MP45 : Numérisation du signal

Alexandre Koessler

Expériences

- fréquencemètre
- CAN
- nombre de bits de l'oscilloscope

Références

[1] Roger Duffait and Jean-Pierre Lièvre. *Expériences d'électronique : agrégation de sciences physiques.* Bréal, Rosny, 1999.

Plan

1 Mesure numérique d'une fréquence **2**

2 Mesure numérique d'une tension **3**

3 Nombres de bits de l'oscilloscope **5**

But

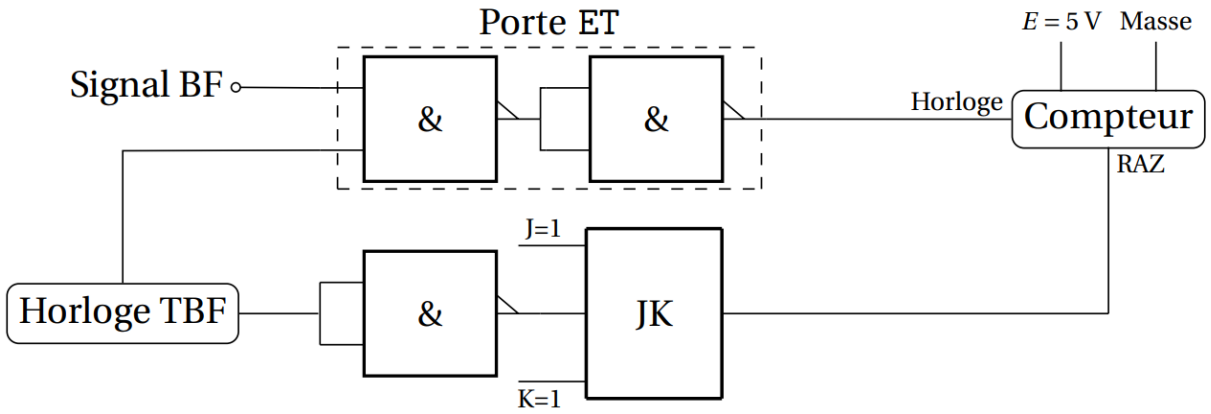
Comprendre des méthodes de numérisation du signal.

Introduction

Il est intéressant pour le physicien de pouvoir numériser des signaux analogiques pour pouvoir en extraire des informations intéressantes. On va alors voir deux méthodes de mesures numériques ainsi que le calcul du nombre de bits de quantification d'un appareil de numérisation, l'oscilloscope.

1 Mesure numérique d'une fréquence

Le principe d'une fréquencemètre comme on va le construire est simple. Il suffit de compter le nombre d'oscillations au cours d'un temps fixé. Il repose sur le montage suivant :



Remarque

Les portes logiques utilisées ici doivent être alimentées par une tension continue de 5 V. La porte logique de base est une porte `NON ET` qui sort un signal à la position 0 seulement si les deux entrées sont aux positions 1, dans les autres cas la position de sortie est 1. Ainsi, en reliant les deux entrées de cette porte, on obtient facilement une porte `NON`. De plus, l'association d'une porte `NON ET` puis d'une porte `NON` forme une porte `ET`.
Les composants utilisés se basent sur le calibrage suivant :

- une tension de 5 V correspond à la position 1
- une tension de 0 V correspond à la position 0

