intéressant à présenter et ça permet de parler de pont de mesure (cf Wheatstone et Sauty).

rq : Maintenant qu'on a les transistor, on envoie un signal et on mesure à la sortie la composante en phase (composante résistive) et la composante en quadrature (capacitif et inductif) grâce à une détection synchrone : si on a un signal en  $\cos(\omega t + \phi)$  et qu'on le multiplie par  $\cos(\omega t)$ , on trouve une composante  $\cos \phi$ .

## 2 Mesure du coefficient d'inductance mutuelle

### 2.1 Bobines intriquées

On veut vérifier la loi de Faraday pour la mutuelle inductance  $e = -M \frac{di}{dt}$

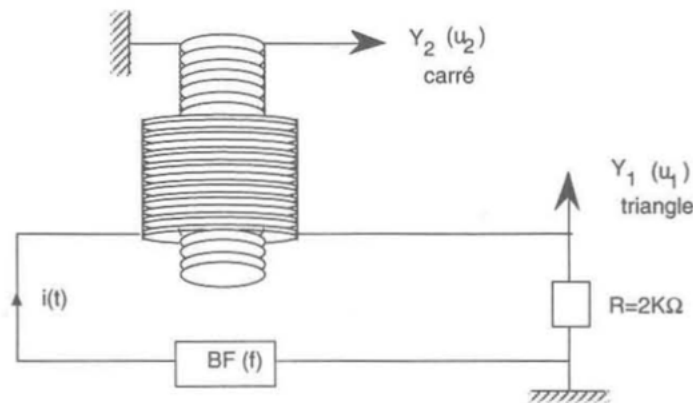


FIGURE 2 – Caption

## Bobines intriquées

⚡ Quaranta IV p.277

⌚ 5min

On prend le dispositif pour deux bobines de st cloud (P59.4), GBF, oscillo, . On alimente la grande et on regarde la réponse de la petite. On envoie un triangle et on a un créneau en sortie. On mesure  $\Delta U$  et  $\Delta t$  et  $|e|$  et on a

$$|e| = \frac{M}{R} \frac{\Delta U}{\Delta t} \quad (5)$$

On fait varier  $f$  et on prend plusieurs valeurs et on fait une régression linéaire.

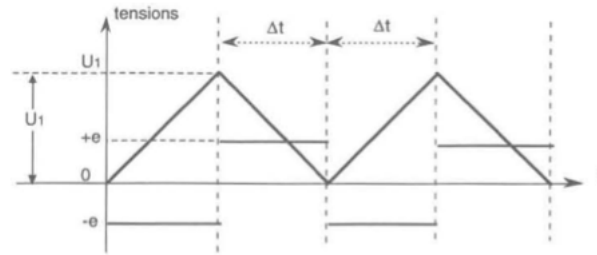


FIGURE 3 – Caption

## 2.2 Mesure en Helmholtz



### M en fonction de la distance entre les bobines

✍ J'ai pas trouvé

⊖ 5min

Le principe c'est de prendre deux bobines, de les mettre en série. On a alors addition des flux et donc l'inductance du système est en configuration Helmholtz :

$$L_h = L_1 + L_2 + 2M \quad (6)$$

Et en configuration anti-Helmholtz

$$L_{ah} = L_1 + L_2 - 2M \quad (7)$$

On voit donc que mesurer ces deux inductances va nous permettre de déduire l'inductance mutuelle ! Pour avoir une mesure précise, on va utiliser un pont de Maxwell qu'on a déjà détaillé tout à l'heure.

On prend donc deux bobines de Helmholtz sur un statif. On les insère dans notre pont de Maxwell et on fait exactement comme tout à l'heure pour mesurer l'inductance en faisant varier  $d$  la distance entre les deux bobines. Attention : si  $d$  est trop petit notre système est trop sensible aux petites variations (typiquement problème d'aplanétisme) et si  $d$  est trop grand les variations sont trop faibles pour avoir des mesures ok. Donc on se place entre 10 et 30 centimètres.

