

LP 34 – Interférométrie à division d’amplitude

11 juin 2021

Antoine Chauchat & Valentin Dorel

Niveau : L2

Bibliographie

↪ *LP 34 2020*, Cléments de la Salle et Col-léaux → Merci

Prérequis

- interférences à deux ondes en optique

Expériences



Table des matières

1 Localisation des interférences	2
1.1 Condition de non-brouillage	2
1.2 Théorème de localisation	3
2 Interféromètre de Michelson	4
2.1 Configuration lame d’air	5
2.2 Configuration coin d’air	7
3 Interféromètre de Pérot-Fabry	8
3.1 Principe	8
3.2 Intensité de l’onde transmise	9
3.3 Finesse et résolution	9
4 Questions et commentaires	10
4.1 Questions	10
4.2 Commentaires	10

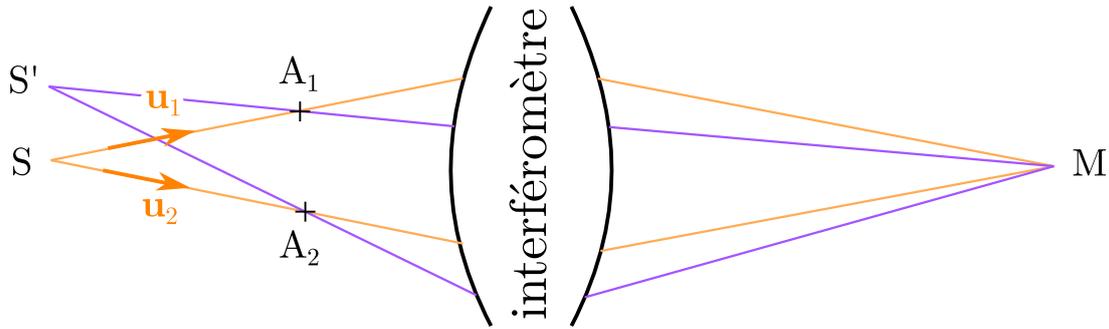


Fig. 1 : Représentation des rayons mis en jeu

Introduction

☛ Bulle de savon

☞ Houard p.217 On se propose d'observer les irisations sur une bulle de savon éclairée par une lumière blanche. On peut observer que là où le film se casse la bulle devient blanche, c'est le blanc d'ordre 0. La manip est cette [vidéo YouTube](#)

Ici, un [article derrière un PayWall](#) sur la forme en vortex des irrisations.

On replace la leçon dans le cadre d'optimisation des interférences. On a vu que pour la division de front d'onde, les interférences sont délocalisées mais on doit utiliser une source ponctuelle. Dès que l'on agrandit la source, la figure d'interférences se brouille. Cela empêche d'avoir de la luminosité

1 Localisation des interférences

1.1 Condition de non-brouillage

Avant d'expliquer ce qu'est la division d'amplitude, cherchons comment lutter contre le brouillage.

L'idée c'est une source ponctuelle S , deux rayons émis de cette source passent par l'interféromètre et interfèrent en M . On note \mathbf{u}_1 et \mathbf{u}_2 les vecteurs directeurs de ces rayons. La différence de chemin optique entre ces rayons

$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1. \quad (1.1)$$

On peut faire le même raisonnement avec un autre point S' proche de S alors

$$\delta' = (S'M)_2 - (S'M)_1. \quad (1.2)$$

On représente ça dans la [Figure 1](#)

On souhaite déterminer une condition pour que la différence de chemin optique soit la même pour deux points sources $\delta = \delta'$. Ceci traduira un non-brouillage. On fait cela pour avoir plus de luminosité sans perdre de contraste.

Pour un interféromètre, on peut définir des points A_1 et A_2 sources secondaires associées à M . Ce sont les conjugués de M par le système optique constitué par l'interféromètre. Ils peuvent être réels (comme sur la [Figure 1](#)) ou virtuels

- Pour les trous d'Young, on peut choisir A_1 sur un trou et A_2 proche de l'autre trou, sur la même surface d'onde que A_1 .
- Pour un système de miroirs de Fresnel par exemple, ce sont les points conjugués à M par chacun des miroirs.

Ainsi, tous les rayons qui interfèrent en M provenaient nécessairement soit de A_1 soit de A_2 . Le chemin optique de A_1 à M est donc indépendant du rayon considéré par le principe de Fermat (de même pour A_2). On le note L_1 (resp. L_2).