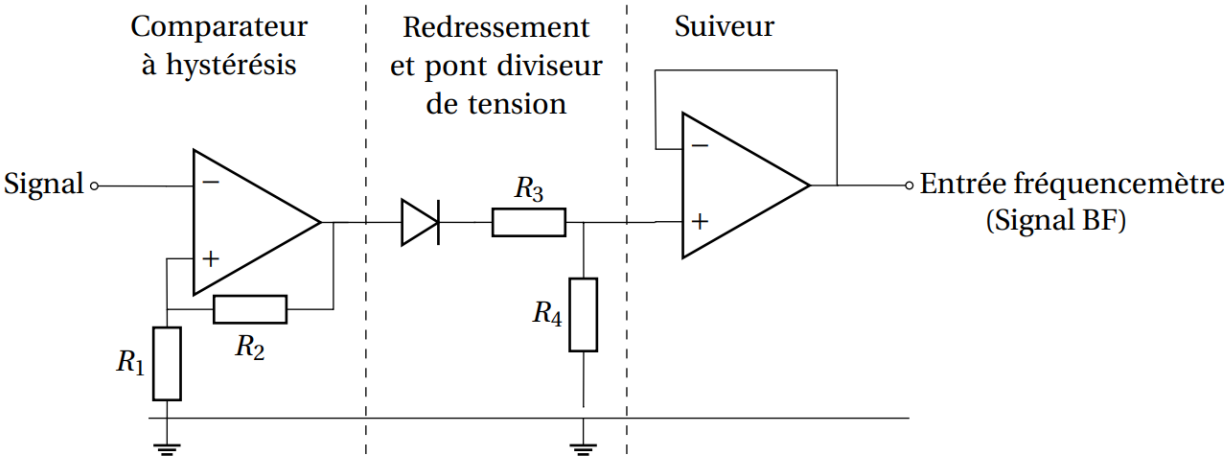
Le signal BF va être le signal dont on souhaite connaître la fréquence, on va utiliser dans un premier temps, un signal carré de 0 V à 5 V de fréquence 50 Hz. Le signal TBF va constituer l'horloge, pour cela on utilise aussi un signal carré de 0 V à 5 V de fréquence 0.5 Hz. Le signal en sortie de la porte `ET` va alors être le signal BF durant 1 s puis un signal nul durant 1 s. Le compteur compte alors le nombre de fronts montants du signal qu'il reçoit, il compte alors directement le nombre d'oscillations du signal BF durant 1 s.

Le compteur affiche alors ce nombre jusqu'à ce que son entrée RAZ (remise à zero) passe de 5 V à 0 V. C'est le rôle de la portion du circuit constitué d'une porte `NON` suivi d'une bascule JK. La bascule JK change d'état à chaque front montant de l'horloge TBF. C'est-à-dire que si l'état était 0 (resp. 1), il passe à 1 (resp. 0) lorsque l'horloge TBF passe de 0 à 1.

On souhaite maintenant mesurer la fréquence d'un signal réel (celui d'un diapason). Pour cela, on doit déjà convertir le signal périodique réel en un signal créneaux de même période. On utilise alors un comparateur à hystérésis qui bascule de la manière suivante :

- si $V_e > \frac{R_1}{R_1+R_2} V_{\text{sat}}$, alors $V_s = +V_{\text{sat}}$
- si $V_e < \frac{R_1}{R_1+R_2} V_{\text{sat}}$, alors $V_s = -V_{\text{sat}}$

Comme on souhaite convertir des signaux V_e de faible amplitude, on choisit R_1 et R_2 tel que $R_1/R_2 \ll 1$. En pratique, on a pris $R_1 = 100\,\Omega$ et $R_2 = 390\,\text{k}\Omega$. La tension de bascule vaut alors environ 2.5 mV.



La deuxième portion du circuit permet de ramener le signal créneaux de $-V_{\text{sat}}/+V_{\text{sat}}$ à 0/5V grâce à une diode de redressement est un diviseur de tension de gain environ égal à 0.4 avec $R_3 = 3.9\,\text{k}\Omega$ et $R_4 = 2.2\,\text{k}\Omega$. La troisième portion est un suiveur permettant une bonne adaptation d'impédance.

