

LP 33 – Interférences à deux ondes en optique

11 juin 2021

Antoine Chauchat & Valentin Dorel

Niveau : L2

Bibliographie



Prérequis

- chemin optique
- intensité lumineuse

Expériences



Table des matières

1	Conditions d'interférence	2
1.1	Condition de détection	2
1.2	Superposition de deux ondes monochromatiques	2
1.3	Notion de cohérence	4
2	Fentes d'Young	5
2.1	Dispositif expérimental et observations	5
2.2	Modélisation	5
2.3	Retour sur l'expérience	6
3	Source réelle	7
3.1	Étalement spatial	7
3.2	Étalement spectral	8
4	Questions et commentaires	9
4.1	Questions	9
4.2	Commentaires	9

Introduction

Aujourd'hui nous allons étudier le phénomène d'interférences lumineuses et plus particulièrement les interférences à deux ondes. Historiquement c'est l'expérience des fentes d'Young en 1801 qui fut la première expérience d'interférences, nous l'étudierons aujourd'hui. On peut notamment se demander pourquoi on observe des interférences que dans certaines conditions particulières et notamment pourquoi il a fallu attendre 1801 pour une mise en oeuvre expérimentale convaincante, c'est ce que nous allons commencer par étudier.

1 Conditions d'interférence

1.1 Condition de détection

En optique, les détecteurs (oeil, caméra CCD, photodiode, capteur photoélectrique) sont sensibles à l'intensité lumineuse.

Rappel :

L'intensité lumineuse est définie comme la moyenne temporelle de la norme du vecteur de Poynting :

$$I = \left\langle \left| \vec{\Pi} \right| \right\rangle_t \quad (1.1)$$

Le temps de moyennage dépend du capteur :

Capteur	Temps de réponse (s)
Oeil	1×10^{-2}
Plaque photographique	1×10^{-3}
Photodiode	1×10^{-6}
Photomultiplicateur	1×10^{-9}

Tab. 1 : Temps de moyennage de différents capteurs.

Cela signifie par exemple qu'un mouvement qui dure moins de 10 ms sera vu flou à l'oeil humain. C'est assez intuitif car on a tous pris des photos floues.

Tout ça est important car pour la lumière, $\lambda \in [400, 800]$ nm les vibrations ont une période $T \sim 1 \times 10^{-15}$ s. Ainsi aucun détecteur n'est capable de voir les vibrations lumineuses, ils ne sont tous sensibles qu'à la moyenne. *C'est de la que vient la définition de l'intensité lumineuse.*

On va voir dans la suite que ce moyennage va avoir de grandes conséquences.



Moyenné sur 100 ms



Moyenné sur 35

Fig. 1 : Effet du moyennage

1.2 Superposition de deux ondes monochromatiques

$$\text{☞ } I \neq I_1 + I_2$$

On peut utiliser deux lampes et montrer que les intensités ont l'air de s'ajouter, ensuite on utilise des trous d'Young, on n'obtient pas du tout une somme d'intensités.

Supposons que l'on ait deux sources monochromatiques situées en S_1 et S_2 créant des champs électriques :

$$\vec{\mathbf{E}}_1(M, t) = \vec{\mathbf{E}}_{1_0} \cos\left(\omega_1 t - \frac{\omega_1}{c}(S_1 M) + \varphi_1(t)\right) \quad (1.2)$$

$$\vec{\mathbf{E}}_2(M, t) = \vec{\mathbf{E}}_{2_0} \cos\left(\omega_2 t - \frac{\omega_2}{c}(S_2 M) + \varphi_2(t)\right) \quad (1.3)$$

On retrouve les déphasages que l'on a l'habitude de voir avec le chemin optique mais également les termes de phase φ dus au fait que l'on utilise des sources différentes. On peut comprendre leur origine avec le modèle des trains d'onde :

Trains d'onde :

On peut modéliser une source par un émetteur de *trains d'onde* de longueur finie. Chaque train à une phase aléatoire. Le signal émis est finalement une sinusoïde par morceaux.