La condition de non brouillage devient alors

$$\begin{aligned} \delta &= \delta' \\ ((SA_2) + L_2) - ((SA_1) + L_1) &= ((S'A_2) + L_2) - ((S'A_1) + L_1) \\ (SA_2) - (SA_1) &= (S'A_2) - (S'A_1) \end{aligned}$$

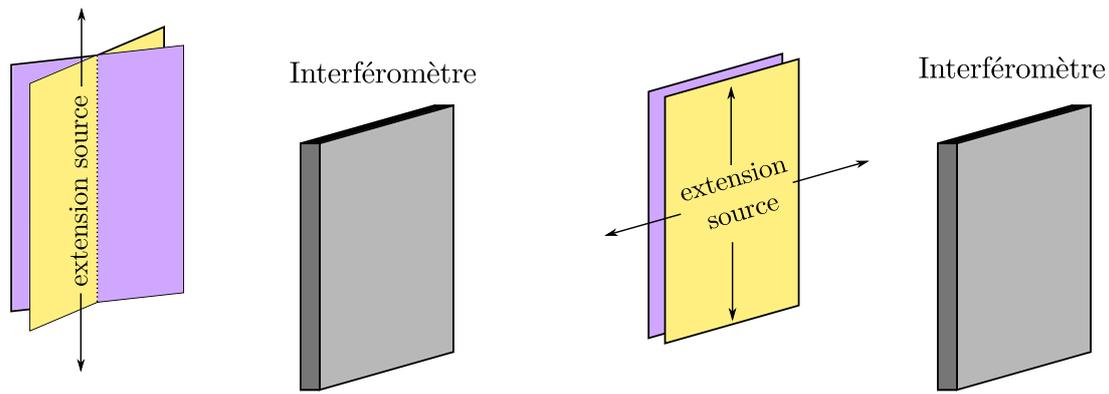


Fig. 2 : Lorsque les rayons sont différents, on ne peut étendre la source que selon l’intersection des plans d’ondes correspondant à la même différence de chemin optique. Mais si les rayons sont les mêmes, alors l’extension est possible dans tout le plan.

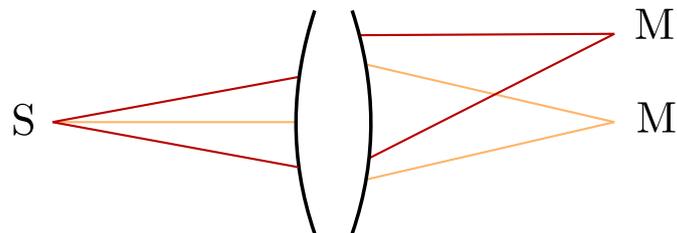


Fig. 3 : Tous les rayons qui convergent en M sont issus d’un seul rayon incident. Mais cette propriété n’est pas nécessairement vraie pour M' . Et c’est ce qui est très important. Même dans un Michelson, tous les points ne vérifient pas cette condition, en lame d’air, seuls ceux à l’infini le font.

Or $(SA_1) = n\overrightarrow{SA_1} \cdot \mathbf{u}_1 = n(\overrightarrow{SS'} + \overrightarrow{S'A_1}) \cdot \mathbf{u}_1$ donc l’équation se traduit par le critère

$$\overrightarrow{SS'} \cdot (\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1) = 0 \tag{1.3}$$

Attention à ce qui est fixé, le choix de M fixe A_1 et A_2 en choisissant en plus S , on fixe \mathbf{u}_1 et \mathbf{u}_2 . Ensuite on cherche comment bouger pour étendre la source de S à S' .

La projection de $\overrightarrow{SS'}$ doit être la même sur chaque rayon. Il y a alors plusieurs possibilité

1. On élargit la source perpendiculairement au plan dessiné (utilisation de fente source parallèle aux fentes d’Young).
2. On utilise le même rayon $\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2$, on peut alors élargir la source comme on veut, les interférences seront toujours là (au moins en M). C’est la division d’amplitude et c’est son utilité première!
3. La source est ponctuelle $\overrightarrow{SS'} = \vec{0}$. Alors tous les rayons se croisent partout de manière cohérente donc les interférence sont délocalisées.

La première condition est contraignante pour la source mais pas pour le point d’observation. Tous les rayons sont contenus dans le plan de la feuille donc un élargissement perpendiculaire à ce plan ne donnera lieu à aucun brouillage. On aura toujours $\overrightarrow{SS'} \cdot (\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1) = 0$ quels que soient \mathbf{u}_1 et \mathbf{u}_2 c’est-à-dire quel que soit le point d’interférence M . Les interférences ne sont pas localisées.