Expérience

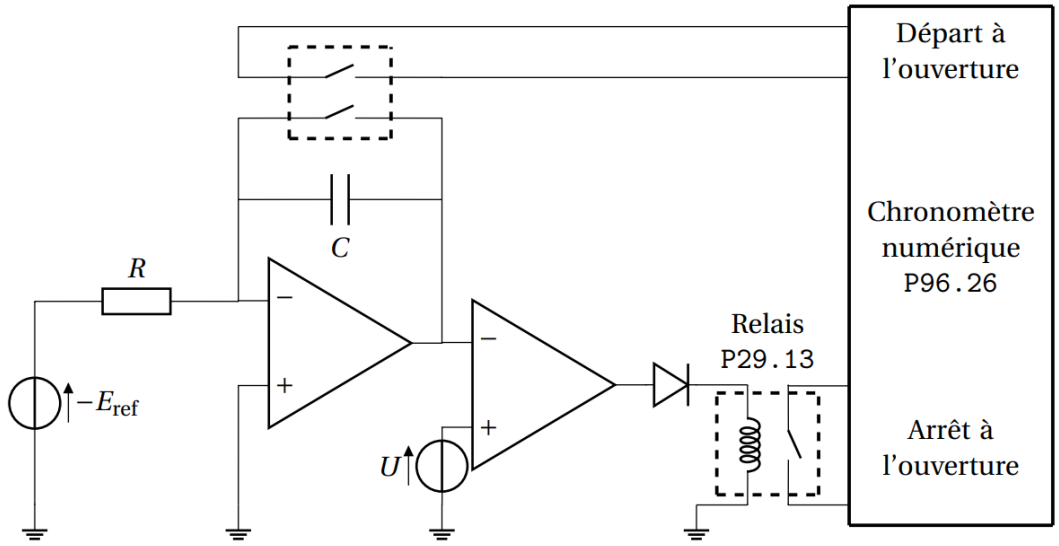
Mesure de la fréquence d'un diapason - [1]

On cable les circuits précédents et en entrée du comparateur à hystérésis on branche un micro placé dans la caisse de résonance d'un diapason. On peut d'abord tester le bon fonctionnement du fréquencemètre en mettant en entrée un signal sinusoïdale de faible amplitude (environ 10 mV). De plus comme la fréquence du diapason est supérieur à 100 Hz le compteur va dépasser plusieurs fois. On rajoute alors un deuxième compteur où son entrée *horloge* est branchée sur la sortie *dépassement* du premier. Pour un diapason de fréquence 440 Hz les compteurs ainsi branchés affichent

$$N = 440 \pm 1 \tag{1}$$

2 Mesure numérique d'une tension

On souhaite à présent mesurer numériquement une tension. Le principe est simple puisqu'on va se ramener à une mesure de temps, soit grâce à un chronomètre numérique, soit grâce aux compteurs utilisés précédemment avec un signal *horloge* de fréquence bien choisie.



On utilise alors un convertisseur analogique-numérique (CAN) simple rampe. Le principe est le suivant :

- un intégrateur intègre une tension continue $-E_{\text{réf}}$ connue, la tension en sortie va être de la forme

$$V(t) = -\frac{-E_{\text{réf}}}{RC}\,t \tag{2}$$

  On souhaite avoir une rampe d'environ $1\,\text{V}\,\text{s}^{-1}$, on choisit donc, $E_{\text{réf}} = 5\,\text{V}$, $R = 4.7\,\text{M}\Omega$ et $C = 1\,\mu\text{F}$.

- le comparateur détecte lorsque la tension à mesurer U est la même que $V(t)$ soit au bout d'un temps :