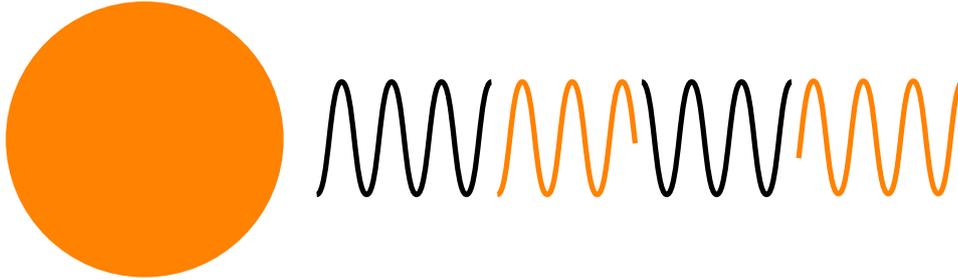


Fig. 2 : Modèle des trains d'onde

On peut maintenant calculer l'intensité reçue correspondant à la somme des deux ondes :

$$I \propto \langle (\vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2)^2 \rangle \quad (1.4)$$

$$I \propto \underbrace{\langle \vec{\mathbf{E}}_1^2 \rangle}_{I_1} + \underbrace{\langle \vec{\mathbf{E}}_2^2 \rangle}_{I_2} + 2 \underbrace{\langle \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 \rangle}_{\text{Interférences}} \quad (1.5)$$

On retrouve ainsi que l'intensité résultante n'est a priori pas la somme des deux intensités incidentes.

On peut faire une première observation : pour des ondes de polarisation orthogonales, le terme d'interférences s'annule. Ceci peut expliquer la première observation : les deux lampes émettent de la lumière non polarisée et donc on n'observe pas d'interférences.

☛ Si on est déter

On peut rajouter des polariseurs orientés selon le même axe après les lampes et voir qu'on obtient toujours pas d'interférences... mystère mystère

Il doit donc y avoir autre chose. Intéressons nous au terme d'interférences, en supposant que les deux sources aient la même polarisation :

$$E_1 E_2 = E_{1_0} E_{2_0} \cos\left(\omega_1 t - \frac{\omega_1}{c}(S_1 M) + \varphi_1(t)\right) \cos\left(\omega_2 t - \frac{\omega_2}{c}(S_2 M) + \varphi_2(t)\right) \quad (1.6)$$

$$E_1 E_2 = \frac{1}{2} E_{1_0} E_{2_0} \left[\cos\left((\omega_1 + \omega_2)t - \frac{\omega_1(S_1 M) + \omega_2(S_2 M)}{c} + \varphi_1(t) + \varphi_2(t)\right) + \cos\left((\omega_1 - \omega_2)t - \frac{\omega_1(S_1 M) - \omega_2(S_2 M)}{c} + \varphi_1(t) - \varphi_2(t)\right) \right] \quad (1.7)$$

Le premier terme est forcément de moyenne temporelle nulle. En effet $\omega_1 + \omega_2 \neq 0$. Si le terme d'interférences est non nul ça provient donc forcément du second terme. Pour que ce terme soit non nul il nous faut deux conditions :

- On doit avoir $\omega_1 = \omega_2 = 0$. (la vraie condition est en fait $\delta\omega\tau \ll 2\pi$)
- On doit avoir $\varphi_1(t) = \varphi_2(t)$

On voit que nos deux sources sont polychromatiques et n'ont pas de raison d'avoir de relation de phase entre elles. Il n'y avait donc aucune chance que l'on obtienne des interférences.

On va résumer ça en donnant quelques images pour mieux cerner ce que l'on vient de voir.

1.3 Notion de cohérence

Cohérence : On dit que deux sources sont cohérentes si leur superposition conduit à un terme d'interférences non nul.

Les conditions d'interférences sont les suivantes :

- Polarisation non orthogonales (produit scalaire de moyenne non nulle).
- Même pulsation : si on prends deux lasers de longueur d'onde différentes on n'observe pas d'interférences.
- Même phase, détaillons cette condition un peu plus.

Chaque train d'onde a une durée de vie τ et donc une certaine longueur de cohérence l_c . Quelques ordres de grandeurs :

Source	Longueur de cohérence
Laser He-Ne (TP)	30 cm
Laser stabilisé	Jusqu'au km !
Source classique (QI,...)	1 μm

Tab. 2 : Quelques longueurs de cohérence

Ainsi pour deux sources différentes il n'y a aucune chance pour que les trains d'onde émis aient la même phase. Pour obtenir deux sources cohérentes il faut donc ruser et créer deux sources secondaires à partir d'une seule et même source.

