

# LP01 CONTACT ENTRE DEUX SOLIDES. FROTTEMENTS

8 juin 2020

MONNET Benjamin &

## Niveau : L1, après les cours de dynamique du point et du solide

### Commentaires du jury

**2017** Cette leçon gagne beaucoup à être illustrée par des exemples concrets maîtrisés.

**2016** Cette leçon est l'occasion d'appliquer les lois de la mécanique du solide.

**2015** Cette leçon est souvent présentée à un niveau trop élémentaire. La compréhension des aspects microscopiques en jeu est appréciée par le jury.

**2013**, le titre était : Contact entre deux solides. Frottement de glissement. Applications au glissement et au roulement.

**2002** L'énoncé des lois de Coulomb relatives au frottement de glissement est souvent incomplet. Il faut éviter la confusion entre puissance des actions subies par un des solides en contact, et puissance totale des actions de contact. L'origine microscopique des actions de frottement mérite d'être évoquée.

*Au programme de PCSI : Lois de Coulomb du frottement de glissement dans le seul cas d'un solide en translation. Exploiter les lois de Coulomb fournies dans les trois situations : équilibre, mise en mouvement, freinage. Formuler une hypothèse (quant au glissement ou non) et la valider.*

### Bibliographie

- *Les milieux granulaires*, **Andreotti**<sup>1</sup> → Bien pour le cours
- *Tec et Doc Physique PC-PC\**, **Grécias** → Les bases du cours
- *MP*, **Sanz** → Dynamique
- **BUP 822-1** → pour le modèle des brosses

### Prérequis

- Dynamique du point et du solide
- Notion d'hystérésis

### Expériences



### Table des matières

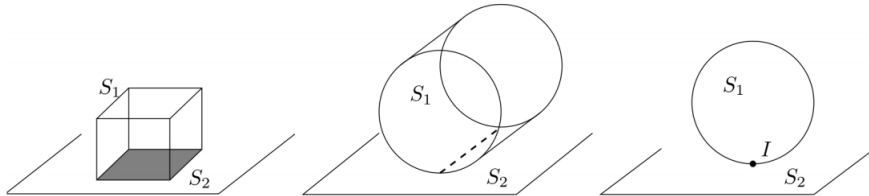
<b>1</b>	<b>Contact entre deux solides</b>	<b>2</b>
1.1	Description du contact . . . . .	2
1.2	Forces de contact . . . . .	2
1.3	Cinématique . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Théorie des frottements solides</b>	<b>3</b>
2.1	Les lois d'Amontons-Coulomb . . . . .	3
2.2	Illustration expérimentale . . . . .	4
2.3	Aspect énergétique . . . . .	5
2.4	Aspects microscopiques . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Applications</b>	<b>6</b>
3.1	Stick-slip . . . . .	6
3.2	Revient, revient pas ? . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Annexes</b>	<b>7</b>
4.1	Biblio supplémentaire . . . . .	7
4.2	Stick and slip . . . . .	7
4.3	Remarques quelconques . . . . .	8
4.4	Fluage . . . . .	8

## Introduction

### 1 Contact entre deux solides

#### 1.1 Description du contact

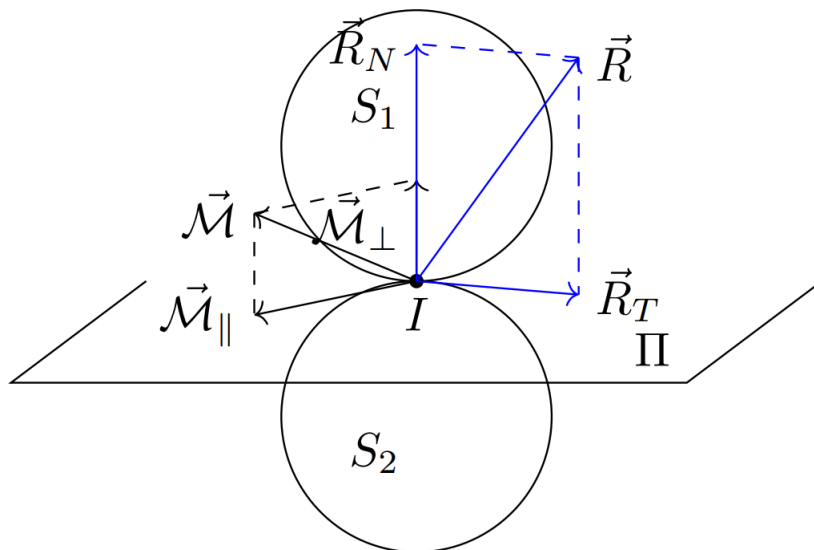
Lors du contact de deux solides, on peut avoir différentes formes de contact : surfacique, linéique ou ponctuel.