$$T = \frac{RC}{E_{\text{réf}}}\,U \tag{3}$$

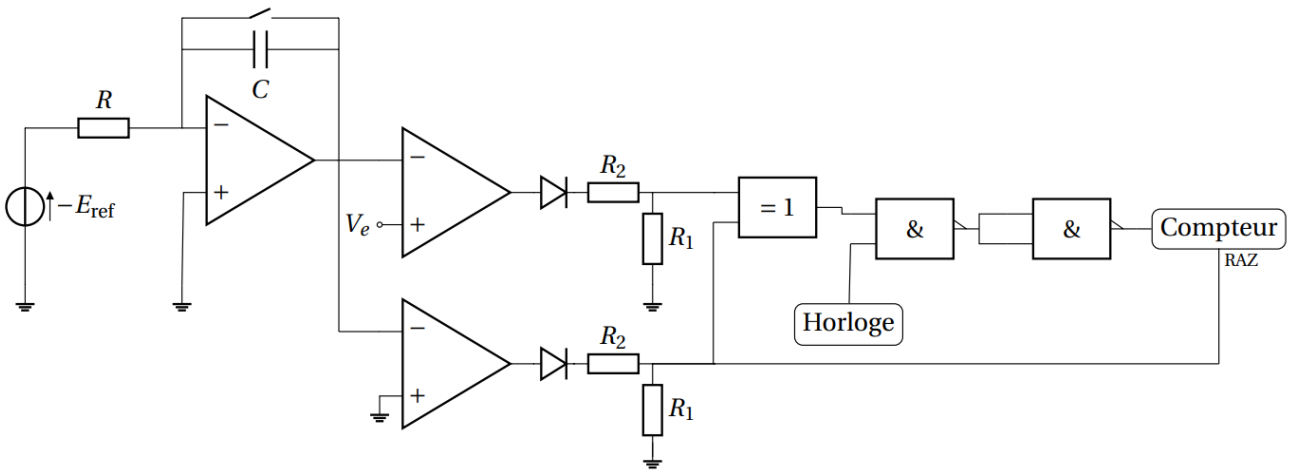
On utilise un double interrupteur qui permet de démarrer l'intégrateur en même temps que le chronomètre. On utilise aussi un relais en sortie du comparateur qui va ouvrir le circuit lorsque $V(T) = U$ et va alors arrêter le chronomètre.

Expérience

Mesures de tensions - [1]

Pour différentes tensions U, on relève le temps mesurer par le chronomètre numérique T. On trace alors $U = f(T)$ et on obtient une droite de pente proche de 1 et d'ordonnée à l'origine quasi-nulle.

On veut maintenant observer l'influence du pas de quantification sur la mesure que l'on effectue. Comme le chronomètre numérique à une précision au millième de seconde donc très élevée pour les mesures effectuées on ne peut pas observer la quantification due à la numérisation du signal. On reprend alors le système de compteur et horloge du fréquencemètre. On va pouvoir alors modifier la fréquence de l'horloge et le compteur va alors compter le nombre de fronts montant de l'horloge pendant le temps T de montée de la rampe. On utilise le circuit suivant :



Grâce à un comparateur relié à la masse (celui du bas) on détecte le début de la rampe qui démarre le compteur. On arrête ensuite le compteur grâce au deuxième comparateur lorsque lorsque la rampe atteint la tension à mesurer V_e.

Attention

Si ce montage ne marche pas alors que tout est bien branché, il faut certainement modifier les zéros des AO utilisés pour les comparateurs.

Expérience

Observation de la quantification - [1]

On prend une fréquence faible pour l'horloge ($\approx 5\,\text{Hz}$) et trace le nombre affiché au compteur en fonction de U. Il est nécessaire de répéter 3-4 fois une mesure pour une même tension, puisqu'on peut avoir deux nombres affichés au compteur pour la même tension. On observe alors que les points sont globalement alignés sur la même droite mais on voit bien la quantification par le placement des points en "escalier".
On peut aussi revérifier que pour une fréquence d'échantillonage élevée (1000 Hz) que la précision est suffisamment élevée pour ne pas voir clairement le pas de quantification.

3 Nombres de bits de l'oscilloscope

On souhaite ici déterminer le nombre de bits sur lequel est encodé l'échantillonnage d'une tension sur l'oscilloscope. On définit, tout d'abord, le bruit due à l'échantillonnage qui correspond à la différence entre le signal analogique x et le signal numérique $\hat{x}$ observé à l'oscilloscope :

$$b = x - \hat{x} \tag{4}$$

Étant donné que le signal analogique ne peut pas être observé à l'oscilloscope, on va utiliser le même signal que l'on va placer sur deux entrées de l'oscilloscope. On note alors $\hat{x_1}$ le signal analogique observée sur la voie 1, de même pour $\hat{x_2}$. Par ce biais, en calculant à l'oscilloscope la différence entre ces deux signaux, on enlève la dépendance en x et on peut observer alors un bruit total de quantification $b_{\text{tot}} = b_1 - b_2$:

$$\hat{x_1} - \hat{x_2} = x - b_1 - (x - b_2) = b_{\text{tot}} \tag{5}$$

On note à présent le pas de quantification en tension Δs_1 sur la voie 1, idem pour 2. Si on suppose que la prise de mesure par l'oscilloscope suit une loi uniforme, on peut relier directement l'écart type du bruit de quantification $\sigma(b_1)$ au pas de quantification par :

$$\sigma(b_1) = \sqrt{\langle b_1^2 \rangle - \langle b_1 \rangle^2} = \frac{\Delta s_1}{\sqrt{12}} \tag{6}$$

