

# Apprentissage séquentiel et non supervisé en entreprise

L'IA, un outil de compétitivité pour les entreprises

---

Formation DIRECCTE

Aurélien Garivier

Création automatique de FAQ

Enchères automatiques

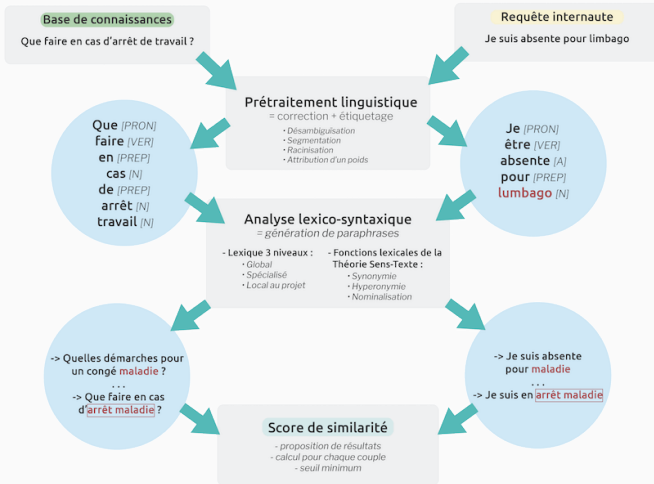
Analyse séquentielle et problèmes de bandits

- Stratégie statistique classique

- Stratégie séquentielle

- Stratégie pleinement séquentielle: algorithmes de bandits

## Fonctionnement de notre moteur





Question utilisateur  
Comment assurer mes motos ?

## ANALYSE LINGUISTIQUE

**NIVEAU PHONETIQUE** : analyse des sons en tant qu'unités physiques (*phones*)

**NIVEAU PHONOLOGIQUE** : analyse des sons en tant qu'unités permettant de discriminer des mots (*phonèmes*)

**NIVEAU MORPHOLOGIQUE** : agencement des plus petites unités de sens (*morphèmes*)  
Par exemple : le e du féminin, le s du pluriel, le « in » de « injuste ».

**NIVEAU SYNTAXIQUE** : agencement des mots au sein d'une phrase (*mots, syntagmes*)

**NIVEAU SEMANTIQUE** : analyse du sens des énoncés (*phrases*)

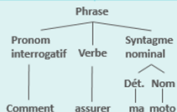
**NIVEAU PRAGMATIQUE** : analyse du sens en tenant compte de la situation de communication

## EXEMPLE



[komã] [asʁɛ] [me] [moto]

Comment	assurer	mes	motos
↓	↓	↓	↓
Pron. inter	Verbe assurer	Det ma	Nom moto
comment	Infinitif	pluriel	pluriel



Comment assurer ma moto ?  
deux-roues  
Harley Davidson  
bécano

Quel est le numéro de police ?

Numéro BHE245

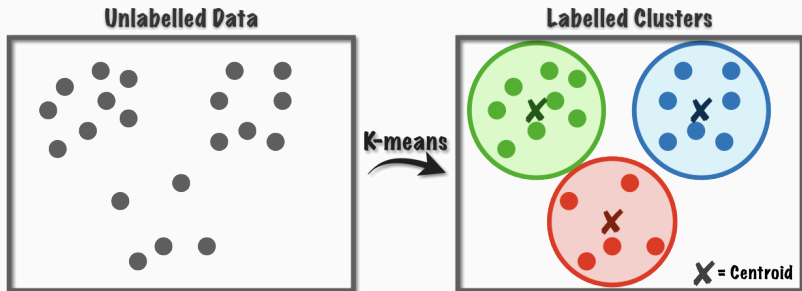
Quel est le numéro de la police ?