⚡ Ce contact fait qu'il y a des forces!

#### 1.2 Forces de contact

De manière tout à fait générale, on peut décrire les forces de contact de la manière suivante pour un contact ponctuel :



On décompose la force  $\vec{R}$  selon 2 composantes ainsi que le moment qui correspond' on étudie ici les forces de 2 sur 1). Dans le cas d'un moment purement ponctuel, le moment est nul. On se placera dans cette limite durant tout la leçon.

Attention, cela reste un approximation! La surface de contact est en fait non négligeable et il y a des des moments à prendre en compte! On peut par exemple penser à une roue crevée (pour exagérer la chose).

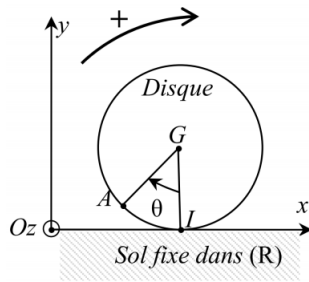
#### 1.3 Cinématique

⚡ Sanz MP

On considère que les deux solides sont en contact dans le référentiel du laboratoire. On définit la vitesse de glissement par :

$$\vec{v}_g(S_1/S_2) = \vec{v}_R(I \in S_1) - \vec{v}_R(I \in S_2)$$

Prenons un exemple concret : une roue sur le sol.



On note  $S_1$  la roue et  $S_2$  le sol. I est le point de contact entre les deux solides. On suppose que la roue tourne à une vitesse  $\omega$ . On note  $\mathcal{R}_1$  le référentiel lié à la roue. La vitesse de glissement vaut :

$$\vec{v}_g(S_1/S_2) = \vec{v}_{\mathcal{R}}(I \in S_1) - \vec{v}_{\mathcal{R}}(I \in S_2) = \vec{v}_{\mathcal{R}_1}(I \in S_1) + \vec{v}_{\mathcal{R}}(G) + \vec{0} = (\omega \vec{e}_g \wedge \vec{GI}) + \dot{x}_G \vec{e}_x = (\dot{x}_G - R\omega) \vec{e}_x$$

On peut alors distinguer trois cas :

- **A l'équilibre** : les inconnues sont  $\vec{R}_T$  et  $\vec{R}_N$ . Le PFD donne 3 équations : pas de soucis.
- **Roulement sans glissement** : on a 4 inconnues car il y a maintenant  $\dot{x}_G$  et  $\theta$ . On suppose donc ce qu'on appelle le roulement sans glissement :  $\vec{v}_g = \vec{0}$ . On obtient ainsi une quatrième équation !
- Dans le cas d'un roulement avec glissement, on ne peut pas conclure