En prenant un signal sinusoïdale de moyenne nulle, on va pouvoir donc aussi annuler la valeur moyenne de son bruit de quantification. On confond alors la valeur efficace et l'écart-type :

$$\sigma(b_1)^2 = \langle b_1^2 \rangle = \frac{\Delta s_1^2}{12} \tag{7}$$

De plus, en reprenant la différence des voies 1 et 2, et prenant sa valeur efficace (grâce au calcul *CA EFF* ou *AC RMS* par l'oscilloscope), on a alors directement accès à la valeur efficace du bruit total $\sigma(b_{\text{tot}}) = \sqrt{\langle b_{\text{tot}}^2 \rangle}$, ainsi on a alors :

$$\langle (\hat{x_1} - \hat{x_2})^2 \rangle = \langle b_{\text{tot}}^2 \rangle = \langle b_1^2 \rangle + \langle b_2^2 \rangle \tag{8}$$

Or, d'après les relations précédentes, on en déduit :

$$\sigma(b_{\text{tot}})^2 = \langle b_{\text{tot}}^2 \rangle = \frac{\Delta s_1^2}{12} + \frac{\Delta s_2^2}{12} \tag{9}$$

Enfin, il existe une relation simple entre le pas de quantification Δs_1 et la plage en tension noté ΔV_1 affiché par l'oscilloscope sur la voie 1. On note alors N le nombre de bits sur lequel est encodé la quantification et que l'on chercher à obtenir.

$$\Delta s_1 = \frac{\Delta V_1}{2^N} \tag{10}$$

On note aussi que cette plage en tension est alors relié directement au calibre c_1 affiché en haut à gauche de l'écran de l'oscilloscope et au nombre de carreaux affichés n par $\Delta V_1 = n\, c_1$. On obtient alors la relation suivante :

$$\sigma(b_{\text{tot}})^2 = \frac{n^2}{12} \frac{1}{(2^N)^2} \left(c_1^2 + c_2^2\right) \tag{11}$$

Expérience

Nombre de bits de l'oscilloscope - Un poly de Montrouge à retrouver

On utilise alors une signal sinusoïdale de fréquence 1 kHz et d'amplitude 150 mV. On fixe le calibre sur la voie 1 à $c_1 = 20\,\text{mV}$ et comme le nombre de carreaux affichés vaut (normalement) $n = 8$, la plage de tension vaut $\Delta V_1 = 160\,\text{mV}$ et le signal prend quasiment la place de tout l'écran, on a donc choisit un calibre adapté. On va alors faire varier le calibre c_2 de la voie 2. On rappelle que l'on a directement accès à la valeur de $\sigma(b_{\text{tot}})$ en prenant la valeur efficace de la différence des deux voies. On trace enfin la régression linéaire de $Y = \ln\left(12\,\sigma(b_{\text{tot}})^2\right)$ en fonction $X = \ln\left(n^2(c_1^2 + c_2^2)\right)$. On fixe le paramètre $n = 8$, a priori, et on peut réaliser la régression $Y = \kappa\, X - 2\ln(2)\, N$ sur Regressi. On alors directement accès à N grâce à l'ordonnée à l'origine et on vérifie que κ est proche de 1 ce qui confirme bien le modèle.