Tout ça ça va nous permettre d'avoir une idée de l'évolution du coefficient d'induction mutuelle en fonction de la distance. Théoriquement c'est pas très clair mais a priori ce serait en

$$M \propto \frac{1}{(R^2 + d^2)^{3/2}} \quad (8)$$

Avec  $R$  le rayon des bobines. En vrai c'est un calcul de champ pas évident donc nous on se base sur la loi phénoménologique en  $d^{-3}$ , mais ici  $R$  n'est pas si petit devant  $d$  donc c'est compréhensible qu'on ne l'obtienne pas exactement.

## 3 Tableau

### Montage surprise du 28/04

Chariot avec des masses, un statif, une balance et un ressort. Trouver  $g$ .

On ajoute des masses différentes au ressort et on mesure la longueur qu'il prend à l'équilibre. On peut faire une régression linéaire qui va permettre de remonter au rapport  $k/m$ , mais il manque encore une info.

Pour avoir une autre info, on peut regarder la dynamique des oscillations du ressort avec une masse, qui donne  $\sqrt{\frac{k}{m}}$ .

Avec ces deux mesures, on remonte à  $g$ .

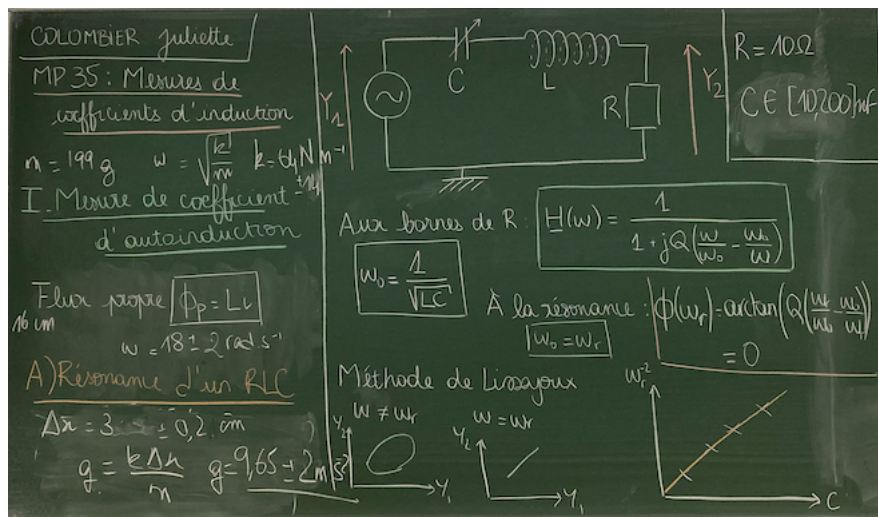


FIGURE 4 – Caption

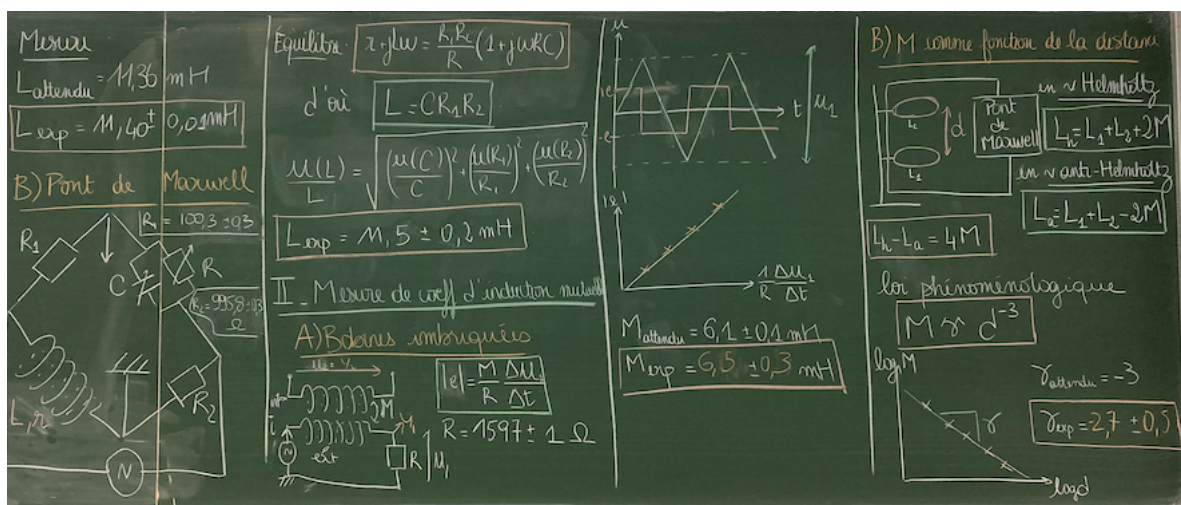


FIGURE 5 – Caption

## Questions

- Dans la 1ère expérience, tu as choisis une gamme de capacité entre 10 et 200 nF. Pourquoi ? En fait on peut se placer sur une plage assez large. Il n'y a pas de problèmes fréquentiels. C'était plutôt à titre indicatif.
- Pour les incertitudes sur f, tu as regardé dans quelle gamme la résonance te semblait acceptable. Si on pouvait se placer parfaitement à la résonance, quelle serait la limite sur les incertitudes ? Qu'est-ce qui serait le plus précis entre le gbf et l'oscillo pour la mesure de fréquence ? Ce serait le GBF à priori grande précision, mais pas facile d'estimer sans savoir comment l'oscillo fait sa mesure.
- Pour la courbe que tu as tracé dans la manip 1, tu avais un pb d'odg. Petite erreur sur l'abscisse, on avait tracé C en nF et pas en F.
- Pour la manip 2 : ça veut dire quoi que le pont est équilibré ? Que la tension entre le point du haut et du bas est nulle.
- Est-ce qu'il y a un autre intérêt pour le pont de Maxwell pour la précision de la mesure ?
