

LP2020 - Symétries

24 Février 2021

Valentin Dorel & Antoine Chauchat

Niveau : Licence

Bibliographie

- *Cours de mécanique analytique 2020*, **Camille** →
Eloy
- *Cours d'électromagnétisme L3 2018*, **Stephan** →
Guy

Pré-requis

- Électromagnétisme dans le vide
- Formulation Lagrangienne
- Chimie orbitale

Expériences



Table des matières

1	Symétries en Électromagnétisme	2
1.1	Électrostatique et principe de Curie	2
1.2	Équations de Maxwell	3
1.3	Ondes planes et symétries	4
2	Mécanique Analytique	5
2.1	Symétries infinitésimales	5
2.2	Théorème de Noether	6
2.3	Exemples et applications	6
3	Questions et commentaires	7
3.1	Questions	7
3.2	Commentaires	9

Introduction

Vous avez déjà utilisé implicitement les symétries au cours de l'étude de problèmes variés en physique. Par exemple en chimie orbitale l'analyse des symétries des différentes orbitales atomiques permet de savoir lesquelles peuvent interagir. Seules deux orbitales de même symétrie auront un recouvrement non nul. On va aujourd'hui essayer de comprendre comment les utiliser et quelle est leur place dans l'étude des situations physiques.

1 Symétries en Électromagnétisme

1.1 Électrostatique et principe de Curie

On va voir que l'analyse des symétries d'un problème permet souvent de le simplifier en vue de sa résolution grâce au principe de Curie.

Principe de Curie Le principe de (Pierre) Curie s'énonce simplement de la manière suivante :

Lorsque certaines causes produisent certains effets, les éléments de symétrie des causes doivent se retrouver dans les effets produits.

Cela signifie que les effets ont toujours une plus grande symétrie que les causes. Attention la réciproque n'est pas vraie, il peut y avoir une symétrie strictement plus grande des effets que les causes.

Par exemple pour un cristal, la description microscopique confère un groupe discret de symétrie alors que ses propriétés macroscopiques, qui sont les effets, sont homogènes donc invariantes par des transformations continues. Les effets ont une plus grande symétrie que les causes.

vecteur/pseudo-vecteur Il est important notamment en électromagnétisme de faire la distinction entre vecteur et pseudo-vecteur. Les effets des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ créés par une distribution sont la force que ressent une particule où règne ce champ. Cette force est un vecteur, elle ne dépend pas de l'orientation du repère choisi. Or cette force de Lorentz s'écrit

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}). \quad (1)$$

On en déduit que $\vec{E}$ est un vecteur. Comme $\vec{v}$ est un vecteur aussi et que le produit vectoriel dépend de l'orientation de la base, $\vec{B}$ est lui un pseudo-vecteur.

invariance et symétries quelles conclusions ? Si un système ne dépend pas d'une coordonnée on dit qu'il est invariant selon cette coordonnée, par exemple un cylindre infini est invariant par translation selon Oz , son axe de révolution, et par rotation autour Oz , c'est-à-dire invariant selon θ .

Dans ce cas le principe de Curie se traduit ainsi : les effets ne dépendent pas non plus de la coordonnée dont le système est invariant.

Si un système, par exemple une distribution de charge, est symétrique (ou antisymétrique) par rapport à un plan, alors le principe de Curie s'applique différemment pour les vecteurs et pseudo-vecteurs. Il devient alors :

En tout point d'un plan de symétrie, un effet vectoriel appartient à ce plan de symétrie et un effet pseudo-vectoriel est orthogonal à ce plan de symétrie.

En tout point d'un plan d'antisymétrie, un effet vectoriel est orthogonal à ce plan d'antisymétrie et un effet pseudo-vectoriel appartient à ce plan de symétrie.

Ainsi il faut un plan de symétrie (respectivement antisymétrie) pour déterminer la direction d'un effet pseudo-vectoriel (respectivement vectoriel) mais il faut deux plans de symétrie (respectivement antisymétrie) pour déterminer la direction d'un effet vectoriel (respectivement pseudo-vectoriel).

Application en électrostatique et magnétostatique On va pouvoir utiliser le principe de Curie pour calculer le champ $\vec{E}$ créé par une distribution à symétrie sphérique bornée par un rayon R .