Dans le deuxième cas, on peut certes élargir la source comme on veut mais alors la condition ne sera vérifiée que pour les rayons tels que $\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2$, c’est-à-dire seulement pour un certain point M . Les interférences seront donc a priori localisées autour de M .

On représente ces deux idées en [Figure 2](#).

1.2 Théorème de localisation

Comme on l’a dit, le gain en luminosité a un coût : les interférences sont localisées autour d’un point. En fait, en prenant un autre point d’arrivée M' , il n’y a aucune raison pour qu’on ait encore $\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2$ donc on se retrouve dans un simple cas de division du front d’onde et donc l’élargissement de la source conduit à un brouillage. On illustre en [Figure 3](#)

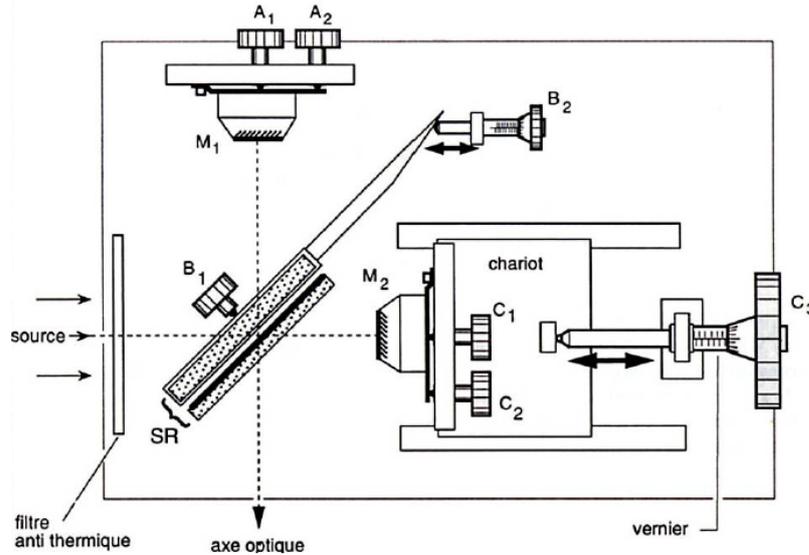


Fig. 4 : Interféromètre de Michelson. On remarque les miroirs M_1 et M_2 , le système semi-réfléchissant et le système de translation de M_2 .

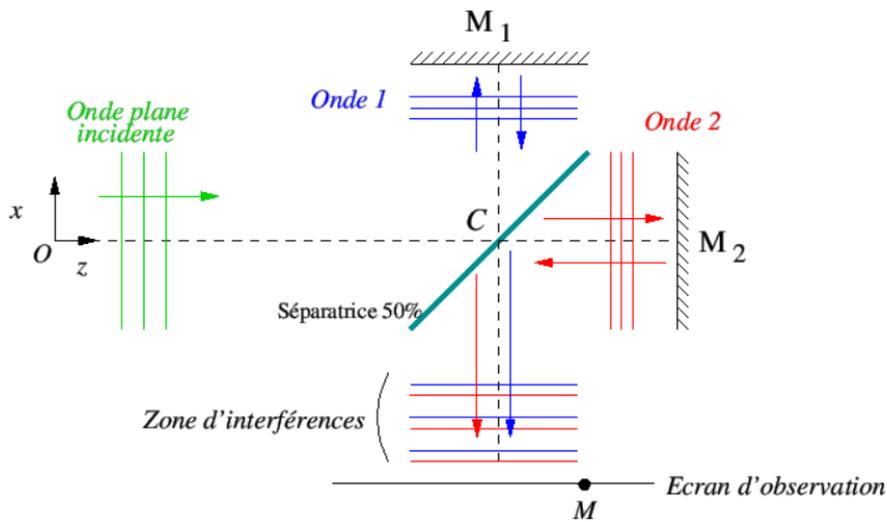


Fig. 5 : Principe de l'interféromètre de Michelson

Théorème de localisation Seuls les dispositifs à division d'amplitude donnent lieu à des interférences contrastées pour une source arbitrairement étendue. Mais alors ce contraste est localisé au point d'intersection des rayons issus d'un même rayon initial.

2 Interféromètre de Michelson

À la fin du XIX^{ème} siècle, Albert Michelson conçoit l'interféromètre éponyme dans le but de vérifier l'existence de l'éther. Ici on ne s'intéresse pas à cette expérience dite de Michelson et Morley, mais à l'interféromètre utilisé.