- Pour le dire autrement : ce pont fait penser au pont de Wheastone. Quel est l'intérêt d'un pont de Wheastone par rapport à un ohmmètre ? On peut faire des mesures en régime alternatif contrairement à l'ohmmètre. On peut étudier la dépendance en fréquence des paramètres. Autre intérêt : on mesure des valeurs nulles, qui permet souvent d'avoir la meilleur sensibilité avec des calibres tout petits.

- **Comment monter la manip sans transformateur d'isolement ?** On peut faire la manip avec un voltmètre qui est flottant donc pas de pb de masse contrairement au système oscillo/GBF.
- **Pourquoi ne pas avoir utilisé un voltmètre donc ici ?** C'est plus agréable pour le jury de voir l'écran de l'oscillo. De plus, je trouve que c'est plus simple de repérer l'annulation de l'oscillo à l'oeil que pour le voltmètre. **Oui l'oscille est plus visuel. Après, justement c'est un appareil de visualisation là où le voltmètre est un appareil de mesure.**
- **Tu as dit que le pont de maxwell a longtemps été le principe du RLCmètre. C'est quoi le système maintenant ?** C'est complexe. Maintenant le RLCmètre envoie un signal. cf remarque dans rapport, sinon il fait un RLC puis mesure.
- **Dans quelle gamme de fréquence il faut se placer pour pas être gêné par les pb d'inductance ?** Il faut rester dans l'ARQS magnétique (100 MHz). Sinon, la bobine a une petite résistance  $r$  qui dépend de la fréquence (effets de peau et capacitifs). **Dans l'arqs, à priori y'a pas de problème.**
- **Si je veux faire un filtre dans la gamme du GHz, comment est-ce qu'on ferait ?** On utilise des circuits gravés (donc tout petits) et on modélise une inductance par ex par des zig zags.
- **De quel paramètre autre que  $R$  et  $d$  dépend  $M$  ?** Il dépend du nombre de spires, de la longueur, de l'angle entre les bobines, et aussi de la fréquence (typiquement quand on sort de l'arqs).

## Remarques

- 4 manips quantitatives, c'est un peu long. T'es arrivé au 2)2 à 27min. Tu as finis un peu en retard. Faire les 4, c'est compliqué niveau temps. Mais elles sont toutes intéressantes et se font écho (sympa la ref au pont de maxwell).
- On pouvait gagner du temps sur le 1)1 pour compenser. On peut aussi avoir un des montages tout prêt pour gagner un peu de temps.