Considérons un point M de l'espace, tout plan contenant la droite (OM) est plan de symétrie donc le champ $\vec{E}$ appartient à l'intersection de tous ce plan donc $\vec{E} = E_r \mathbf{r}$.

On se place en coordonnées sphériques : $\vec{E} = \vec{E}(r, \theta, \phi)$. La distribution est à symétrie sphérique donc invariante selon θ et ϕ donc $\vec{E} = \vec{E}(r)$.

En combinant ces deux résultats on obtient que finalement

$$\vec{E} = E_r(r) \mathbf{r} \quad (2)$$

Grâce à cette analyse de symétries, le terme de flux dans le théorème de Gauss s'écrit simplement

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 4\pi r^2 E_r(r) \quad (3)$$

On considère un point M dans la distribution, alors le théorème de Gauss assure que

$$4\pi r^2 E_r(r) = \frac{\int_0^r 4\pi r'^2 dr' \rho}{\epsilon_0} \quad (4)$$

Pour un point M hors de la distribution, le théorème de Gauss s'écrit

$$4\pi r^2 E_r(r) = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (5)$$

avec Q la charge totale de la distribution. Finalement on a trouvé que

$$\vec{E} = \frac{\int_0^r r'^2 dr' \rho}{\epsilon_0 r^2} \mathbf{r} \quad \text{pour } r \leq R \quad (6)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r} \quad \text{pour } r \geq R \quad (7)$$

La symétrie sphérique fait que hors de la distribution seul le comportement monopolaire entre en compte.

Subtilité du principe de Curie : brisure spontanée de symétrie Dans certains cas, le système possède une symétrie mais elle semble être brisée spontanément. Par exemple quand on exerce une compression suffisante sur une poutre, elle flambe selon un angle ϕ qui semble briser la symétrie de révolution du problème. Pour appliquer le principe de Curie il faut moyenner sur tous les résultats possibles, chaque angle étant équiprobable, le principe de Curie reste vrai sur l'ensemble des résultats possibles.

Quand on place une bille au centre d'un double puits de potentiel, elle peut tomber soit à gauche soit à droite par une perturbation infinitésimale ce qui semble de même briser la symétrie. Il faut à nouveau raisonner en moyenne.

↓ *Toujours dans le cadre de l'électromagnétisme nous allons voir comment l'analyse de symétries peut nous faire retrouver les équations de Maxwell.*

1.2 Équations de Maxwell

Dans cette sous partie nous allons essayer de retrouver les équations de Maxwell à partir de considérations de symétrie. Pour cela nous avons besoin de quelques hypothèses :

- Système linéaire
- On se limite aux dérivées premières
- Force de Lorentz : $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$
- Invariance CPT : nous allons détailler ce point tout de suite.

On définit trois transformations :

- Conjugaison de la charge C : remplacement la charge de toutes les particules par son opposée.
- Parité P : inversion de la position de toutes les particules du système par rapport à une origine arbitraire (x devient x , y devient $-y$, z devient $-z$).
- Temporelle T : changement de sens de la flèche du temps i.e. inversion du sens du mouvement de toutes les particules (t devient $-t$).

On cherche des équations invariantes par conjugaison CPT. Dans la partie précédente on a vu que $\vec{E}$ était transformé en $-\vec{E}$ par P au contraire de $\vec{B}$ qui restait dans le même sens. On va donc faire un tableau recensant toutes les grandeurs susceptibles d'intervenir et on va noter leur symétrie ou antisymétrie par rapport à ces trois opérateurs par un signe - ou +.

terme	C	P	T
$\vec{F}$	+	-	+
q	-	+	+
$\vec{E}$	-	-	+
$\vec{v}$	+	-	+
$\vec{B}$	-	+	-
ρ	-	+	+
$\frac{\partial \rho}{\partial t}$	-	+	-
$\vec{j}$	-	-	-
$\nabla \cdot \vec{E}$	-	+	+
$\nabla \cdot \vec{B}$	-	-	-
$\nabla \times \vec{E}$	-	+	+
$\nabla \times \vec{B}$	-	-	-
$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	-	-	-
$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	-	+	+
$\nabla \cdot \vec{j}$	-	+	-
$\nabla \rho$	-	-	+