C'est le 17



# Projet spécifique

- Compétences linguistiques fortes
- Besoin d'algorithmes personnalisés pour le contexte précis
- Création automatique d'une FAQ
- Enormément de questions, à traiter automatiquement
- Besoin d'énormément de robustesse (beaucoup de "bruit")



- Les connaissances linguistiques donnent une excellente notion d'affinité entre mots
- On l'étend intelligemment à une bonne notion de distances entre questions
- Puis on met en œuvre une stratégie d'apprentissage non-supervisé basée sur les affinités
- k-means est identifiée comme la plus prometteuse, mais
  - trop chère en coût de calcul
  - trop sensible au bruit
- Une variante est développée qui est paramétrable pour les besoins spécifiques

Création automatique de FAQ

Enchères automatiques

Analyse séquentielle et problèmes de bandits

Stratégie statistique classique

Stratégie séquentielle

Stratégie pleinement séquentielle: algorithmes de bandits

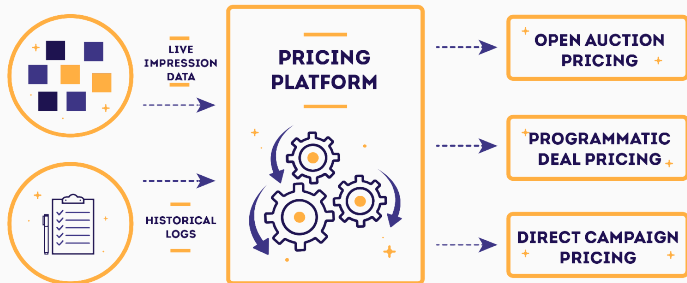


- Acheteur: optimiser les bids
- Vendeur: optimiser les prix de réserve



# Un problème aux deux faces

AlephD builds pricing intelligence for publishers



Création automatique de FAQ

Enchères automatiques

Analyse séquentielle et problèmes de bandits

Stratégie statistique classique

Stratégie séquentielle

Stratégie pleinement séquentielle: algorithmes de bandits

## Définition WikipediA

En statistique, l'analyse séquentielle ou le test d'hypothèse séquentiel est une **analyse statistique où la taille de l'échantillon n'est pas fixée à l'avance**. Plutôt, les données sont évaluées au fur et à mesure qu'elles sont recueillies, et l'échantillonnage est arrêté selon une **règle d'arrêt prédéfinie, dès que des résultats significatifs sont observés**. Ainsi, une conclusion peut parfois être atteinte à un stade beaucoup plus précoce que ce qui serait possible avec des tests d'hypothèse ou des estimations plus classiques, à un **coût financier ou humain par conséquent inférieur**.



Src: <http://cdn1.tnwdn.com/>

## Définition

En marketing et en Business Intelligence, l'A/B testing (ou test A/B) est la **comparaison de deux versions** d'une page web **afin de déterminer la plus performante**. Les deux versions appelées A et B sont présentées à des utilisateurs similaires, et celle qui obtient le meilleur taux de conversion est conservée.

## Exemple: campagne Obama 2008 (source: WikipediA)

Quatre boutons et six médias (trois images et trois vidéos) ont été combinés de façon à obtenir 24 combinaisons différentes afin de déterminer laquelle permettait d'obtenir le taux de souscription le plus élevé.

⇒ La combinaison gagnante a obtenu un taux de souscription de 11,6% alors que la page originale avait un taux de souscription de 8,26%.

# “Modèle de bandit”

- Nombre total d'interactions:  $T$
- Le système choisit de présenter au visiteur  $t$  le choix  $I_t \in \{A, B\}$ 
  - si  $I_t = A$ , le feedback est  $X_{A,t}$
  - si  $I_t = B$ , le feedback est  $X_{B,t}$

où

$$\forall t \geq 1, \quad (X_{A,t}, X_{B,t}) \stackrel{iid}{\sim} (\mathcal{N}(\mu_A, \sigma^2), \mathcal{N}(\mu_B, \sigma^2))$$

ou n'importe quelle autre loi (par exemple Bernoulli ou Poisson)  
paramétrée par  $\mu = (\mu_A, \mu_B)$

