

LP 31 : Écoulements de fluides

Éléments imposés possibles :

Le sujet est très vaste le plan peut totalement dépendre de l'élément imposé.

J'ai fait deux plans en fonction de si l'élément imposé concerne fluide parfait ou fluide réel.

Niveau : Supérieur BCPST 2

Plan 1 : seulement sur écoulement parfait

Prérequis :

- Statique des fluides (hydrostatique, forces volumiques de pression) L1
- Outils de la dynamique des fluides (lignes de courant, notion de particule fluide, dérivée particulaire) L2
- Analyse vectorielle L2
- Introduction à la dynamique des fluides (différentes classes d'écoulement, conservation de la masse) L2

Biblio :

- Fruchart, physique expérimentale
- Taillet, dictionnaire de physique
- Biblio : T&D (blanc, carré orange) BCPST 2 ; Baude, Grecias, Fruchart
<https://www.youtube.com/watch?v=v4zPW40vhHI> <https://www.youtube.com/watch?v=P05yYbnApFc> &list=PLWfc4QDrcvkOJlpp1FCWheBDMTs8Picj6& index=10&t=0s

Objectifs :

Comprendre le théorème de Bernoulli. Savoir l'appliquer dans des cas simples.

Intro pédagogique :

Cours L2, avant ce cours, cours sur la statique des fluides puis intro à la dynamique des fluides avec : description des outils de la mécanique des fluides : analyse vectorielles, lignes de courant, classes d'écoulement...

On va donc rappeler seulement les définitions.

Ici seulement écoulement parfait Suite du cours sur écoulements réels/ visqueux

Exemples abordés ici sont fondamentaux.

Difficultés : bien comprendre les hypothèses associées à chacune des relations de Bernoulli, a bien rappeler.

TD : étude des tubes pitot, vidange réservoir, trompe à vide

TP : mesure de vitesse et de débit

Introduction :

Vous connaissez déjà la statique des fluides, mais en vrai les fluides sont souvent en mouvement. On essaie de décrire ces mouvements. souffle entre deux feuilles de papier, elles s'éloignent. (A faire) On va essayer de comprendre ce qu'il se passe. Dans un premier temps, il va falloir mettre en équation le mouvement d'un fluide.

Ici seulement fluide parfait = fluide dont on néglige les effets dissipatifs.

I. Écoulements parfaits

1.1 Équation d'Euler

On s'intéresse à une particule de fluide (dessine une part de fluide dans un écoulement). Quelles sont les forces appliquées ?

- Système : Particule fluide
- Référentiel : galiléen
- Bilan des forces :

- Force de pression : $df = -\text{grad}(P)d\tau$

- forces volumiques $df = Fvd\tau$

On applique le PFD :

$$\rho d\tau \frac{Dv}{Dt} = -\text{grad}(P)d\tau + Fvd\tau$$

On développe le calcul (dérivée particulaire + simplification de $d\tau$) pour obtenir les deux expressions de l'équation d'Euler.

$$v \cdot \text{grad}v = \frac{1}{2} \text{grad}(v^2) - v \wedge \text{rot}v$$

1.2 Théorème de Bernoulli

Hypothèse : $Fv = \rho g$. On réinjecte dans Euler.

On peut écrire $g = -\text{grad}(gz)$.

Hypothèse :

• écoulement stationnaire : $dv/dt = 0$

• écoulement incompressible : $\rho \text{grad}(v^2/2) = \text{grad}(\rho \times v^2/2)$

On réinjecte dans Bernoulli. On a alors deux cas :

Si écoulement irrotationnel : $\rho \times v^2/2 + P + \rho gz = \text{constante}$ dans tout le fluide.

Si écoulement rotationnel : on intègre sur une ligne de courant.

$\rho \times v^2/2 + P + \rho gz = \text{constante}$ sur une ligne de courant.

Remarques : Les termes correspondent à des énergies : cinétique, potentielle, de pression.

Bernoulli traduit la conservation de l'énergie volumique.

Retour sur l'expérience introductive des feuilles.

Transition : Cette relation permet de calculer des vitesses d'écoulements ainsi que des débits.

II. Applications pour des mesures de vitesse/ Description de phénomènes physiques (prendre que 1 exemple)

2.1 Effet Venturi

Expérience : Tubes montrant l'effet venturi pour plusieurs sections.

<https://www.youtube.com/watch?v=7POOLpvRD3k> (à partir de 1min environ)

Explications : SLIDE Schéma.

Le débit volumique est constant. $Qv = vS = \text{cst}$. On a donc $v_0 S_0 = v(x)S(x)$.

Lorsque la section diminue, la vitesse augmente.

Théorème de Bernoulli dans le cas stationnaire rotationnel. Faire la démo au tableau

On a augmentation de v et donc diminution de P . Lien avec l'hydrostatique : on explique les différences de hauteurs d'eau.