Tab. 1 : Symétrie CPT des différents termes

Les termes pouvant se combiner doivent avoir les mêmes symétries CPT et être de même nature. Ainsi $\nabla \cdot \vec{B}$ est le seul scalaire étant antisymétrique trois fois. On retrouve l'équation de Maxwell-Thompson :

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (8)$$

De même on retrouve Maxwell-Gauss avec les scalaires $\nabla \cdot \vec{E}$ et ρ :

$$\nabla \cdot \vec{E} = \alpha \rho \quad (9)$$

Et pour les quantités vectorielles on retrouve Maxwell-Ampère et Maxwell-Faraday :

$$\nabla \times \vec{E} + \chi \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \gamma \vec{j} + \beta \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (11)$$

L'équation de conservation de la charge, l'invariance sous transformation de Lorentz et l'équation d'onde nous permettent de trouver les constantes.

1.3 Ondes planes et symétries

Dans la première partie on a utilisé comme argument : si le système est invariant par translation selon l'axe z , alors le champ électromagnétique ne doit pas dépendre de z . On va voir pourquoi la situation est en fait un peu plus compliquée.

Prenons le cas d'un champ électromagnétique dans le vide. Ainsi le système est invariant sous toute translation d'espace ou de temps. Le champ électrique ne devrait donc dépendre de rien, il ne devrait donc pas y avoir existence d'ondes planes dans le vide ?

La réponse est que nous avons simplifié trop vite, nous allons voir la façon rigoureuse d'utiliser les invariances.

Considérons le cas d'un champ électrique dans le vide. Soit la translation $T_a(z)$ qui translate le système de a selon l'axe z . Le système est invariant selon cette transformation. Soit $E(z)$ une solution au problème. $E(z - a)$ est solution du même système d'équations différentielles que $E(z)$. Les équations de Maxwell ont pour solution un espace de dimension 1 ainsi $E(z - a) = f(a)E(z)$. Ainsi dans le vide pour tout $(y, z) \in \mathbb{R}^2$ on a $E(z - y) = f(y)E(z)$.

Interlude mathématique :

$$g(x+y) = f(y)g(x)$$

On prends arbitrairement $g(0) = 1$.

$$g(0+y) = 1 \times f(y) \rightarrow g(y) = f(y) \rightarrow g(x+y) = g(x)g(y) \rightarrow g(x) = \exp(\alpha x)$$

Ainsi dans notre problème l'invariance par translation selon z nous indique $E(z) \propto \exp(\alpha z)$ ce qui est cohérent avec la forme que l'on a pour les ondes planes, $E(z) \propto \exp(ik_z z)$.

Les invariances décrites précédemment nous montrent en fait que :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp\{i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)\} \quad (12)$$

Les équations de Maxwell donnent la relation entre ω et k .

Conclusion de cette sous partie : Si un problème est invariant selon une opération de symétrie S alors les solutions sont vecteurs propres de l'opérateur S .

On va voir dans un cadre plus général l'utilisation de symétries nous permettant notamment de remonter aux quantités conservées dans la dynamique d'un système.

2 Mécanique Analytique

2.1 Symétries infinitésimales

Considérons un système de Lagrangien $L(q, \dot{q}, t)$ dont la dynamique est donné par les équations d'Euler-Lagrange noté $\mathcal{E}L(q, \dot{q}, \ddot{q}, t) = 0$. Soit une transformation inversible $q \rightarrow q' = f(q, t)$. Sous cette transformation

$$L'(q', \dot{q}', t) = L(q, \dot{q}, t) \quad (13)$$

La covariance nous donne :

$$\mathcal{E}L'(q', \dot{q}', \ddot{q}', t) = 0 \Leftrightarrow \mathcal{E}L(q, \dot{q}, \ddot{q}, t) = 0 \quad (14)$$

Définition : Une symétrie du système est une transformation telle que les équations d'Euler-Lagrange pour L' sur q' sont les **mêmes** que pour L sur q (et non équivalentes). Ainsi $\mathcal{E}L$ et $\mathcal{E}L'$ sont les mêmes opérateurs.