On représente un schéma en [Figure 4](#)

Le principe d'un interféromètre est de faire interférer deux rayons lumineux présentant une différence de marche. Voyons comment l'interféromètre de Michelson fait à l'aide de la [Figure 5](#)

L'interféromètre de Michelson est un interféromètre à division d'amplitude, ce qui se vérifie avec l'entrée d'un seul rayon incident. Ce rayon est ensuite séparé en deux rayons grâce à un système Semi-Réfléchissant. Ces deux rayons se propagent dans des bras orthogonaux et ces bras sont modifiables afin de créer une différence de marche contrôlée. Les rayons se réfléchissent sur deux miroirs M_1 et M_2 et interfèrent après un second passage dans SR.

Le SR est composé de deux lames à faces parallèles. La séparatrice, traitée sur l'une de ses faces pour être semi-réfléchissante, assure la division du faisceau incident en deux nouveaux rayons d'intensité moindre. La compensatrice

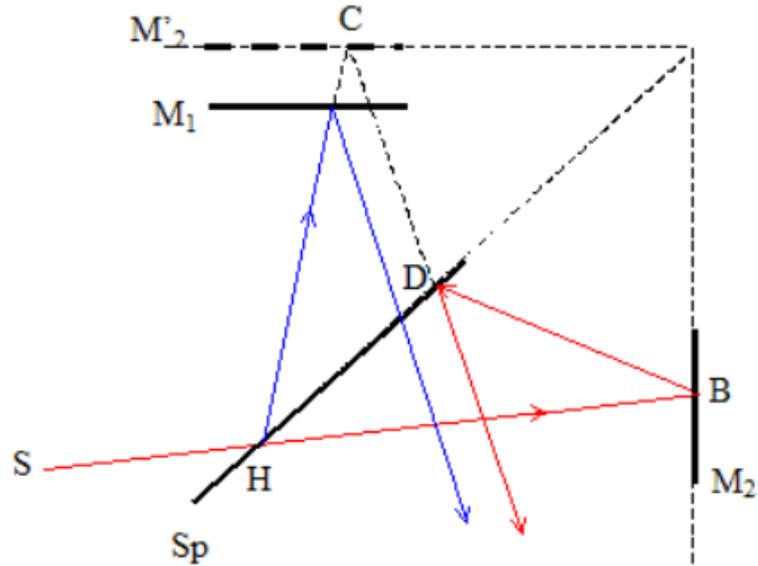


Fig. 6 : Schéma équivalent en coin d'air

évite elle d'éventuels astigmatisme et dispersion dans le verre lors de l'utilisation de sources étendues ou polychromatiques. Elle permet également de pouvoir considérer le système semi-réfléchissant comme d'épaisseur nulle, en évitant toute différence de marche entre les rayons des différents bras.

On précise que pour les situations suivants on veut se mettre en source large pour gagner en lumière. On se rappelle qu'on peut le faire car on a toujours $\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 = \vec{0}$

2.1 Configuration lame d'air

La manière la plus simple de créer une différence de marche est de jouer sur la longueur des bras : si un des deux rayons parcourt une distance plus grande que l'autre alors il y aura création d'une différence de marche. Et le dispositif de déplacement de M_2 permet de quantifier ce déplacement et donc de connaître précisément la différence de marche.

Regardons quelques résultats expérimentaux de l'interféromètre de Michelson réglé de cette manière.

☛ Interféromètre de Michelson en lame d'air

On éclaire l'interféromètre avec une lampe à vapeur de sodium. On simule une source ponctuelle avec un diaphragme, les interférences sont non localisées, on les voit partout, avec le même contraste et peu intenses. Elles ont la forme d'anneaux.

Lorsque le diaphragme est ouvert, on passe à une source étendue et le contraste se détériore, il y a brouillage du fait de la cohérence spatiale. Cette fois-ci les interférences sont localisées en l'infini, visible au foyer d'une lentille. L'intensité est nettement supérieure.

On se propose d'expliquer ces résultats par une étude théorique du dispositif interférométrique. On peut grandement se simplifier la vie en travaillant sur un schéma équivalent représenté en **Figure 6**, on utilise les points sources secondaires représentés en **Figure 7**.

On note e l'épaisseur de la lame d'air, donc l'écartement entre les miroirs M_1 et M_2' .

- L'invariance par rotation du système impose l'invariance par rotation de la figure d'interférences.
- Le point d'observation est $M = M(x)$.

On utilise une lentille du fait du théorème de localisation : on cherche le lieu d'intersection des rayons issus d'un unique rayon incident. Comme le montre la figure **Figure 6**, pour un rayon d'angle d'incidence i , les interférences sont localisées en l'infini. On peut ainsi les observer dans le plan foyer image d'une lentille convergente. Pour échapper à la cohérence spatiale impose la localisation de la figure d'interférence.