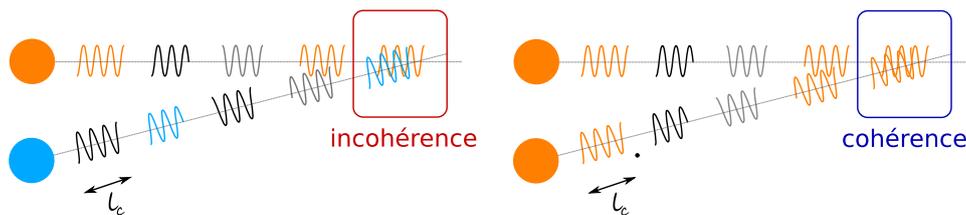


Fig. 3 : Si des trains d'ondes différents se croisent ils n'ont pas la même phase et ainsi il n'y a pas d'interférences. Ici les couleurs représentent les phases.

Si toutes les conditions sont vérifiées le terme d'interférences devient :

$$E_1 E_2 = \frac{1}{2} E_{1_0} E_{2_0} \cos\left(\frac{\omega}{c}((S_2 M) - (S_1 M))\right) = \sqrt{I_1 I_2} \cos\left(2\pi \frac{\delta}{\lambda}\right) \tag{1.8}$$

Ou on a introduit la quantité $\delta = (S_2 M) - (S_1 M)$ la *différence de chemin optique*. Ainsi pour deux sources cohérentes on peut écrire la formule de Fresnel des interférences :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(2\pi \frac{\delta}{\lambda}\right) \tag{1.9}$$

Remarques :

On comprends maintenant l'origine des fluctuations d'intensité :

- Si $\delta = p\lambda$ avec $p \in \mathbb{N}$ alors le terme d'interférences est maximal. On parle d'interférences *totalemment constructives*.
- Si $\delta = (p + \frac{1}{2})\lambda$ le terme d'interférences est minimal. On parle d'interférences *totalemment destructives*.

On remarque enfin qu'en moyenne $I = I_1 + I_2$ ce qui correspond à la conservation de l'énergie qui est juste distribuée de manière inhomogène spatialement.

On peut rétrospectivement comprendre l'importance de la moyenne temporelle qui est à l'origine de toute la discussion que l'on vient d'avoir.

2 Fentes d'Young

L'expérience des fentes d'Young (1801) est la première expérience d'interférences lumineuses et est par conséquent assez simple à analyser.

2.1 Dispositif expérimental et observations

👉 Fentes d'Young

Faire la manip et quelques observations. Figure d'interférence qui montre l'alternance entre beaucoup de lumière et *aucune* lumière, régularité selon un axe, périodicité de la figure.