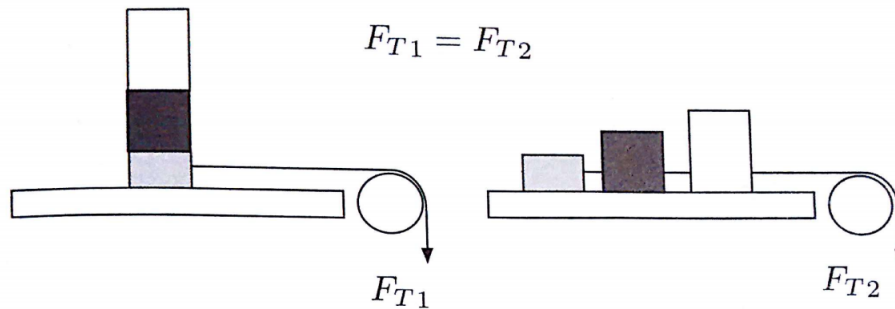
**Remarque** : le point I est ici assez facile à choisir. Dans le cas de contact non ponctuel, on peut choisir le centre de la surface à condition qu'elle soit homogène isotrope. Dans le cas contraire, le choix du point I n'est pas trivial...

## 2 Théorie des frottements solides

### 2.1 Les lois d'Amontons-Coulomb

✦ Andreotti

Afin de justifier les lois d'Amontons-Coulomb, parlons dans un premier temps de l'expérience de Léonard de Vinci.



Faire l'expérience

De Vinci a alors fait 3 observations :

- La force  $F_T$  est identique, que les blocs soient les uns sur les autres ou que les blocs soient côte à côte
- La force  $F_T$  dépend linéairement de la force normale, qui est ici le poids
- Une fois que le patin glisse, la force à maintenir pour que les blocs glissent est moins grande.

Ces observations conduisent à la formulation suivante des lois de friction entre 2 solides, établies par Amontons en 1699 et par Coulomb en 1785 :

- Au repos, il faut appliquer une force  $F_T = \mu_s F_N$  pour mettre en mouvement le patin, où  $\mu_s$  est le coefficient de friction dynamique. Tant qu'il n'y a pas de mouvement, on a seulement l'inégalité  $F_T \leq \mu_s F_N$  (elle compense la force extérieure appliquée)

- Une fois le patin en mouvement, la force tangentielle vaut  $F_T = \mu_d F_N$  où  $\mu_d$  est le coefficient de friction dynamique. La force est dirigée dans le sens opposé de la vitesse. En général,  $\mu_d \leq \mu_s$

Contact	$\mu_s$	$\mu_d$
acier-acier sec	0,6	0,4
acier-acier graissé	0,1	0,05
pneu-chaussée sèche	1	0,7
pneu-chaussée humide	0,7	0,3
bois-bois	0,5	0,3
bois-métal	0,6	0,1
téflon-acier	0,04	0,04

Table 1 – Quelques valeurs des coefficients de friction :  $\clubsuit$  *Taillet, Dictionnaire de la physique*

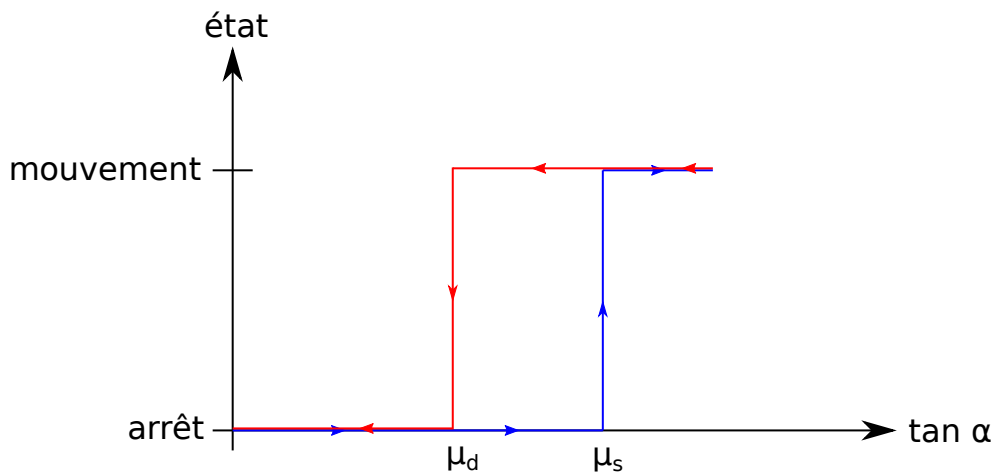
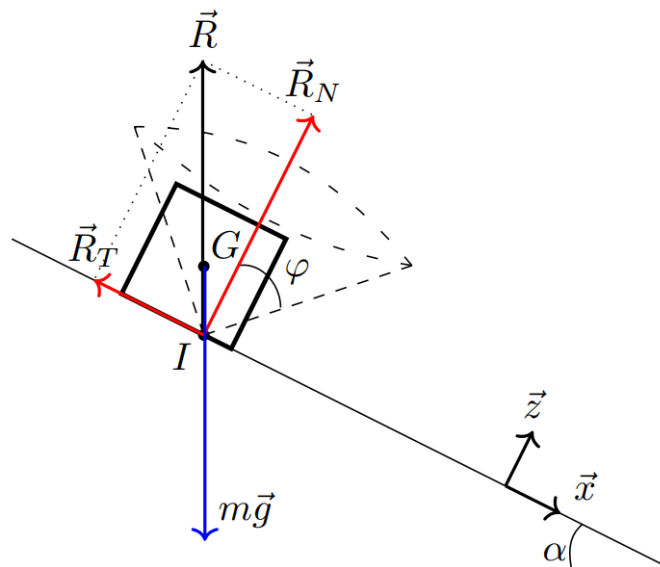
## 2.2 Illustration expérimentale