On calcule la différence de marche pour trouver en milieu homogène d'indice $n = 1$

$$\delta(i) = 2e \cos i. \quad (2.1)$$

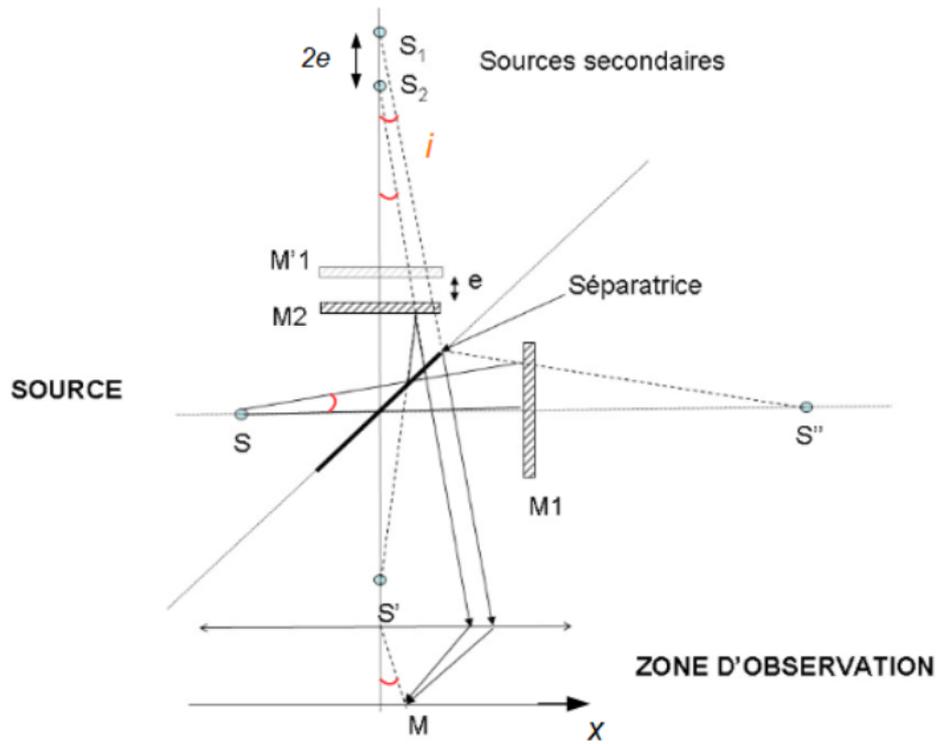


Fig. 7 : Schéma équivalent avec sources secondaires

Cela permet d'avoir l'intensité en fonction de l'angle i grâce à la formule de Fresnel

$$I(i) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi\delta(i)}{\lambda} \right) \right) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} 2e \cos i \right) \right). \quad (2.2)$$

La formule de Fresnel montre que seule l'inclinaison i compte pour les interférences à une épaisseur e donnée et non la position du point source. On parle de *franges d'égale inclinaison*.

On peut présenter le calcul du rayon du k ème anneau.

Résolution du doublet du sodium et cohérence temporelle La lampe spectrale à vapeur de sodium possède un doublet dans la couleur jaune. Les valeurs tabulées sont $\lambda_0 = 589,00 \text{ nm}$ et $\Delta\lambda = 0,59 \text{ nm}$

Déterminons la figure d'interférence de ce doublet !

Les deux rayonnements du doublet correspondent à des longueurs d'onde différentes donc n'interfèrent pas entre eux, il faut sommer les intensités résultantes. En supposant les deux raies monochromatiques (on y reviendra) et de même intensité, l'intensité totale est

$$I(\delta) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \right) + 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{m\lambda_0 + \Delta\lambda} \right). \quad (2.3)$$

On peut habilement la transformer en

$$I(\delta) = 4I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta\Delta\lambda}{2\lambda_0^2} \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \right). \quad (2.4)$$

Il apparaît alors deux échelles de variation, celle de période λ_0 due aux interférences et celle du contraste de période $\frac{2\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \gg \lambda_0$.