- **But:** Maximiser  $S_T(\mu) = \sum_{t=1}^T X_{I_t,t}$  en espérance

## Mesurer l'efficacité d'une stratégie : regret

**But équivalent:** minimiser le **regret** = ce que l'on perd par rapport à un système utilisant toujours la meilleure option

$$\begin{aligned}R_{\mu}(T) &= T \max\{\mu_A, \mu_B\} - \mathbb{E}_{\mu} \left[ \sum_{t=1}^T X_{I_t, t} \right] \\ &= |\mu_A - \mu_B| \mathbb{E}_{\mu} [N_m(T)]\end{aligned}$$

où  $N_X(T) = \sum_{t \leq T} \mathbb{1}\{I_t = X\}$  est le nombre de fois que l'option  $X \in \{A, B\}$  a été présentée, et  $m = \operatorname{argmin}_X \mu_X$



### Étape 1: Expérimenter

- taille d'échantillon  $n$
- partition  $I_A, I_B$  de  $\{1, \dots, 2n\}$  telle que  $|I_A| = |I_B| = n$

⇒ Le visiteur  $k$  reçoit la version  $A$  si  $k \in I_A$  et  $B$  sinon

- on enregistre les conversions des  $n$  visiteurs

### Étape 2: Décider

- La version  $X \in \{A, B\}$  ayant le meilleur taux de conversion moyen est conservée

### Étape 3: Appliquer

- La version  $X$  est appliquée jusqu'à la fin

# Choix de la taille $n$ de l'échantillon

Cas 1: écart  $\Delta = |\mu_A - \mu_B|$  connu

---

---

**input:**  $T, \Delta$

$$n := \left\lceil \frac{2W\left(\frac{T^2\Delta^4}{32\pi}\right)}{\Delta^2} \right\rceil$$

**for**  $k \in \{1, \dots, n\}$  **do**

    choose  $I_{2k-1} = A$  and  $I_{2k} = B$

**end for**

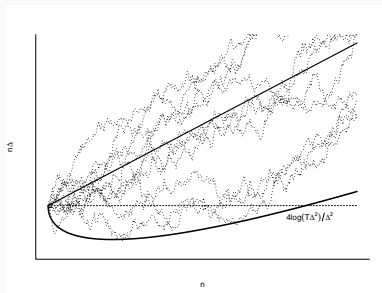
$X := \operatorname{argmax}_Y \hat{\mu}_{Y,n}$

**for**  $t \in \{2n+1, \dots, T\}$  **do**

    choose  $I_t = X$

**end for**

---



$W$  désigne la fonction de Lambert définie pour  $y > 0$  by  $W(y) \exp(W(y)) = y$ . Ainsi,  $\bar{n} \approx 4 \log(T\Delta^2)/\Delta^2$

## Théorème

Pour ce choix  $\bar{n}$  de taille de l'échantillon,

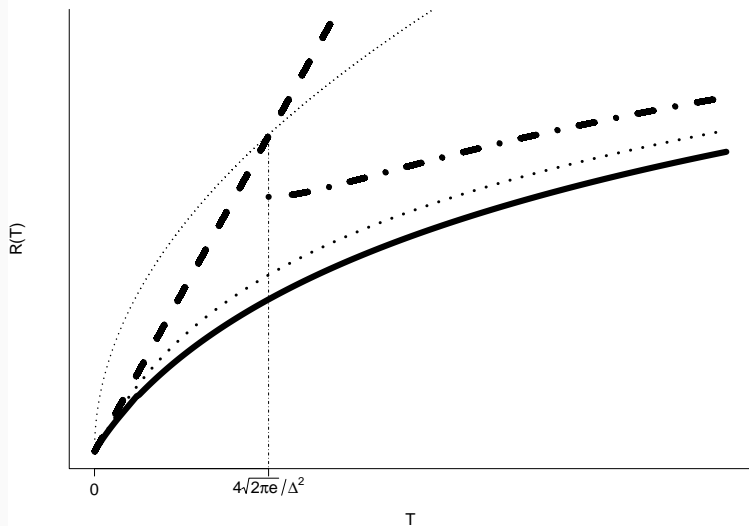
$$R_{\mu}^{\bar{n}}(T) \leq \frac{4}{\Delta} \log \left( \frac{T\Delta^2}{4.46} \right) - \frac{2}{\Delta} \log \log \left( \frac{T\Delta^2}{4\sqrt{2\pi}} \right) + \Delta$$