### Détermination d'un coefficient de frottement



Montrer l'hystérésis, déterminer rapidement le coefficient de frottement.



On explique le cycle et le dessin :

- Tant que la résultante est dans le cône, il n'y a pas frottement : c'est la condition  $F_T \leq \mu_s F_N$ . Cela correspond à la limite  $\tan \alpha \leq \mu_s$ .
- Une fois que la résultante sort du cône, il y a glissement. On peut baisser l'angle  $\alpha$  jusqu'à  $\tan \alpha = \mu_d \leq \mu_s$  sans que le solide ne s'arrête.

### 2.3 Aspect énergétique

Dans le cas que l'on vient de voir, si on calcule la puissance liée aux frottements solides, on a :

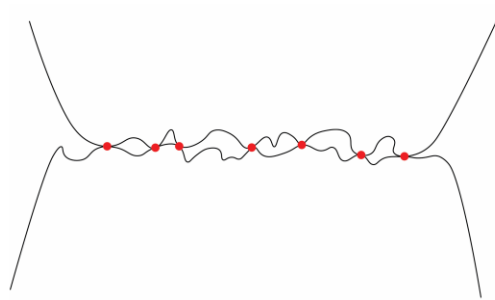
$$P = \vec{R} \cdot \vec{v}_g = -R_T v_g$$

La puissance est négative donc les frottements dissipent de l'énergie, sauf s'il n'y a pas glissement.

### 2.4 Aspects microscopiques

✦ Andreotti

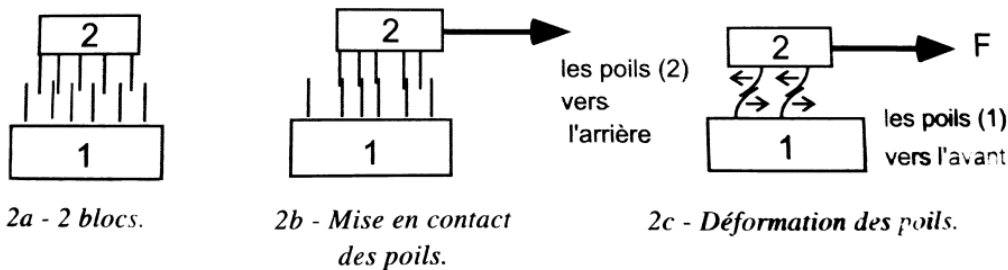
A l'échelle microscopique, les surfaces ne sont pas lisses mais constituées de nombreuses aspérités.