Application : trompe à eau Schéma

2.2 Écoulement de Torricelli

Schéma SLIDE Grécias p545

Hypothèses : fluide parfait, permanent, incompressible, homogène

P_0 aux deux extrémités

→ conservation de la masse $\Rightarrow Dm = \text{cste}$

donc $Dv = \text{cste} \rightarrow v_a S = v_b s \rightarrow v_a/v_b = s/S \ll 1$

Bernoulli sur une ligne de courant, seulement différence de hauteur. On néglige v_a

→ $v_b = \text{racine}(2gz)$

Expérience : Fruchart p422 vase de Mariotte (diapo du schéma fruchart p425).

<http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/divers/bernou1.html>

(attention !!! pas de tuyau pour fixer la P dans l'animation)

Le tuyau qui plonge à l'intérieur du vase permet de fixer la pression atmosphérique à son extrémité dans le fluide. Ainsi on s'affranchit de la variation de pression due à la hauteur de la colonne d'eau qui change de hauteur au cours du temps.

On mesure une masse d'eau écoulee pendant un temps t . On obtient débit massique Dm . Fait pour différent hauteur h (entre l'extrémité du tube de vidange et le trou plongeant).

On accède à la vitesse d'éjection v avec $Dm = \rho sv$.
On trace $v = f(\text{racine}(h))$. Modélisation affine → droite.

2.3 Sonde Pitot

Utiliser dans les avions pour la mesure de vitesse

Diapo : schéma original de la sonde + schéma associé à l'expérience. On trace les deux lignes de courant qui rencontrent le point d'arrêt d'un côté, et la cavité de la sonde de l'autre.

Théorème de Bernoulli. On déroule et on obtient l'expression de la vitesse en fonction de la différence de pression.

Expérience : tube de pitot : en préparation mesures de vitesse en fonction des différences de pression indiquées par la sonde. On a une droite d'étalonnage $v^2 = a \times P + b$. En mesurant la pression, on peut alors remonter à la vitesse pour un écoulement de vitesse inconnue.

<http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/divers/pitot.html>

<https://www.youtube.com/watch?v=MXyvQJhf9lo> (moche mais montre le dispositif expérimental que l'on aurait pu utiliser)

Voir incertitudes

Conclusion

Dans la suite du cours, on pourra s'intéresser aux écoulements visqueux et réel.

Plan 2: Fluide réel

Pré-requis

- Statique des fluides
- Théorème de Bernoulli
- description du mouvement d'un fluide (trajectoire, ligne de courant).
- nb de Reynolds
- Débit volumique, massique
(tout est BCPST 2)

Biblio :

Fruchart

Tec&doc bcpst 2 (blanc carré orange) Baude,Grécias

Intro pédagogique

Cours de physique pour BCPST 2 But = présenter plusieurs type d'écoulement: écoulements parfaits, écoulements réels, écoulements rampants ;

axer sur le nb de Reynolds comme c'est écrit dans le prog

Dans la leçon-> large gamme de Re , en partant des fluides parfaits jusqu'aux écoulements rampants ; cela permet de démontrer l'intérêt d'évaluer le Re pour un écoulement.

Mise en valeur du lien entre modèle/modélisation effectuée et l'expérience → beaucoup d'expérience. Car grosse difficulté pour les étudiants de faire le lien en théorie et expérimentale.

Autre difficulté, faire la différence entre les propriétés du fluide et celles de l'écoulement. A insister

Avant ce cours, cours sur le théorème de Bernoulli, et limites de l'écoulement parfait, avec introduction à la viscosité et le nombre de Re . Cette leçon clos la partie sur la dynamique des fluides parfaits et fait la transition avec les écoulements réels. Montre l'intérêt de Re .

TP : Ecoulement de Poiseuille

TD : Activité documentaire sur le processus de sédimentation, mouvement des glaciers, écoulement du sang...

Introduction

En ouvrant plus ou moins un robinet, on distingue facilement deux types d'écoulements : aux faibles débits, la forme du jet émergent est régulière et invariable au cours du temps. Aux débits plus importants, elle devient irrégulière et fluctuante.

Pour savoir si un écoulement est « laminaire » ou bien « turbulent », il faut comparer quel phénomène prédomine entre la diffusion et la convection de la quantité de mouvement. Temps caractéristique de convection : $T_c = L/U$ (le temps de convection sur la longueur L correspond à la durée nécessaire pour parcourir la distance L à la vitesse U) Temps caractéristique de diffusion : $T_d = L^2/\nu$ (obtenu sachant que la viscosité cinématique est homogène à un coefficient de diffusion, on peut déterminer un temps caractéristique de diffusion à la longueur caractéristique L)

Finalement on a : $Re = T_d/T_c = UL/\nu$

→ si $Re \leq 1$ → tps convection > tps diff → laminaire

→ si $Re \gg 1$ → inverse → turbulent

Objectifs:

- Comprendre qu'il existe différents types d'écoulements, qui disposent de propriétés, et de modèles différents
- Identifier les différents écoulements, nombre de Reynolds associés

I. Écoulements à grand nombre de Re d'un fluide parfait

A. Approche expérimentale

Présentation du [dispositif expérimental](#), présenter le vase de Mariotte (diapo du schéma fruchart p425).