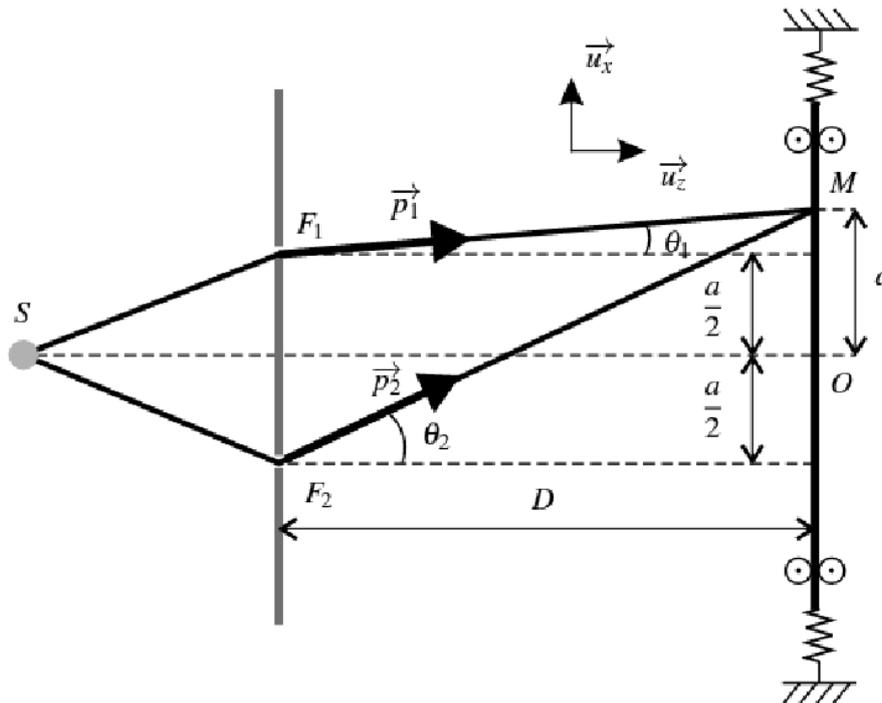


Fig. 4 : Schéma des fentes d'Young.

Voici un schéma du dispositif expérimental. Une source primaire S émet un rayonnement monochromatique de longueur d'onde λ et éclaire deux sources secondaires S_1 et S_2 telles que les distances (SS_1) et SS_2 soient égales. Ces deux sources sont séparées d'une distance a entre elles et d'une distance D de l'écran où l'on observe la figure d'interférences.

OdG :

En pratique on a :

- $\lambda \sim 630 \text{ nm}$
- $a \sim 0,5 \text{ mm}$
- $D \sim 1 \text{ m}$

2.2 Modélisation

Modélisons maintenant le dispositif de manière à pouvoir mener au mieux les calculs :

- Pas de différence de marche induite entre la source principale et les sources secondaires. Ce dispositif permet également la création de deux sources secondaires *cohérentes*, on a vu l'importance de ça dans la première partie.
- On considère des fentes infinies selon \mathbf{u}_y , le problème est donc invariant selon y et on considère également que la fente infiniment fine de largeur a selon \mathbf{u}_x (diffraction infinie quoi)
- On considère $a/D \ll 1$

On va réutiliser la formule de Fresnel vue en première partie. Pour cela on voit qu'il faut calculer la différence de marche entre nos deux rayons interférant.

On considère que nos deux rayons interfèrent en un point M à l'écran, $M(x, y, D)$. On suppose $a/D \ll 1$ et $y/D \ll 1$. Nos deux sources secondaires sont $S_1(a/2, 0, 0)$ et $S_2(-a/2, 0, 0)$. On a donc :

$$(S_2M) = \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} = D\sqrt{1 + \left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2} \quad (2.1)$$

On effectue un développement limité :

$$(S_2M) \simeq D\left(1 + \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{2D}\right)^2 + \frac{y^2}{2D^2}\right) \quad (2.2)$$

$$(S_2M) \simeq D\left(1 + \frac{x^2}{2D^2} + \frac{a^2}{8D^2} + \frac{xa}{2D^2} + \frac{y^2}{2D^2}\right) \quad (2.3)$$

Pour calculer (S_1M) on inverse juste a en $-a$ et on trouve donc :

$$(S_1M) \simeq D\left(1 + \frac{x^2}{2D^2} + \frac{a^2}{8D^2} - \frac{xa}{2D^2} + \frac{y^2}{2D^2}\right) \quad (2.4)$$

Et ainsi on trouve $\delta = (S_2M) - (S_1M)$:

$$\delta \simeq \frac{ax}{D} \quad (2.5)$$

Dans l'hypothèse où les deux sources ponctuelles émettent avec la même intensité I_0 , la formule de Fresnel donne donc :

$$I(x) = 2I_0\left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda}\right) \quad (2.6)$$

$$I(x) = 2I_0 \cos \frac{2\pi ax}{\lambda D} \quad (2.7)$$

Ce qui nous donne l'expression de l'intensité lumineuse observée à l'écran (dans la limite $(x \pm a/2) \ll D$ ce qui est vrai proche du centre de la figure.)