La condition d'une telle transformation est :

$$L(q', \dot{q}', t) = L(q, \dot{q}, t) + \frac{d\mathcal{G}}{dt}(q, \dot{q}, t) \quad (15)$$

Si cette condition est vérifiée, la transformation est une symétrie du Lagrangien. Cela revient à laisser invariant l'action.

On va maintenant utiliser des symétries continues, i.e. des transformations $q \rightarrow q^\alpha = f(q, t, \alpha)$ telle que pour $\alpha = 0$, $q^\alpha = q$. Cette transformation est une symétrie continue du Lagrangien si c'est une symétrie pour toute valeur de α .

La condition (15) est alors :

$$L(q^\alpha, \dot{q}^\alpha, t) = L(q, \dot{q}, t) + \frac{d\mathcal{G}}{dt}(q, \dot{q}, t, \alpha) \quad (16)$$

On prends maintenant le cas particulier d'une transformation infinitésimale $\alpha = \varepsilon + o(\varepsilon)$ et on se limitera à l'ordre 1 en ε .

On note $q^\alpha = q + \delta q$ avec $\delta q = \varepsilon g(q, t)$ et $\mathcal{G}(q, t, \alpha) = \varepsilon F(q, t)$. La condition de symétrie infinitésimale est :

$$L(q + \delta q, \dot{q} + \delta \dot{q}, t) - L(q, \dot{q}, t) = \varepsilon \frac{dF}{dt}(q, \dot{q}, t) \Leftrightarrow \delta L = \varepsilon \frac{dF}{dt} \quad (17)$$

2.2 Théorème de Noether

Transformation des coordonnées On va montrer dans cette sous partie que l'existence de symétries infinitésimales implique l'existence de quantités conservées.

On considère $q' = q^\alpha = q + \delta q$. On utilise la condition de symétrie infinitésimale qui s'exprime :

$$\sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} \delta q_i + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i \right) = \varepsilon \frac{dF}{dt} \quad (18)$$

On utilise la même astuce que dans la démonstrations des équations d'Euler-Lagrange et ainsi :

$$\sum_i \left(\delta q_i \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \delta q_i \right) \right) = \varepsilon \frac{dF}{dt} \quad (19)$$

Si les équations du mouvement sont vérifiées on a alors :

$$\frac{d}{dt} \left(\sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} g_i(q, t) - F \right) = 0 \quad (20)$$

D'où la quantité conservée dite charge de Noether :

$$Q = \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} g_i - F \quad (21)$$

conservation de l'impulsion conservation de l'énergie chute libre

Translation temporelle On considère la translation temporelle $t \rightarrow t' = t + \delta t$ Si c'est une symétrie alors

$$L(q, \dot{q}, t + \delta t) - L(q, \dot{q}, t) = 0 \quad (22)$$

On s'est ramené au cas où F est nulle. On a alors que $\frac{\partial L}{\partial t} = 0$, le Lagrangien ne dépend pas *explicitement* du temps. Identifions la quantité conservée :

$$\frac{dL}{dt} = \sum_i \frac{\partial L}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \ddot{q}_i + \frac{\partial L}{\partial t} \quad (23)$$

$$\text{donc } 0 = \frac{dL}{dt} - \sum_i q_i \left(\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i \right) \quad (24)$$

$$\text{donc } 0 = \frac{d}{dt} \left(L - \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i \right) \quad (25)$$

La quantité conservée est

$$H = \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i - L, \quad (26)$$

que l'on appelle Hamiltonien du système.

↓ Faisons maintenant le lien entre la conservation de grandeurs essentielles en physique et leurs symétries associées.

2.3 Exemples et applications

Translation spatiale et quantité de mouvement : On considère un système à une dimension composé de deux particules interagissant via un potentiel $V(|q_1 - q_2|)$.

Pour une translation infinitésimale i.e. $\delta q_i = \varepsilon$ on a $\dot{q}'_i = \dot{q}_i$ et $q'_1 - q'_2 = q_1 - q_2$. On a le Lagrangien suivant :

$$L(q, \dot{q}, t) = \frac{1}{2} m_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{q}_2^2 - V(|q_1 - q_2|)$$

Il est ainsi invariant sous la transformation de coordonnées.