On obtient alors, au centre de l'écran où $\delta = 2e$.

$$I = 2I_0 \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} e \right) \cos \left(4\pi \frac{e}{\lambda_0} \right) \right]. \quad (2.5)$$

Lorsque le contraste est nul $C(e) = 0$, l'interféromètre est réglé sur un anti-coïncidence et l'intensité est uniforme sur l'écran, il y a brouillage des interférences. Les valeurs de l'épaisseur de la lame e_n qui vérifient ceci sont définies comme, avec $n \in \mathbb{N}$.

$$2\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} e_n = \frac{\pi}{2} + n\pi \quad \text{soit} \quad e_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + n \right) \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}. \quad (2.6)$$

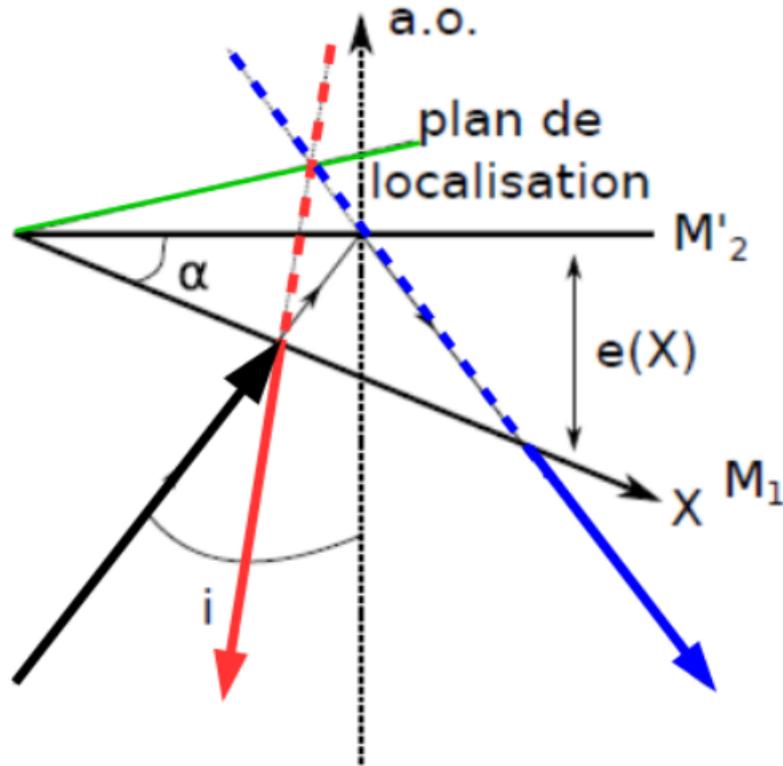


Fig. 8 : Localisation des interférences en coin d'air

Ainsi la courbe e_n est supposée être une droite de coefficient directeur $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$, permettant ainsi de remonter à l'écart en longueur d'onde $\Delta\lambda$ du doublet.

On peut ainsi remonter à la valeur $\Delta\lambda$ mais on va juste mettre en évidence la perte de contraste.

👤 Anticoïncidence du sodium

On éclaire toujours le Michelson, réglé en lame d'air, avec la lampe spectrale au sodium. On observe à nouveau les franges bien contrastées puis en chariotant on voit que le contraste varie et passe par des minimums où les franges ne sont plus visibles, c'est une anticoïncidence.

On a une illustration du principe de cohérence temporelle, la lumière incidente n'est pas monochromatique, la figure d'interférence n'est pas purement sinusoïdale comme le prévoit Fresnel (C'est le théorème de Wiener-Kintchine)

2.2 Configuration coin d'air

Une autre façon de modifier la différence de marche entre les rayons des deux bras est d'incliner M_1 d'un angle α par rapport au miroir M_2' . Ce qui donne la configuration de la Figure 8, où l'angle d'incidence est toujours i .

on applique le théorème de localisation à la configuration coin d'air. En considérant un unique rayon incident, formant un angle i avec l'axe optique, on obtient deux rayons qui se croisent au voisinage des miroirs. Les lieux des intersections des rayons sortants pour différentes incidences i forment un plan nommé *plan de localisation*. Pour des angles d'incidence faible on peut confondre ce plan avec le plan formé par le miroir M_1 . Pour observer la figure d'interférence il faut donc utiliser une lentille convergente qui va conjuguer ce plan de localisation, comme on le voit dans la Figure 9. On peut noter à ce niveau que le système n'est plus invariant par rotation, ce qui empêche la formation d'anneaux.

En incidence normale, la différence de marche entre les rayons rouges et bleus δ est alors

$$\delta = 2e(X) \simeq 2\alpha X. \quad (2.7)$$

La deuxième égalité est valable dans l'approximation des faibles α . Comme la différence de marche dépend seulement du point d'incidence sur le coin d'air, on parle de franges d'égale épaisseur. La symétrie par rotation autour de l'axe optique est brisée, on obtient des franges rectilignes.