2.3 Retour sur l'expérience

Premier résultat confirmé par la théorie, l'indépendance en y et la dépendance en x . Plus important on a retrouvé la périodicité de la figure d'interférences. On peut réécrire $I(x)$ comme

$$I(x) = 2I_0\left(1 + \cos \frac{2\pi x}{I}\right), \quad (2.8)$$

où on a fait apparaître $I = \frac{\lambda D}{a}$ l'interfrange, qui représente la période spatiale de l'alternance entre les franges blanches et les franges sombres. Cela montre bien qu'on retrouve la périodicité observée expérimentalement.

☛ Détermination de λ

On peut montrer la pertinence de ce modèle en mesurant plusieurs I , D et a et faire un petit calcul rapide avec les incertitudes bien évidemment pour montrer qu'on retrouve bien λ .

Dans ce système d'interférences, l'alternance de franges sombres et lumineuses est accompagnée d'une périodicité avec I . Il faut faire attention, l'alternance lumière / rien est bien caractéristique des interférences, mais la périodicité n'est pas toujours présente, comme le Michelson en lame d'air.

On retrouve aussi dans la formule théorique l'annulation complète de l'intensité $I_{\min} = 0$ mais c'est spécifique à ce cas comme on le verra.

Enfin, au centre de l'écran on définit la frange centrale qui est toujours brillante au vu de la dépendance en cosinus. À partir de cette frange, on va définir l'ordre d'interférence $p = \frac{\delta}{\lambda}$. Cette notion est importante car c'est elle qui va nous permettre de localiser les franges lumineuses. En effet, on comprend sur le schéma, à faire, que des interférences constructives qui vont donner des franges lumineuses sont définies par $p \in \mathbb{N}$ et des interférences destructives sont définies par $p + \frac{1}{2} \in \mathbb{N}$. Par exemple, les ordres $p = \pm 1$ sont les franges lumineuses déterminées par $\delta = \pm\lambda$ et sont donc les franges lumineuses situées immédiatement de part et d'autre de la frange centrale.

Des animations sympa [ici](#) et [là](#)

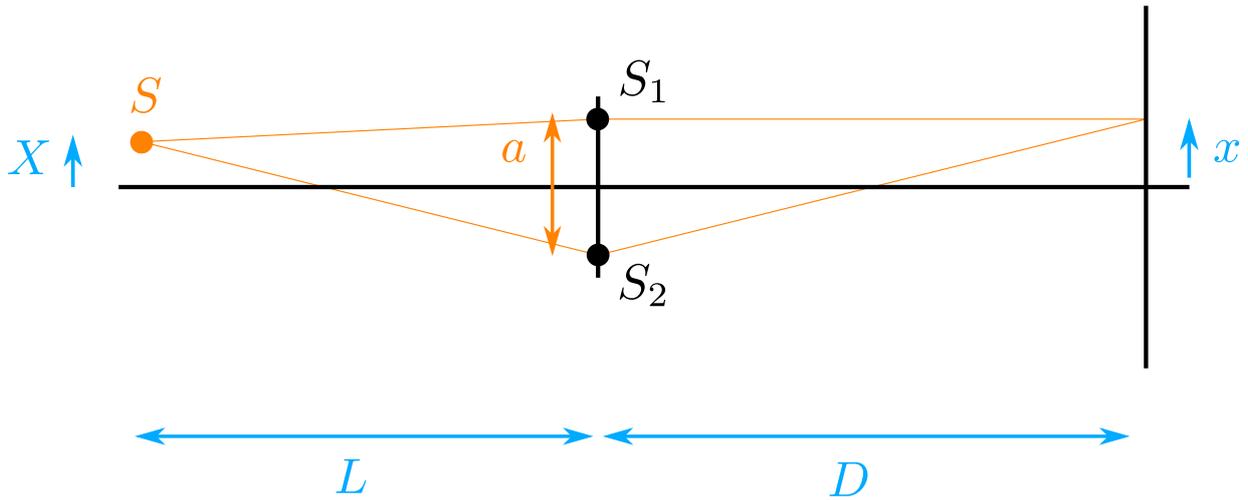


Fig. 5 : Le calcul est symétrique

3 Source réelle

Dans la suite, on revient sur les hypothèses qui ont été faites sur la source : ponctuelle et monochromatique.