On applique le théorème de Noether avec ici $F = 0$, la charge conservée est alors :

$$Q = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} = m_1 \dot{q}_1 + m_2 \dot{q}_2 \quad (27)$$

La charge conservée est la quantité de mouvement totale !

Translation temporelle et énergie La grandeur H que l'on a identifiée comme grandeur conservée associée à l'invariance par translation dans le temps est en fait l'énergie totale du système. En effet pour une particule dans un potentiel $V(q)$, le Lagrangien s'écrit :

$$L = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 - V(q) \quad (28)$$

Ce Lagrangien ne dépend pas explicitement du temps. Le Hamiltonien vaut alors

$$H = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 + V(q), \quad (29)$$

il représente bien l'énergie totale de la particule.

Rotation spatiale et moment cinétique Si une rotation autour d'un axe est une symétrie du système alors le moment cinétique selon cet axe est la grandeur conservée associée à cette symétrie.

Quantité conservée lors de la chute libre Pour la chute libre le Lagrangien du système est :

$$L(z, \dot{z}, t) = \frac{1}{2}m\dot{z}^2 - mgz$$

On considère la translation infinitésimale $\delta z = \varepsilon$ et ici on a :

$$L'(z', \dot{z}', t) = \frac{1}{2}m\dot{z}'^2 - mgz' - mg\varepsilon$$

Ainsi :

$$\delta L = -\varepsilon mg = -\varepsilon \frac{dmg}{dt}$$

On applique donc le théorème de Noether, on trouve :

$$Q = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} \times 1 - mg t = m\dot{z} + mg t \quad (30)$$

Cette quantité conservée n'a pas d'interprétation directe, elle est moins fondamentale du fait de sa dépendance explicite en temps, mais une telle quantité conservée peut permettre de résoudre ou au moins simplifier les équations du mouvement.

Conclusion

On a vu dans cette leçon que l'analyse des symétries d'un problème peut permettre de grandement le simplifier dans l'exemple de l'électromagnétisme. Le théorème de Noether assure lui que les symétries sont des outils généraux et met en évidence le lien entre symétrie et grandeur conservée. Ces outils sont transverses à tous les domaines de la physique.

3 Questions et commentaires

3.1 Questions

- Tu peux revenir sur l'argument disant que dans le cas d'un solide cristallin on a des invariances continues ?
- Est-ce que c'est pas juste un changement de description ? Moyenne sur une échelle grande devant le pas du réseau ?
- Qu'est ce que c'est les cause/effets dans le principe de Curie ?
- Dans un liquide, quelles sont les symétries microscopique ? On les retrouve à l'échelle macroscopique ?
- Dans cet exemple l'argument c'est de dire : tout est organisé selon un réseau et on cherche les effets de cette organisation sur les grandeurs macroscopiques et tu dis que ça implique une invariance continue ?
- Pour différencier vecteur/pseudo vecteur tu as utilisé la force de Lorentz ?
- Tu as dit qu'il y avait un produit vectoriel entre $\mathbf{v}$ et $\mathbf{B}$ et donc que $\mathbf{B}$ était un pseudo vecteur tu peux ré-expliquer ?

