

## LP 23 : Oscillations

Élément imposé : Son d'une bouteille, régime forcé, aspect énergétique( Grécias BCPST p265+ Tableau Dunod p546), analogie, étude de circuit

<http://www.ac->

[grenoble.fr/disciplines/spc/genevieve\\_tullou/file/gtullou/Meca/Oscillateurs/Index\\_Oscillat.html](http://www.ac-grenoble.fr/disciplines/spc/genevieve_tullou/file/gtullou/Meca/Oscillateurs/Index_Oscillat.html)

<http://www.physagreg.fr/electrocinetique-3-rlc.php>

Niveau : L1 si on veut se mettre en BCPST il faut 2e année car les bobines et les équations diff du 2<sup>nd</sup> ordre ne sont pas vues en L1

Prérequis :

- Mécanique du point (PFD, TEM, forces usuelles)
- Force de frottement fluide (L1)
- Pendule simple (L1)
- Oscillateur harmonique (L1)
- Résolution d'équations différentielles (L1)
- Conservation de l'énergie
- Notion d'équilibres stables et instables
- Utilisation de la notation complexe
- Électrocinétique : loi des nœuds, loi d'Ohm, loi des mailles, dipôle linéaire R, C, L

Biblio :

PCSI Salamito

Duffait pendule

Introduction pédagogique :

Cours de L1 qui regroupe plusieurs domaines.

Ce cours s'inscrit après un cours de mécanique sur le pfd et la conservation de l'énergie → les élèves sont familiers avec les forces usuelles et les énergies

Choix : faire l'analogie mécanique/électrocinétique. On part de l'exemple du pendule car déjà connu par les élèves : retour dessus et on ajoute frottement

On ne traite pas des oscillations forcées, sera vu dans le cours d'après avec les phénomènes de résonance.

Ce cours pourra leur permettre de faire une analogie avec le cours d'électrocinétique, où l'on retrouvera les mêmes phénomènes

Difficultés : Résolution des équations. Différence transitoire/périodique

TD : établissement et résolution d'équation différentielle, exo amortisseur de voiture

TP : pourront être fait avec des pendules ou des systèmes masses ressorts. Voir l'influence du facteur de qualité.

Étude de Doc sur l'utilisation des oscillations dans la vie de tous les jours.

### Introduction

Qu'est ce que les oscillations ?

*Oscillation* : Mouvement périodique autour d'une position d'équilibre.

Oscillation au quotidien, dans les vieilles horloges par ex Slide, métronome

On va essayer de comprendre pourquoi on a des oscillations et ce qui peut les influencer.

Objectifs :

- Savoir modéliser un système oscillant avec et sans frottements
- Savoir décrire l'effet des amortissements

## I. Étude d'un oscillateur non amorti

### A. Mise en équation du pendule simple

Slide Schéma du pendule

Pendule assimilé à un pendule simple dans le cas où la tige est de masse suffisamment faible devant la masse suspendue

système : masse, réf : labo supposé galiléen, bilan des forces : P et T

La tension est perpendiculaire à la vitesse donc ne travaille pas. P dérive d'une énergie potentielle

$E_p = mgz$  donc  $dE_m/dt = 0$  (force conservative).

$$\text{TEM : } E_m = \text{constante} = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 - mgl (\cos \theta - \cos \theta_0)$$

$$d/dt \rightarrow 0 = l \ddot{\theta} + g \sin \theta$$

Transition : On ne sait pas résoudre cette équation. On va devoir faire une approximation.

### B. Approximation harmonique

Approximation petits angles  $\rightarrow \theta \sim 0 \Rightarrow \sin \theta \sim \theta$

$$\text{Donc } 0 = l \ddot{\theta} + g \theta \quad \text{avec } \omega^2 = g/l, \text{ pulsation propre}$$
$$\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0$$

Équation d'un oscillateur harmonique

Solution :  $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t)$

On peut donc modéliser les oscillations du pendule avec l'acquisition de  $\theta$  en fonction du temps ! La position  $\theta = 0$  est une position d'équilibre.

exp : Mesure avec le pendule simple. slide schéma montage

Pendule simple sans frottement, avec potentiostat relié à Latis-Pro (tracé automatique de l'angle en fonction du temps), mesurer la période.

<http://scphysiques.free.fr/> dans pendule2

On trace  $\theta=f(t)$  pour plusieurs valeurs de  $\theta_0$  (incertitude type A)  $\rightarrow$  mesure de  $T_0$

$\rightarrow$  isochronisme des oscillations car la période est indépendante de l'amplitude.