dès que  $T\Delta^2 > 4\sqrt{2\pi}e$ , tandis que  $R_{\mu}^{\bar{n}}(T) \leq T\Delta/2 + \Delta$  sinon.  
Dans tous les cas,  $R_{\mu}^{\bar{n}}(T) \leq 2.04\sqrt{T} + \Delta$ .

Cela est "optimal" : quand  $T \rightarrow \infty$ ,

$$\inf_{1 \leq n \leq T} R_{\mu}^n(T) \sim \frac{4 \log(T)}{\Delta}$$
$$\max_{\Delta} \inf_{1 \leq n \leq T} R_{\mu}^n(T) - \Delta \sim \sqrt{T}$$

## Performance: illustration



## Choix de la taille $n$ de l'échantillon

### Cas 2: écart $\Delta = |\mu_A - \mu_B|$ inconnu

- On est obligé de se prémunir contre le “pire” des écarts (borne minimax) qui est de l'ordre de  $1/\sqrt{T}$ .
- C'est le cas où on peut à peine faire la différence entre les deux versions sur l'ensemble des interactions attendues  
⇒ on passe une fraction non négligeable du temps à expérimenter
- On ne peut alors faire mieux qu'un regret de l'ordre de

$$R_\mu(T) \sim \sqrt{T}$$

ou bien pire si l'écart  $\Delta$  est très important !

## 1. Expérimenter / 2. Décider / 3. Appliquer

- + simplicité de conception
- + simplicité d'application
- + maîtrise théorique ancienne

- 
- choix de la taille  $n$  de l'échantillon ?
  - nécessite de connaître le nombre d'applications
  - frustrant: quand l'issue de la comparaison devient clairement prévisible, on aimerait arrêter l'expérience
  - inefficace !

On fusionne les étapes 1 et 2 en ne fixant pas  $n$  à l'avance:

## Étape 1-2: Expérimenter tant que nécessaire

- attribution aléatoire de la version  $A$  au visiteur  $2k - 1$  ou  $2k$
- règle d'arrêt  $\tau$ : si après  $2k$  visiteurs la version  $X \in \{A, B\}$  apparaît significativement meilleure, on stoppe l'expérimentation

## Étape 3: Appliquer

- La version  $X$  est appliquée jusqu'à la fin

# Règle d'arrêt

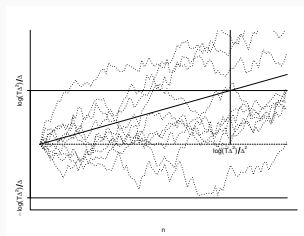
Cas 1: écart  $\Delta = |\mu_A - \mu_B|$  connu

---

---

```
input:  $T, \Delta$ 
 $l_1 = A, l_2 = B, s := 2$ 
while  $|\hat{\mu}_A(s) - \hat{\mu}_B(s)| < \frac{2 \log(T\Delta^2)}{\Delta s}$  do
  choose  $l_{s+1} = A$  and  $l_{s+2} = B$ 
   $s := s + 2$ 
end while
 $X := \operatorname{argmax}_Y \hat{\mu}_Y(s)$ 
for  $t \in \{s + 1, \dots, T\}$  do
  choose  $l_t = X$ 
end for
```

---



On stoppe quand l'écart entre les récompenses cumulées devient plus grand que  $\log(T\Delta^2)/\Delta$



## Théorème

Si  $T\Delta^2 \geq 1$ , alors la stratégie précédente vérifie

$$R_\mu(T) \leq \frac{\log(eT\Delta^2)}{\Delta} + \frac{4\sqrt{\log(T\Delta^2)} + 4}{\Delta} + \Delta.$$

Sinon,  $R_\mu(T) \leq T\Delta/2 + \Delta$ .