- Il est défini comment le produit mixte entre des vecteurs ?
- Tu peux redonner la définition de pseudo vecteur ?
- C'est une condition de comportement sous quelle transformation d'être pseudo vecteur ?
- Tu as abordé les notions d'invariance et symétrie en électrostatique, tu peux me redonner les définitions de ces termes ?
- Du coup la distinction c'est par rapport à la préservation d'orientation des bases ?
- Pour invariance tu as dit que c'était des transformations sur les coordonnées
- Avec cette définition (symétrie = transformation qui ne dépend pas de l'orientation) tu peux nous redémontrer qu'un vecteur est contenu dans un plan de symétrie ?
- c'est quoi tes hypothèses sur ta distribution de charge dans le cas de ton théorème de Gauss ?
- quand tu as présenté le flambage tu as dit que tous les angles de flambage sont équiprobables tu peux ré-expliciter ? tu peux dessiner θ sur un dessin ?
- Pourquoi est ce que les perturbations seraient aléatoirement distribuées en θ ?
- Je trouverais ça plus logique de dire qu'il n'y a pas de paradoxe car l'opérateur n'est pas symétrique
- Ce phénomène s'appelle comment ? ça s'applique surtout dans quel domaine ? -> transitions de phase notamment transition ferro-para
- est ce que ça intervient dans tous les types de transition de phase ? ça intervient dans les deux classes de transition de phase ? tu connais une transition dans laquelle il n'y a pas de brisure de symétrie ? -> transition liquide gaz qui est du 1er ordre alors que ferro-para est du second ordre
- On a dit qu'une perturbation changeait l'état du système et brisait la symétrie, tu as notamment parlé de ferro-para. Qu'est ce qui est important pour l'état initial du système ? Avant la transition il était stable, après instable ce qui donne la brisure sous perturbation
- Important dans un autre domaine de la physique ?
- Qu'est ce qui déclenche la brisure de symétrie dans les transitions de phase ? dans le cas de la transition ferro-para d'où elle peut venir la petite excitation magnétique ? elle est extérieure ? -> ça peut être une fluctuation due à la température non nulle. Dans ce cadre là c'est quelle symétrie qui est brisée ?
- C'était très intéressant cette construction des équations de maxwell à partir des symétries. Tu peux motiver chacune de tes hypothèses i.e. linéaire dérivées premières force de Lorentz connue et invariance CPT ?
- En quoi c'est linéaire ? -> deux premières hypothèses par simplicité, la force de Lorentz on peut la considérer comme point de départ car accessible expérimentalement, CPT car en théorie des champs les lois doivent être invariantes CPT.
- Là on a considéré chaque transformation indépendante ou on a fait l'invariance globale ? On a considéré chaque transfo indépendante donc c'est peut être pas la bonne justification
- Sur ce tableau on cherche les lignes de signe identiques et on dit que tous les objets peuvent être couplés dans une équations. Pourquoi on ne couple pas $\nabla \cdot \mathbf{B}$ et $\mathbf{j}$? On ne peut pas construire un scalaire à partir de $\mathbf{j}$ qui a les mêmes propriétés de symétrie ? -> par exemple norme($\mathbf{j}$) mais on est plus linéaire
- On aurait aussi pu essayer de créer des équations avec des classes de symétries qu'on a pas utilisé ? -> on retrouve notamment la conservation de la charge
- Juste après tu as parlé une transformation de Lorentz ? est ce que les élèves sont sensés savoir ce que c'est ? -> je les ait juste évoqué, les élèves ne sont pas sensés l'avoir vu mais ils ont déjà vu quelques notions de relativité restreinte au lycée.
- Tu l'as évoqué pour quoi cette transformation ? la connaissance de la conservation de la charge l'équation d'onde et l'invariance sous Lorentz sont des hypothèses pour trouver les constantes.
- Supposer la linéarité en les champs et supposer Lorentz connu c'est pas une contradiction ?
- D'ailleurs à quoi ça sert d'avoir supposé Lorentz connue ? -> ça sert à connaître le comportement des champs sous P

- Au tableau tu as écrit un Lagrangien qui dépend de $(q, \dot{q}, t)$ et L' de q', qp', t , c'est quoi le lien entre ces deux fonctions? -> égalité
- du coup c'est un peu la définition de L' . Qu'y a t il de plus lorsqu'on trouve une symétrie?
- Le théorème de Noether il s'applique à quel type de symétries? par exemple au début tu as parlé de symétrie cristalline, ça s'applique? -> non car ce n'est pas une symétrie continue
- Tu as dit que dans le problème de Kepler c'est utile. En quoi c'est utile dans ce problème? -> la conservation du moment cinétique nous donne le caractère plan, la conservation du vecteur de Runge-Lenz nous dit que les trajectoires fermées sont bornées
- Qu'est ce que ça fait l'existence de quantités conservées sur les degrés de liberté du système? comment on appelle les systèmes qui ont autant de quantités conservées que de degrés de liberté? -> système intégrable
- Par exemple dans Kepler tu peux compter les degrés de liberté et les quantités conservées? -> position et vitesse donc 6 degrés de liberté -> $\mathbf{L}$, énergie et $\mathbf{A}$ (Runge-Lenz) sont conservés ce qui donnerait 7 quantités conservées -> j'aurais envie de dire que $\mathbf{L}$ et $\mathbf{A}$ sont liés. On a l'orthogonalité de ces deux vecteurs ce qui "enlève" une quantité conservée et donne le bon nombre
- on voit que dans ces cas là les symétries donc les lois de conservation fixent complètement le système
- On sait aussi le résoudre (Kepler) sans utiliser les quantités conservées. Y a t il des problèmes qu'on ne sait pas résoudre sans les lois de conservation? -> la collision de particules
- Tu as parlé de symétries classique. Tu peux nous parler du cas quantique? Qu'est ce qu'une symétrie en mécanique quantique? -> notion d'observable qui commute avec le Hamiltonien
- est ce que ça simplifie la recherche de vecteurs propres? -> ça permet la codiagonalisation