3.1 Étalement spatial

Ici on considère que la source n'est plus ponctuelle mais étendue. On commence par souligner qu'étendre la source dans la direction orthogonale à l'alignement des trous ne change pas la figure d'interférence. On peut donc remplacer les trous par des fentes afin de simplement augmenter l'intensité. L'étalement qui nous intéresse maintenant est celui dans la direction des fentes.

On modélise une source étendue par plusieurs petites sources ponctuelles incohérentes entre elles. On commence par voir comment est modifiée la figure si on déplace simplement la source initiale d'une distance X . C'est facile, on a déjà fait les calculs, c'est exactement la même chose mais à gauche ! On illustre ça dans la [Figure 5](#)

Ainsi il vient que

$$\delta = \frac{ax}{D} + \frac{aX}{L} = \frac{a}{D} \left(x + \frac{D}{L} X \right). \quad (3.1)$$

On retrouve le même interfrange $i = \frac{\lambda D}{a}$. La figure d'interférence est juste décalée de $\frac{D}{L} X$. On commence à comprendre alors que si on ajoute pleins de petites sources ponctuelles comme ça on additionne des figures d'interférences décalées les unes par rapport aux autres. On risque alors de perdre les précieuses franges.

Pour mener le calcul complet, on modélise la source étendue de taille b centrée en 0 par plusieurs sources de taille dX et de densité en intensité lumineuse $\frac{I_0}{b} dX$ uniforme. On considère qu'elles sont toutes incohérentes entre elles, ce qui permet d'additionner leurs figures d'interférences :

$$I(x) = \int_{-b/2}^{b/2} 2 \frac{I_0}{b} dX \left[1 + \cos 2\pi \left(\frac{ax}{\lambda D} + \frac{aX}{\lambda L} \right) \right] \quad (3.2)$$

On mène le calcul et on obtient

$$I(x) = 2I_0 \left[1 + \text{sinc} \left(\frac{\pi ab}{\lambda L} \right) \cos \left(2\pi \frac{ax}{\lambda D} \right) \right]. \quad (3.3)$$

On retrouve la même forme que précédemment mais avec un terme de contraste devant le cosinus.

Contraste On définit le contraste comme la grandeur adimensionnée

$$C = \frac{|I_{\max} - I_{\min}|}{|I_{\max} + I_{\min}|}. \quad (3.4)$$

Il caractérise l'amplitude des variations d'intensité, il est maximal et égal à 1 lorsque les franges sont parfaitement distinguables. Au contraire, il est nul si la figure est uniforme.