Par conséquent, lorsqu'un solide s'appuie sur un autre, la surface de contact n'est pas la surface macroscopique comme on peut l'entendre. La surface réelle de contact est plus faible. Le solide se déforme donc en certains points précis de sa surface. Pour une surface donnée, plus la force normale est grande, plus les déformations sont importantes et plus la surface en contact est grande. Ainsi, si on augmente la surface macroscopique, on diminue la pression subit par chaque pic : le nombre de contact par unité de surface diminue mais la surface augmente ! Ces deux effets se compensent et on obtient alors le fait que la force ne dépend pas de la surface de contact.

**Remarque :** on peut aussi montrer  $R_T \propto R_N$  avec ce modèle mais je suis pas sûr que ce soit une bonne idée pour la leçon.

Ce modèle n'explique pas pour autant le phénomène d'hystérèse. Pour cela, on utilise le phénomène des brosses lire le BUP



| Application dans la vie courante



## 3 Applications

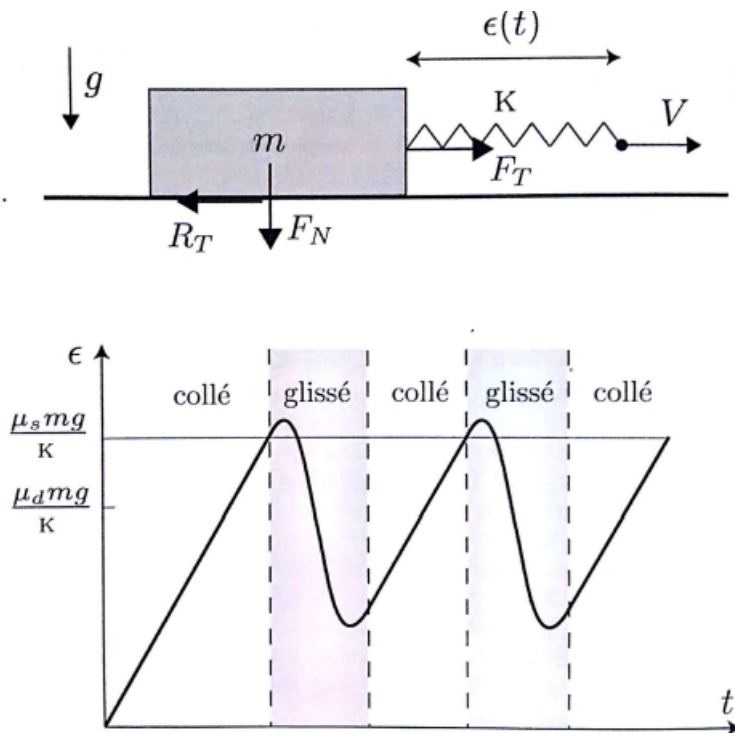
### 3.1 Stick-slip

<https://www.youtube.com/watch?v=TcebgBomjRs>

#### Stick-slip



Montrer et expliquer. Calculs en annexe



La conséquence : son des violons, crissement de la craie !

### 3.2 Revient, revient pas ?

☞ Sanz MP p279

Sûrement pas le temps de le faire : On considère une boule de billard qui part avec une vitesse de rotation  $\omega$  et on aimerait savoir si elle va faire demie tour ou pas. Dans le référentiel terrestre  $\mathcal{R}$ , on note  $\vec{\omega} = \omega \vec{e}_z$ ,  $\vec{v}_{\mathcal{R}}(G) = \dot{x} \vec{e}_x$ . La première phase est une phase de glissement avec  $\vec{v}_g = (\dot{x} + R\omega) \vec{e}_x$ .

De plus, le TMC donne  $J\dot{\omega} = -TR$ .