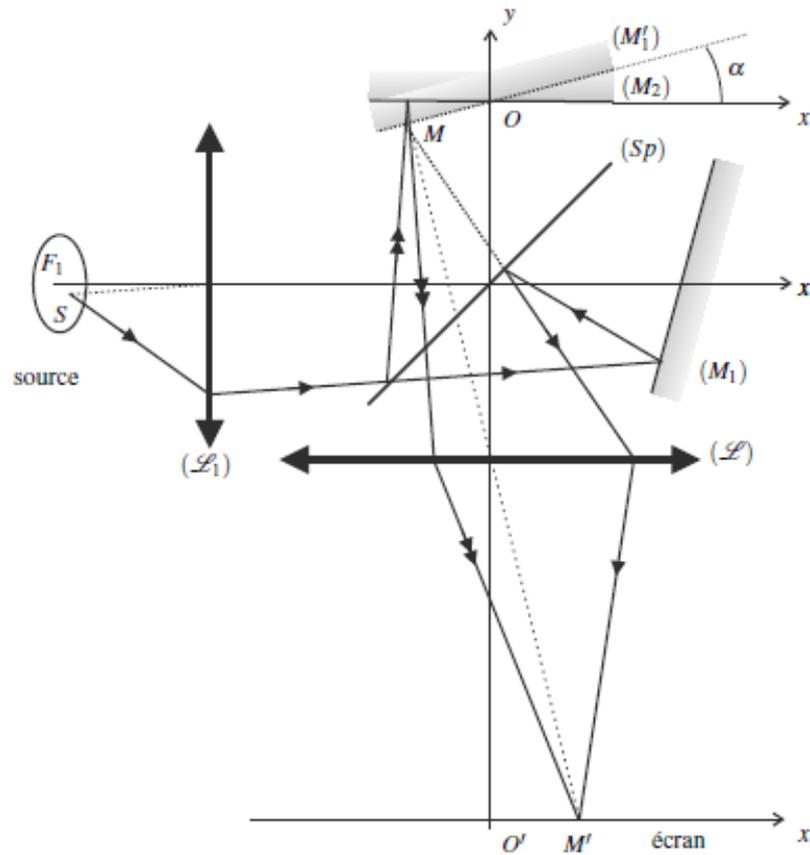


Fig. 9 : Rôle de la lentille convergente en coin d'air

En résumé, en ayant $\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2$ à l'entrée, l'interféromètre de Michelson s'affranchit de la cohérence spatiale (la source peut être étendue comme on veut) mais le prix à payer est la localisation des interférences.

3 Interféromètre de Pérot-Fabry

3.1 Principe

Cet interféromètre a été mis au point par deux scientifiques français du XIX^e siècle. L'idée est de placer face à face deux interfaces parallèles identiques de coefficient r très proche de 1. Le milieu intermédiaire est un diélectrique d'indice n et d'épaisseur e . Une onde incidente va donc subir plusieurs réflexions avant de ressortir. Les ondes transmises vont interférer à l'infini à la manière d'un Michelson en lame d'air, on obtiendra donc une figure d'anneaux.

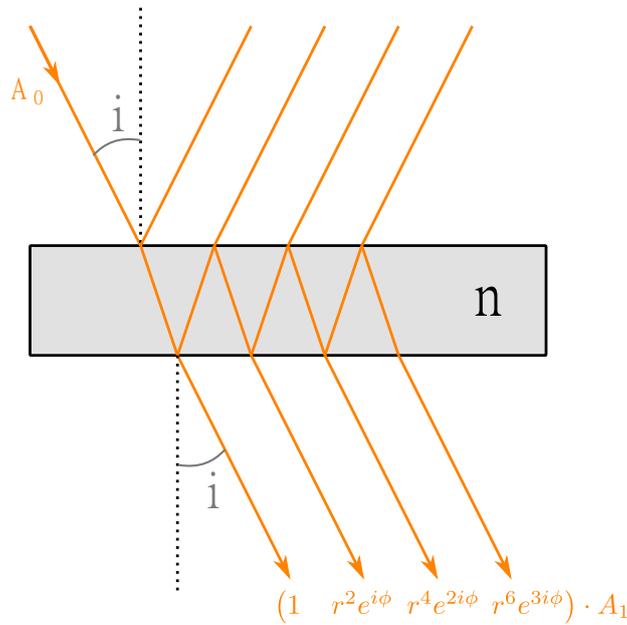


Fig. 10 : Réflexions multiples dans le Fabry Pérot

NB :

En réalité les deux interfaces n'ont pas les mêmes coefficients de transmission/réflexion mais de toute façon les grandeurs utiles seront $R = r^2$ et $T = tt'$.