Dans tous les cas,  $R_\mu(T) \leq 10\sqrt{T/e} + \Delta$ .

Cela est “optimal” : n’importe quelle stratégie uniformément efficace sur tous les problèmes où l’écart est  $\Delta$  satisfait

$$\liminf_{T \rightarrow \infty} \frac{R_\mu(T)}{\log(T)} \geq \frac{1}{\Delta} \quad \text{et} \quad \max_{\Delta} R_\mu(T) - \Delta \geq \sqrt{T}.$$

# Règle d'arrêt

Cas 2: écart  $\Delta = |\mu_A - \mu_B|$  inconnu

---

**input:**  $T$

$l_1 = A, l_2 = B, s := 2$

**while**  $|\hat{\mu}_A(s) - \hat{\mu}_B(s)| < \sqrt{\frac{8 \log(T/s)}{s}}$  **do**

    choose  $l_{s+1} = A$  and  $l_{s+2} = B$

$s := s + 2$

**end while**

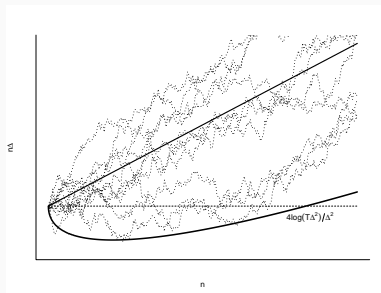
$X := \operatorname{argmax}_Y \hat{\mu}_Y(s)$

**for**  $t \in \{s+1, \dots, T\}$  **do**

    choose  $l_t = X$

**end for**

---



On stoppe quand l'écart réduit entre les deux moyennes empiriques devient significatif.

## Théorème

Si  $T\Delta^2 > 4e^2$ , la stratégie précédente satisfait:

$$R_\mu(T) \leq \frac{4 \log\left(\frac{T\Delta^2}{4}\right)}{\Delta} + \frac{334 \sqrt{\log\left(\frac{T\Delta^2}{4}\right)}}{\Delta} + \frac{178}{\Delta} + \Delta.$$

Sinon,  $R_\mu(T) \leq T\Delta$ .

Dans tous les cas,  $R_\mu(T) \leq 32\sqrt{T} + \Delta$ .

Cela est "optimal" : n'importe quelle stratégie uniformément efficace sur tous les problèmes où l'écart est  $\Delta$  satisfait

$$\liminf_{T \rightarrow \infty} \frac{R_\mu(T)}{\log(T)} \geq \frac{4}{\Delta} \quad \text{et} \quad \max_{\Delta} R_\mu(T) - \Delta \geq \sqrt{T}.$$

## 1-2. Expérimenter tant que nécessaire / 3. Appliquer

- + plus satisfaisant pour l'intuition (expérience arrêtée dès que possible)
- + on garde la simplicité d'un choix définitif
- + théorie statistique établie

- 
- théorie statistique moins connue
  - longueur de l'expérimentation inconnue
  - nécessite de connaître le nombre d'applications
  - on peut encore faire mieux!