<http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/divers/bernou1.html>

(attention !!! pas de tuyau pour fixer la P dans l'animation)

Le tuyau qui plonge à l'intérieur du vase permet de fixer la pression atmosphérique à son extrémité dans le fluide. Ainsi on s'affranchit de la variation de pression due à la hauteur de la colonne d'eau qui change de hauteur au cours du temps.

On mesure une masse d'eau écoulee pendant un temps t . On obtient débit massique D_m . Fait pour différent hauteur h (entre l'extrémité du tube de vidange et le trou plongeant).

On accède à la vitesse d'éjection v avec $D_m = \rho sv$.

On trace $v = f(\sqrt{h})$. Modélisation affine → droite

Détermination expérimentale de la loi de Toricelli

Incertitudes : h, m, t

Transition : On va essayer de retrouver cette loi par une modélisation de la situation

B. Démonstration de la formule de Torricelli

Calcul du nombre de Reynolds :

$\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\eta_{\text{eau}}(20^\circ\text{C}) = 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $U = v =$

$L = r =$ cuve

$Re =$ très grand, on considère l'écoulement parfait car force de viscosité négligeable.

On peut appliquer Bernoulli

Démo vase de Toricelli + Slide (plan 1)

On retrouve la loi en racine de h .

Transition : Et à plus bas nombre de Reynolds ?

II. Écoulement laminaire ($Re \sim 1$)

En réalité : force de viscosité.

Exemple : Calcul de Re dans l'aorte :

$d = 10 \text{ mm}$, $Dv = 9 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, $v_{\text{sang}} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$

$Re = Dv/\nu$. Faible → écoulement laminaire.

Etude d'un exemple

A. Écoulement de Poiseuille

SLIDE

Écoulement d'un fluide newtonien, incompressible, permanent, laminaire, sous l'effet d'une différence de pression dans la conduite cylindrique.

Voir schéma Tec&doc bcpst 2 (blanc carré orange) Baude,Grécias p582

La circulation sanguine peut ainsi être caractérisée par un écoulement de Poiseuille dont l'expression du champ de vitesse est la suivante : $v(r)=1/4\eta(\Delta P/L)(a^2-r^2)$

Dessiner le champ des vitesses.

On remarque qu'on a pour $r=a$ on a bien $v=v_{\text{paroi}}=0$

Limites du modèle : l'une des hypothèses consiste à considérer le fluide newtonien, ce qui n'est en réalité pas le cas du sang mais que cette hypothèse permet quand même de modéliser relativement bien certain phénomène lié à la circulation sanguine.

Calcul du débit volumique Calculs page 583 du Tec&doc bcpst 2 (blanc carré orange) Baude,Grécias

On peut définir la résistance hydraulique (vraiment utile?)

Transition : Peut-on vérifier expérimentalement la loi que nous avons établie ?

B. Validation expérimentale

Expérience quantitative : vérification de la loi de Poiseuille avec vase de Mariotte.

On trace $D_m=f(1/l \text{ tube})$

Transition : Et si on augmente drastiquement la viscosité du fluide ? on reste en régime laminaire, mais à très bas nombre de Reynolds, on observe un nouveau type d'écoulement : les écoulements rampants

III. Écoulement rampants ($Re \ll 1$)

Présentation des écoulements rampants (T&D), calcul d'ordre de grandeur du nb de Reynolds pour la goutte de poix .

A. Loi de Stokes

Présentation du dispositif : viscosimètre à chute de bille ;

<http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/divers/stokes.html>

<https://www.youtube.com/watch?v=DVCjd77WwxI> (à environ 9 min pour montrer un vrai dispositif expérimental)

schéma en diapo (Fruchart p433)

Insister sur le fait qu'on va étudier l'écoulement provoqué par le déplacement de la bille

Hypothèses : le régime permanent est atteint après un court régime transitoire (la bille chute à vitesse constante) ; le fond et les parois n'ont pas d'effet sur l'écoulement : l'écoulement est laminaire (on a $Re < 1$ donc ok; la bille est lâchée sans vitesse initiale.

On applique le pfd à la bille, force : poids, poussée d'Archimède, force de viscosité.

On obtient v_{lim} puis la formule de la viscosité en fonction de v_{lim}

Transition : Avec la mesure de v_{lim} on peut donc remonter à la viscosité du fluide.

B. Mesure de viscosité

Expérience Fruchart p433 pour les limites du modèle.

On trace $v_{\text{lim}}=f(r^2)$, la pente de la droite donne accès à η

On en déduit η , on compare à la viscosité du glycérol indiqué, et on calcule le nombre de Reynolds associé à un tel écoulement.

Conclusion

Dans cette leçon on a pu parcourir le spectre des différentes valeurs possibles du nombre de Reynolds, allant de l'écoulement parfait aux écoulements rampants. On a vu qu'à chaque type d'écoulement était associé un modèle, d'où la nécessité d'évaluer le nombre de Reynolds d'un écoulement pour justifier l'utilisation de tel modèle ou tel loi.

On a vu comment décrire l'écoulement d'un fluide très visqueux autour d'une bille, on pourra s'intéresser dans un prochain cours à un autre type d'écoulement rampant : les écoulements dans les milieux poreux par ex (décrits par la loi de Darcy)