3.2 Intensité de l'onde transmise

Chaque onde est déphasé de la précédente de $\phi = 2\pi\delta/\lambda = 4\pi\frac{e}{\lambda} \cos i$ en supposant $n \sim 1$.

On a noté A_1 l'amplitude du premier rayon sortant de l'interféromètre. Le rayon suivant aura subi deux réflexions de plus et un déphasage de ϕ .

L'amplitude totale à l'infini est donc la somme de toutes les ondes réfléchies :

$$A = A_1 \sum_{n=0}^{\infty} (r^2 \exp(i\phi))^n = \frac{A_1}{1 - R \exp(i\phi)} \quad (3.1)$$

Ou on a noté $R = r^2$. On accède alors à l'intensité : on calcule donc AA^* :

$$AA^* = \frac{|A_1|^2}{1 + R^2 - R(\exp(i\phi) + \exp(-i\phi))} = \frac{|A_1|^2}{1 + R^2 - R(2 \cos \phi)} \quad (3.2)$$

$$AA^* = \frac{|A_1|^2}{1 + R^2 - R(2 - 4 \sin^2 \phi/2)} = \frac{|A_1|^2/(1 - R)^2}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \phi/2} \quad (3.3)$$

On peut donc avoir l'intensité :

$$I = \frac{I_{\max}}{1 + m \sin^2(\phi/2)} \quad \text{avec} \quad m = \frac{4R}{(1 - R)^2} \quad (3.4)$$

$$I = \frac{I_{\max}}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \phi/2} \quad \text{avec} \quad \phi = 4\pi \frac{e}{\lambda} \cos i \quad (3.5)$$

3.3 Finesse et résolution

Pour caractériser la puissance du dispositif on définit sa *finesse* :

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\phi}{\delta\phi} \quad (3.6)$$

Le rapport de la distance entre deux pics et de la largeur à mi-hauteur des pics. On a simplement $\Delta\phi = 2\pi$ (annulation du \sin^2). En faisant un développement limité autour d'un pic on trouve $\delta\phi = 4/\sqrt{m}$. Ainsi :

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R} \quad (3.7)$$

OdG :

Pour $R = 0.8$ on a $\mathcal{F} = 14$ et pour $R = 0.99$ on a $\mathcal{F} = 313$. Certains interféromètres de Fabry Perot montent à $\mathcal{F} = 1 \times 10^5$. On peut comparer cette finesse à celle du Michelson qui serait de 2, en effet l'intensité est proportionnelle à :

$$1 + \cos \phi \implies \Delta\phi = 2\pi = 2\delta\phi \quad (3.8)$$

Alors peut on résoudre le doublet du sodium ? Pour ça il faut parler de pouvoir de résolution. Notons $\delta\lambda$ la plus petite longueur d'onde séparable ce qui correspond à la largeur à mi hauteur d'un pic :

$$\text{PR} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \quad (3.9)$$

À la limite de résolution :

$$\delta\phi = \frac{4 \cos i}{\lambda^2} \delta\lambda = \frac{2\pi}{\mathcal{F}} \quad (3.10)$$

Ainsi :

$$\text{PR} = \frac{2e \cos i}{\lambda} \mathcal{F} = p\mathcal{F} \quad (3.11)$$

Avec p l'ordre d'interférence. Pour les Fabry Perot de la collection, on a $R = 0.85$, $e = 0,2\text{mm}$ ce qui donne en incidence normale $\text{PR} = 13000$. Ainsi le plus petit écart en longueur d'onde séparable est $\delta\lambda = 0,04\text{nm}$. On peut donc largement séparer le doublet du sodium ($\delta\lambda = 0,6\text{nm}$).

☛ Séparation du doublet du sodium

Le protocole est dans le Sextant, ça reste dur à régler. Cf les éléments pour plus de détails.

Conclusion

Aujourd'hui on a donc vu le principe de l'interférométrie par division d'amplitude. On a notamment vu sur l'exemple du Michelson que ce n'est pas que l'appareil qui compte et qu'il faut également l'utiliser de façon appropriée pour être rigoureusement dans le cas de la division d'amplitude. Ceci nous permet ensuite l'observation de figures d'interférences dont on peut tirer des informations comme l'écart en longueur d'onde du doublet du sodium.

Enfin nous avons vu l'interféromètre de Fabry-Pérot qui repose sur des interférences à N ondes et qui a ainsi une finesse et un pouvoir de résolution bien plus grands ce qui permet par exemple de résoudre le doublet du sodium. La réalisation de filtres interférentiels repose sur le même principe.

4 Questions et commentaires

4.1 Questions

-

4.2 Commentaires

-