On fusionne les étapes 1,2 et 3:

## Étape 1-2-3: Explorer et Exploiter

- une **règle d'échantillonnage** indique, à chaque instant, quelle option attribuer
- cette règle doit, pour chaque visiteur  $k$ , trouver un équilibre entre **exploration** des deux options et **exploitation** des données accumulées jusqu'au visiteur  $k - 1$

# Les principales stratégies pleinement séquentielles

- La plus intuitive:  $\epsilon$ -greedy
- Remarque: le plug-in ne marche pas du tout !
- UCB remplace l'estimateur par une borne de confiance (cf infra)
- Politique randomisée EXP3: maintient une loi de probabilité sur les options
- Politique randomisée Bayésienne: Thompson Sampling
- Remarque: elles ne nécessitent pas de connaître l'horizon

Algorithmes **optimistes** : [Lai&Robins '85; Agrawal '95]

*Fais comme si tu te trouvais dans l'environnement qui t'est le plus favorable parmi tous ceux qui rendent les observations suffisamment vraisemblables*

D'abord présenté dans un contexte bandit, puis largement généralisé ces dernières années.

De façon plutôt inattendue, les méthodes optimistes se révèlent :

- pertinentes dans des cadres très différents
- efficaces
- robustes
- simples à mettre en oeuvre

Explication intuitive:

- soit le modèle optimiste est bon, et on agit bien;
- soit il est mauvais, et on réduit bien l'incertitude.



## Exemple de stratégie purement séquentielle: UCB (Upper Confidence Bound)

Stratégie optimiste: on remplace l'estimée par une borne supérieure de confiance

---

1: **input:**  $T$

2: **for**  $t \in \{1, \dots, T\}$  **do**

3:  $I_t = \operatorname{argmax}_{X \in \{A, B\}} \hat{\mu}_X(t-1) + \sqrt{\frac{2}{N_X(t-1)} \log\left(\frac{T}{N_X(t-1)}\right)}$

4: **end for**

---

$\implies$  résoud le *dilemme exploration/exploitation*

## Théorème

Pour tout  $\epsilon \in (0, \Delta)$  tq  $T(\Delta - \epsilon)^2 \geq 2$  et  $T\epsilon^2 \geq e^2$ , le regret de la stratégie précédente est borné par

$$R_\mu(T) \leq \frac{2 \log\left(\frac{T\Delta^2}{2}\right)}{\Delta \left(1 - \frac{\epsilon}{\Delta}\right)^2} + \frac{2\sqrt{\pi \log\left(\frac{T\Delta^2}{2}\right)}}{\Delta \left(1 - \frac{\epsilon}{\Delta}\right)^2} + \Delta \left(\frac{30e\sqrt{\log(\epsilon^2 T)} + 16e}{\epsilon^2}\right) + \frac{2}{\Delta \left(1 - \frac{\epsilon}{\Delta}\right)^2} + \Delta.$$

Ainsi,  $\limsup_{T \rightarrow \infty} \frac{R_\mu(T)}{\log(T)} \leq \frac{2}{\Delta}$ . De plus,  $R_\mu(T) \leq 33\sqrt{T} + \Delta$ .

Cela est "optimal" : n'importe quelle stratégie uniformément efficace sur tous les problèmes où l'écart est  $\Delta$  satisfait

$$\liminf_{T \rightarrow \infty} \frac{R_\mu(T)}{\log(T)} \geq \frac{2}{\Delta} \quad \text{et} \quad \max_{\Delta} R_\mu(T) - \Delta \geq \sqrt{T}.$$

## 1-2-3. Explorer et Exploiter

- + optimal pour minimiser le regret
- + ne nécessite pas de connaître l'ordre de grandeur du nombre d'applications
- + très en vogue en machine learning (ex: COLT)

- 
- encore minoritaire dans la communauté statistique, peu diffusé
  - pas de fin d'expérimentation ni de décision claire
  - on conserve tout le temps les deux versions

## Résumé: efficacité relative des stratégies

**Théorème:** pour des stratégies optimales dans leur catégorie,

$$R_{\mu}(T) \sim \frac{C \log(T)}{|\mu_A - \mu_B|}$$

avec  $C$  valant :

	Classique	Seq	Plein <sup>t</sup> Seq
$ \mu_A - \mu_B $ connu	4	1	1/2
$ \mu_A - \mu_B $ inconnu	$\infty$	4	2