On note enfin que souvent, on obtient $N \approx 7.2$ avec une très bonne précision alors que d'après la notice de l'oscilloscope, on devrait avoir $N = 8$. En réalité, on calcule un nombre de bits effectif et il semblerait que l'écran de l'oscilloscope n'affiche pas toute la plage de tension. On peut s'en convaincre qu'en augmentant n la régression donne alors N plus proche de 8. On peut aussi s'en convaincre en prenant un calibre tel que le signal est légèrement rogné en haut et en bas de l'écran et prenant sa transformée de Fourier directement à l'oscilloscope. On observe alors que la transformée de Fourier n'est pas modifiée par rapport à la situation où l'on prend un calibre adapté.

Attention

L'oscilloscope **ne doit pas** être en mode Haute Résolution sinon il va faire des calculs intermédiaires supplémentaires qu'il va réaliser sur un plus grand nombre de bits.

Conclusion

On a vu deux méthodes de mesure numérique d'une grandeur physique et la limite de ces mesures par rapport à la quantification et au bruit. On aussi pu déterminer le nombre de bits de quantification de l'oscilloscope, appareil qui réalise une numérisation d'un signal.

Compléments

Manipulation surprise

Fréquence des battements de deux diapasons légèrement désaccordés en utilisant le frequencemètre
Le principe était de faire un détecteur de crête de constante de temps supérieure à $1/f \approx 5\,\text{ms}$ (diapason à 256 Hz) en prenant, par exemple $R = 20\,\text{k}\Omega$ et $C = 1\,\mu\text{F}$ et de mettre la sortie du détecteur de crête à l'entrée du circuit qui convertit un signal périodique en signal créneaux 0-5 V. Ca n'a pas marché car le signal était trop bruité et on ne voyait pas les battements en sortie du détecteur de crête. Il faudrait donc amplifier le signal du micro avant le détecteur de crête.

Questions

- **Peux tu repréciser pourquoi tu voulais te ramener à des créneaux 0-5 V** La plupart des portes logiques sont des Non-Et et qui ont pour tension à l'état "vrai" = 5V.
- **Comment pourrait on vérifier la fiabilité de ton fréquencemètre** On pourrait regarder la sensibilité au bruit. Par exemple le signal du diapason est assez bruité et ça marche bien.
- **Si le signal était très bruité comment on pourrait faire** Utiliser la détection synchrone
- **A quoi sert le suiveur ?** Permet d'avoir une bonne adaptation d'impédance. Peut être pour assurer une puissance suffisante ?
- **Peut on reprendre la manip 2 tranquillement ?**
- **Une idée de comment le compteur que tu utilise fonctionne ?** Il est composé d'un compteur binaire puis d'un convertisseur logique entre le nombre en binaire et l'affichage 7 segments (c'est bien expliqué dans le Duffait d'élec)
- **Question Bascule JK ?** Avec J=1 et K=1, à chaque front montant de l'entrée, la sortie s'inverse.
- **C'est quoi le bruit de quantification ?** La différence entre le signal analogique et le signal numérique
- **Question : Subtilité de ne pas avoir le signal analogique pour quantifier le bruit de quantification** voir le rapport j'ai essayé de l'expliquer au mieux

Commentaires

- Ça pourrait être intéressant de faire une étude de fiabilité du fréquencemètre.
- C'est bien de maniper dans ce montage, vu qu'on fait pas beaucoup de régression linéaire.
- Comme souvent les soucis sont des problème de masse.
- C'est une bonne idée de réutiliser le compteur du fréquencemètre (après il faut savoir brancher pour que ça marche)
- Tu t'en es bien sorti sur les explications. Ce qui t'as embêter le plus c'est les fils. Ca pourrait être bien de plus étaler les manips

- **I**l ne faut pas hésiter à faire des manips un peu plus localisées. Le jour J il y a des petites tables à côté qui permettent de s'étaler un peu quand même.

En fait, il faudrait un compromis entre monter tous les circuits au préalable sur la paillasse pour pas trop se perdre et réussir à pas mal maniper devant le jury. J'ai voulu maniper pendant ce montage et après avoir pré-monter le premier circuit j'ai voulu refaire tout le second circuit de la mesure de tension et je me suis trompé dans un branchement donc ça ne fonctionnait pas et je n'ai trouvé l'erreur que lorsque j'ai repris le circuit calmement pendant les questions.