Transition : Expérimentalement, on constate que le pendule s'arrête. Il y a un terme d'amortissement

## II. Oscillations amorties

### A. Frottements : source de dissipation

exp : On ajoute une feuille de papier cartonnée  $\rightarrow$  retour à l'équilibre plus rapide

<http://scphysiques.free.fr/> dans pendule2  $\rightarrow$  On ajoute frottements

Plus on augmente les forces de frottement plus le temps de décroissance des oscillations est court.

Force de frottements fluides :  $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$  Cette force est dissipative, ce qui empêche d'écrire la conservation de l'énergie mécanique.

$$\text{PFD : } \ddot{\theta} + \frac{\lambda}{m} \dot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0 ; \text{ Petits angles : } \ddot{\theta} + \frac{\lambda}{m} \dot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0$$

Petits angles : Oscillateur amorti

C'est l'équation d'une oscillation harmonique amortie. Un terme supplémentaire proportionnel à la dérivée de la grandeur oscillante est maintenant présent dans l'équation. Une des conséquences intéressantes de ce terme supplémentaire est la non réversibilité du mouvement : si  $\theta(t)$  est solution de l'équation, alors  $\theta(-t)$  ne peut pas être solution : un signe moins résiduel devant la dérivée simple fausse l'équation. Ce n'était pas le cas pour le pendule non-amorti, qui présentait un mouvement réversible.

On introduit le facteur de qualité  $Q = m\omega/\lambda$

Transition : C'est une équation qu'on retrouve dans un autre domaine et qui permet d'étudier les phénomènes mécaniques par analogie

## B. Analogie électromécanique

Scéma circuit Slide Duffait p 75

La tension délivrée par le générateur est une tension en créneaux de fréquence suffisamment faible pour que le régime transitoire ait le temps de se terminer avant la fin d'un pallier

$$\text{Loi des mailles} \rightarrow \frac{E}{LC} = \frac{d^2 uc}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{duc}{dt} + \frac{1}{LC} uc$$

Analogie :  $R \leftrightarrow \lambda$ ,  $L \leftrightarrow m$  et  $1/C \leftrightarrow mg/l$

Slide

Exp : E=créneau et on relève uc avec Latis pro

1. Cas faible  $R (< 2 \text{ racine } (L/C)) \rightarrow$  oscillation amortie
2. Cas forte  $R \rightarrow$  pas d'oscillation

<https://www.circuitlab.com/editor/#wt3nym> On peut modifier les paramètres et visualiser l'entrée et la sortie

<https://www.geogebra.org/m/fPbFPH6z>

Transition : On distingue plusieurs régime d'amortissement.

## C. Différents régimes d'amortissements

$$\text{Forme canonique : } 0 = \ddot{u} + \frac{w_0}{Q} \dot{u} + w_0^2 u$$

$$\text{Equation caractéristique : } 0 = r^2 + \frac{w_0}{Q} r + w_0^2 \rightarrow \Delta = 4 w_0^2 \left( \frac{1}{4Q^2} - 1 \right)$$

3 types de régime :

- $\Delta > 0$  : aperiodique :  $r = -\lambda \pm \sqrt{(\lambda^2 - w_0^2)}$ ,  $\lambda = w_0/2Q$
- $\Delta = 0$  : critique :  $rc = -\lambda$
- $\Delta < 0$  : pseudo-périodique :  $Q > 1/2$ ,  $r = -\lambda \pm j \Omega$ ;  $\Omega = \sqrt{(w_0^2 - \lambda^2)}$  Pour un régime pseudo-

périodique, la pseudo-période des oscillations est différente de la période propre du système

$$\text{pseudo-période : } T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} > T_0$$

$$\text{Décroissement logarithmique } \delta = \ln(u(t)/u(t+T)) = \lambda T$$

exp : Pour le RLC : cas pseudo périodique

Le deuxième terme non constant peut être subdivisé en deux parties : d'une part l'enveloppe exponentielle décroissante qui marque la diminution de l'amplitude du signal (en exponentielle), et d'autre part le  $\cos(\Omega t + \phi)$  qui provoque les oscillations

on mesure T et on calcul  $\delta$  pour plusieurs points

On vérifie par rapport aux valeurs théoriques

## Conclusion

En conclusion, nous avons vu à travers cette leçons les oscillations non-amorties et les oscillations amorties. Nous avons démontré que les oscillations sont des phénomènes communs à l'électrocinétique et à la mécanique, et peuvent être décrite par des équations similaires qui mènent donc à des résultats similaires. Ces ressemblances permettent de créer des analogies entre les deux domaines

Ouverture : Nous avons ici entièrement traité d'oscillations libre, mais il est possible d'imposer des oscillations au système. C'est ce que nous allons voir dans le cours suivant qui portera sur les oscillations sinusoïdales forcées.