Dans ce cas le contraste vaut

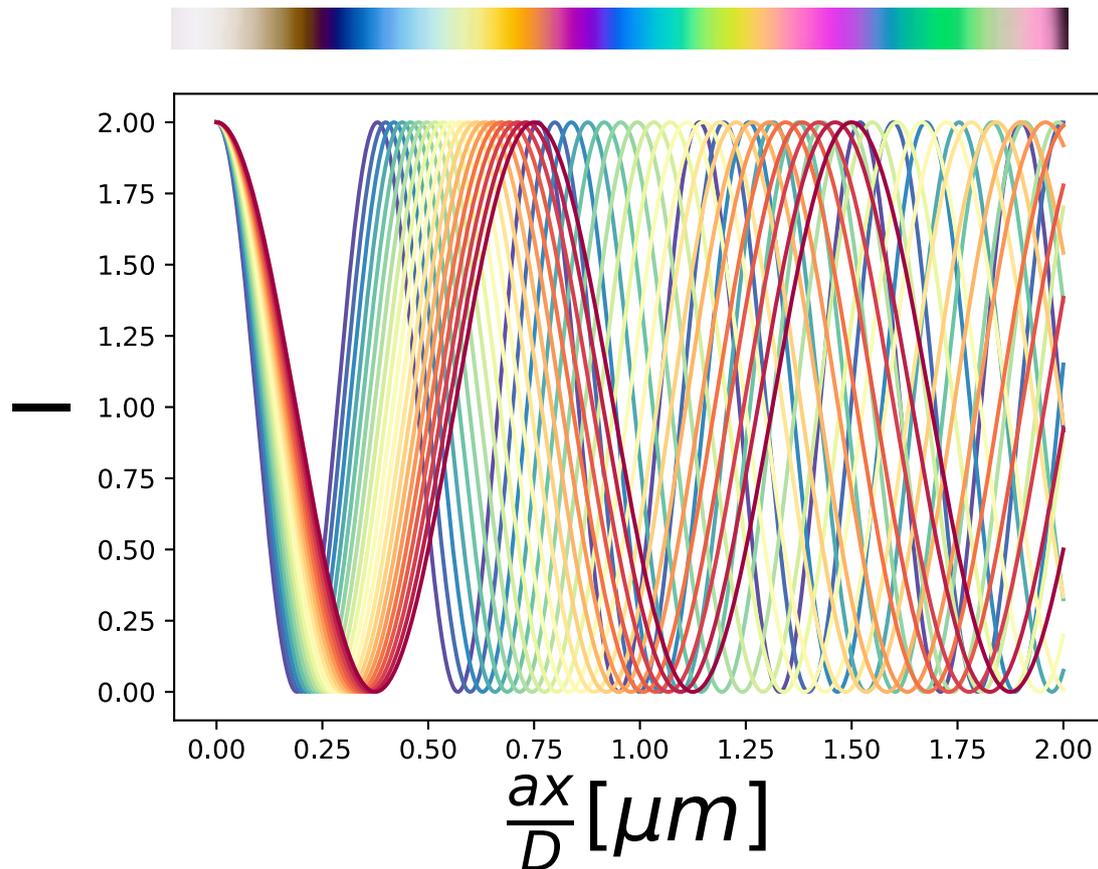


Fig. 6 : Chaque longueur d'onde a sa propre figure d'interférence. On représente dans la barre du haut la somme de toutes ces couleurs.

$$C = \left| \operatorname{sinc} \frac{\pi ab}{\lambda L} \right| \quad (3.5)$$

On remarque donc qu'il est maximal lorsque la source est ponctuelle $b = 0$. Puis il diminue mais remonte un peu plus tard. Bref c'est plus clair sur le programme python des Cléments.

👤 Perte de contraste

On montre cette [vidéo](#), attention on éclaire en lumière blanche ça peut être confondant.

Lorsque le contraste diminue on parle de brouillage.

3.2 Étalement spectral

De même, on peut revenir sur l'hypothèse monochromatique, puisqu'on sait qu'en vrai, la lumière peut être composée de plusieurs longueurs d'onde. Or on voit que chaque longueur d'onde a sa propre figure d'interférence. La somme de ces figures va donc donner également un brouillage, un peu particulier.

Cette fois-ci, les sources à différents λ sont forcément incohérentes puisque par définition elle ne sont pas à la même pulsation! On peut donc bien additionner les figures d'interférences. On observe le phénomène en [Figure 6](#)

On remarque que si on s'éloigne trop du centre, les couleurs se réadditionnent mais ce ne sera jamais un vrai blanc puisqu'il manque également certaines couleurs. On dit que c'est un *blanc d'ordre supérieur*.

Si on utilise un Laser ou une lampe spectrale, chaque raie est très fine mais la lumière n'est jamais vraiment monochromatique. On peut calculer quantitativement quel effet a un étalement de $\Delta\nu$ autour de ν , en considérant que c'est un étalement en créneau

$$I(x) = \int_{\nu_0 - \Delta\nu/2}^{\nu_0 + \Delta\nu/2} 2 \frac{I_0}{\Delta\nu} d\nu \left(1 + \cos \frac{2\pi\nu ax}{cD} \right) = 2I_0 \left[1 + \operatorname{sinc} \frac{\pi ax \Delta\nu}{cD} \cos \left(2\pi \frac{ax}{\lambda D} \right) \right] \quad (3.6)$$

De la même façon, on voit apparaître un terme de contraste mais cette fois ci il ne dépend pas de l'espace. Plus le pic est fin, plus ce terme de contraste s'étale.

Conclusion

Les interférences lumineuses sont les manifestations de la nature ondulatoire de la lumière et on a vu quelles conditions les fréquences lumineuses impliquaient pour avoir des interférences.

On pourra poursuivre sur le Michelson, les réseaux ou le Pérot-Fabry qui utilisent deux ondes, N ondes et N ondes.

4 Questions et commentaires

4.1 Questions

-

4.2 Commentaires

-