- **Première phase** : on a glissement, on a  $T = \mu mg$  donc  $\omega(t) = -\frac{\mu mg R}{J} t + \omega_0$  et  $\dot{x} = -\mu g \Leftrightarrow x(t) = -\mu g t + x_0$ . Pour savoir quand on passe en roulement sans glissement, on cherche  $\tau$  tel que  $v_g(\tau) = 0$  :

$$\tau = \frac{v_0 + R\omega_0}{\mu g \left(1 + \frac{mR^2}{J}\right)}$$

- Pour savoir si la boule revient où non, on regarde le signe de la vitesse à ce moment là :

$$\dot{x}(\tau) = v_0 - \frac{v_0 + R\omega_0}{1 + \frac{mR^2}{J}}$$

Donc si  $\omega_0 > \frac{v_0 m R}{J}$ , le boule revient. Sinon, elle ne revient pas.

## 4 Annexes

### 4.1 Biblio supplémentaire

- <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00002808/document>
- [https://fr.wikibooks.org/wiki/Tribologie/Mod%C3%A9lisation\\_des\\_actions\\_de\\_contact](https://fr.wikibooks.org/wiki/Tribologie/Mod%C3%A9lisation_des_actions_de_contact)

### 4.2 Stick and slip

Un patin de masse  $m$  est accroché à un ressort de raideur  $K$ , lui-même relié par un fil à un moteur qui tourne à vitesse constante  $\vec{V}$  (figure 8, (a)). On appelle  $F_T$  la tension du ressort,  $R_T$  la force de friction et  $F_N = mg$  la force normale, avec  $g$  la constante de pesanteur. Pour des vitesses suffisamment faibles, on observe une succession de deux régimes (figure 8, (b)) :

- ◆ un où le ressort s'étire sans que le mobile ne bouge (phase "collé") ;
- ◆ un où le mobile est en mouvement et le ressort se recontracte (phase "glissé").

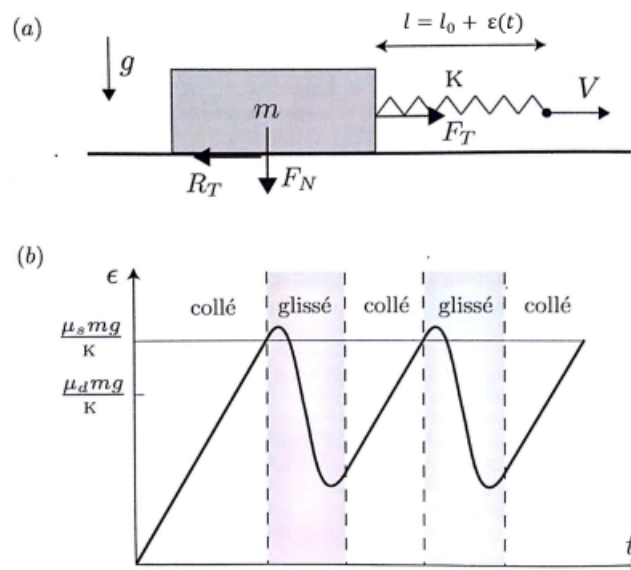


FIGURE 8 – (a) : Schéma de la situation. (b) : allure de  $\epsilon(t)$ .

#### ◆ Première phase

À  $t = 0$ , le ressort est au repos ( $\epsilon = 0$ ), et le patin est à la position  $x = 0$ , immobile. On commence à tirer l'extrémité du ressort : l'allongement du ressort est donc  $\epsilon(t) = Vt$ , soit  $\dot{\epsilon}(t) = V$ . Un Principe Fondamental de la Dynamique (PFD pour les intimes) basique donne alors

$$F_T = R_T \quad (1)$$

Or,  $F_T = K\epsilon$ , d'où  $F_T = KVt$ . D'après les lois d'Amontons-Coulomb, le patin ne bougera pas tant que  $R_T \leq \mu_s F_N$ , c'est-à-dire qu'on reste dans la phase 1 jusqu'à ce que  $F_T = \mu_s F_N$ , soit jusqu'au temps  $t_1$  tel que

$$t_1 = \frac{\mu_s mg}{KV} \Leftrightarrow \epsilon(t_1) = \frac{\mu_s mg}{K} \quad (2)$$

On a alors mise en mouvement du patin avec  $R_T = \mu_d mg$ .