3.2 Commentaires

- Très bien au niveau du temps
- Si on reprends linéairement ton plan, ça paraît cohérent. Je ne suis pas fan du principe de Curie mais ça reste directement dans le sujet.
- J'aurais peut être détaillé un peu plus les exemples genre un exemple concret de cristal cubique.
- L'argument c'est que les symétries discrètes qui disparaissent à l'échelle macroscopique. J'ai pas l'impression que ça sert ton propos.
- Pour moi ça reste juste une histoire de description du problème, il n'y a rien de profond derrière. Exemple de plus symétrique que la cause?
- Sur l'aspect vecteur pseudo vecteur j'ai été un peu perdu lors de la présentation. Il faut plus insister sur le fait que tout dépend du comportement sous l'opérateur parité. C'est plus simple pour introduire la notion et le comportement des champs $\mathbf{E}$ et $\mathbf{B}$.
- la distinction symétrie / invariance en électrostatique n'est pas vraiment celle utilisée en physique plus avancée. La distinction que tu voulais faire était plus dans le cas discret/ continu ou réflexion/le reste. ça peut mener à des questions reloues
- Pour Gauss j'ai senti que tu voulais rendre ça concret, c'est pas forcément nécessaire de faire la résolution. Plus insister sur l'identification des symétries invariance que sur le calcul de $\mathbf{E}$
- Sur le flambage, j'ai l'impression que le paradoxe est plus simple en disant que la brisure de symétrie est créée par un opérateur non symétrique ainsi il n'y a pas de symétrie initiale. ça peut mener à des questions dures sur les fluctuations sinon.
- J'ai bien aimé l'exemple sur Maxwell c'est original et pertinent, il faut le garder. ça va mener à des questions mais si tu les gères comme tu l'as fait c'est bien.
- Les motivations de CPT sont très peu triviales. Il fallait bien préciser qu'ici on voulait préserver chaque symétrie indépendamment
- Expliquer un peu mieux ce que représentent + et - dans le tableau

- Qu'est ce qui t'a motivé à faire le paragraphe sur les ondes planes ?
- Du coup aller peut être un peu plus dans les détails de cette partie ou en tout cas plus le motiver.
- J'ai l'impression que ça peut mener à des questions notamment aux symétries quantiques qui se comportent comme ça.
- Pour revenir sur cet exemple, la façon dont tu l'as fait est aussi la manière de démontrer le théorème de Bloch en matière condensée. On peut partir dans ce sens là si ça nous intéresse
- Sur la partie mécanique analytique elle est cohérente, c'est juste un peu dommage de ne pas avoir le temps de présenter un exemple concret genre le problème de Kepler. On reste peut être un petit peu sur notre faim
- Je n'aurais pas fait le choix de présenter Noether dans ta leçon. On aurait pu prendre un système conservatif et faire le lien symétrie en conservation sans présenter le théorème de Noether. ça permettrait de présenter Kepler et de compter les quantités conservées ce qui permet de montrer l'intérêt des symétries. Ensuite ouvrir en disant que c'est fondamental et que ça vient du théorème de Noether. ça permet même de penser cette leçon en L2 comme un cours qui a une progression plus logique.
- Il y a souvent des questions de pédagogie et ça peut aller loin en mécanique analytique
- Juste une remarque sur Noether tu aurais gagné en clarté en définissant toutes les notations au début.
- écrit un peu plus de phrases et de liens mathématique entre les grandeurs
- Globalement sinon c'était vraiment bien ! gg Chocho