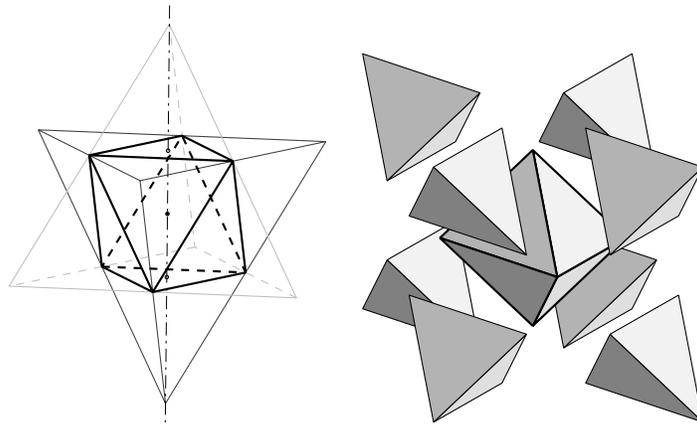


*Le groupe symétrique \mathfrak{S}_4 et ses
métamorphoses*

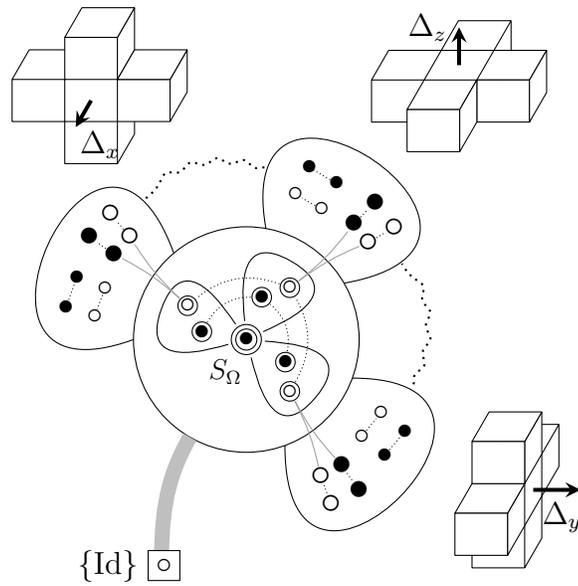
(Une introduction à la symétrie),

A. Debreil et R. Mneimné

Lorsque l'on pense à ce que contient un livre de maths, l'image qui nous vient en tête est celle d'un cours organisé autour de définitions, théorèmes et corollaires, puis d'exemples les illustrant. C'est un mode de pratique tellement répandu – dans les livres mais aussi dans la plupart des cours du département – que nous avons parfois tendance à en oublier les exemples. Ce livre prend le chemin inverse : l'idée est de partir d'un exemple, et de lui relier le plus de notions possibles.

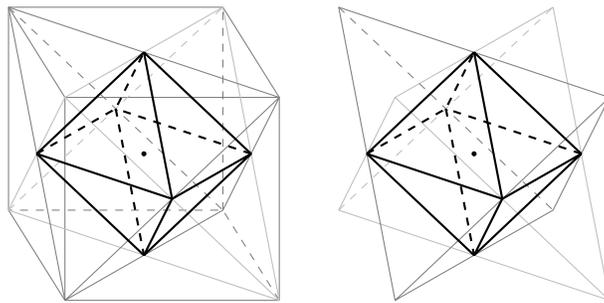


Ainsi, les auteurs ont-ils écrit pas moins de deux-cents pages à propos du groupe symétrique sur quatre objets. Ce n'est pas pour autant que la lecture de ce livre est redondante. Bien au contraire, la variété des domaines dans lesquels ce groupe apparaît donne largement de la matière pour ne pas s'ennuyer.



$$\begin{aligned} &\text{réunion des trois 2-Sylow de } \mathfrak{S}_4 \times C_2 \\ &= \{f \in \mathfrak{S}_4 \times C_2 \mid f^4 = 1\} \end{aligned}$$

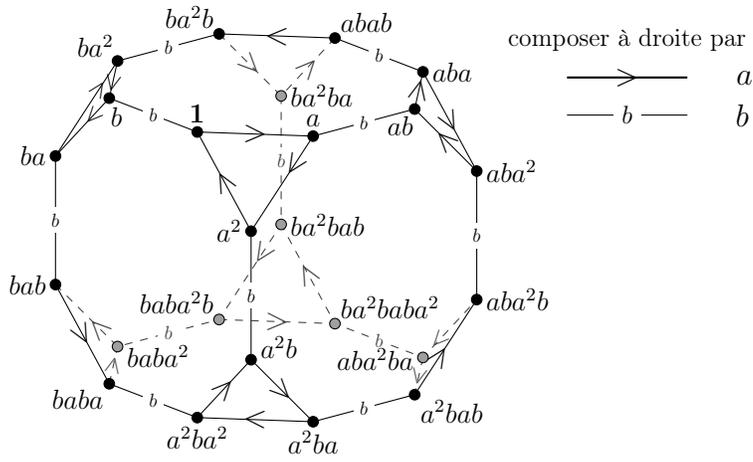
Des isométries du cube aux tables de caractères, de l'étude de $GL(2, \mathbf{F}_3)$ à la résolution de l'équation de degré 4 (en distinguant suivant le groupe de GALOIS de l'équation) et en finissant par les présentations, ce livre présente des exemples, pour la plupart élémentaires, de situations intéressantes en algèbre et en géométrie dans lesquelles le groupe à 24 éléments apparaît (ou certains de ses sous-groupes ou de ses cousins).



Comme vous le voyez, le livre présente aussi de (très) nombreuses figures pour illustrer le propos, ce qui rend la lecture divertissante (parfois, j'ai plus regardé les figures que le texte).

En définitive, ce petit manuscrit saura combler ceux désireux d'avoir des exemples simples non triviaux sous la main, dont font partie les agrégatifs, présents ou futurs, mais pas que. Bonne lecture !

Benjamin Fleuriault



Interprétation géométrique de l'isomorphisme $\mathfrak{S}_4 \simeq \langle a, b \mid a^3 = b^2 = (ab)^4 = 1 \rangle$