### ◆ Deuxième phase

À partir de  $t = t_1$ , le patin glisse, avec une vitesse  $\dot{x}$ . On a donc  $\varepsilon = Vt - x$  ou  $\dot{\varepsilon} = V - \dot{x}$ . Un second PFD trivial donne alors

$$m\ddot{x} = K\varepsilon - \mu_d mg \Leftrightarrow \ddot{\varepsilon} + \omega_0^2 \varepsilon = \mu_d g \text{ avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (3)$$

Une solution particulière de cette équation différentielle est  $\varepsilon_p = \frac{\mu_d mg}{K}$ . Une solution de l'équation homogène est  $\varepsilon_h = A \cos(\omega_0(t - t_1) + \varphi)$ , donc une solution complète s'écrit  $\varepsilon(t > t_1) = A \cos(\omega_0(t - t_1) + \varphi) + \frac{\mu_d mg}{K}$ . Or, à  $t = t_1$ ,  $\varepsilon(t_1) = \frac{\mu_s mg}{K}$ , d'où  $\frac{\mu_s mg}{K} = A \cos(\varphi) + \frac{\mu_d mg}{K}$  et

$$A \cos(\varphi) = \frac{\Delta \mu mg}{K} \text{ avec } \Delta \mu = \mu_s - \mu_d \quad (4)$$

D'autre part,  $\dot{\varepsilon}(t_1) = V$  implique que  $V = -A\omega_0 \sin(\varphi)$ , soit

$$A \sin(\varphi) = -\frac{V}{\omega_0} \quad (5)$$

On définit alors  $L$  tel que  $L^2 = \left(\frac{\Delta \mu mg}{K}\right)^2 + \left(\frac{V}{\omega_0}\right)^2$ , et  $\varphi$  tel que  $\cos(\varphi) = \frac{\Delta \mu mg}{K} / L$  et  $\sin(\varphi) = \frac{V}{L\omega_0}$  (soit  $\varphi = \arctan\left(\frac{\Delta \mu mg \omega_0}{K}\right)$ ), ce qui nous donne finalement

$$\varepsilon(t > t_1) = \frac{\mu_d mg}{K} + L \cos(\omega_0 t - \varphi) \text{ avec } L^2 = \left(\frac{\Delta \mu mg}{K}\right)^2 + \left(\frac{V}{\omega_0}\right)^2 \text{ et } \varphi = \arctan\left(\frac{\Delta \mu mg}{K} \omega_0\right) \quad (6)$$

## 4.3 Remarques quelconques

On remarque en pratique que les coefficients d'adhérences croissent lentement avec le temps. Cet effet peut avoir des origines physiques comme chimiques. On peut citer par exemple le fluage et le pontage capillaire (**se renseigner**).

Il ne faut pas oublier qu'il y a aussi des résistance au pivotement et au roulement. Pour la résistance au pivotement, il suffit d'intégrer la forme pour avoir le moment.

"Remède" contre les frottements : roulements à billes ou paliers fluides (ou paliers hydrodynamiques)

## 4.4 Fluage

Le fluage est le phénomène physique qui provoque la déformation irréversible différée (c'est-à-dire non-instantanée) d'un matériau soumis à une contrainte constante (notée  $\sigma_0$ ), même inférieure à la limite d'élasticité du matériau, pendant une durée suffisante.

## Questions

**Différence entre le coefficient de frottement  $\mu$  de glissement dans le cas où  $v_g = 0$  et  $v_g \neq 0$ ? Citer des applications du phénomène d'arc-boutement? Quel est le coefficient de frottement le plus élevé : statique ou dynamique? Au niveau microscopique, ayant parlé des irrégularités des surfaces de contact rendant complexe la modélisation des phénomènes, on m'a demandé à quelle échelle il s'agissait de raisonner. Ayant parlé de l'utilisation de couche lubrifiante pour limiter les frottements, on m'a demandé de préciser. Question sur le cas d'une roue en rotation sur un plan horizontal.**

## Remarques

-