

# LP03 - Caractère non-galiléen du référentiel terrestre

Gauthier Legrand et Francis Pagaud

14 octobre 2019

## Résumé

### Bibliographie

- Mécanique MPSI/PCSI : 1re année : cours et exercices, *Brasselet, Pascal*, 2000
- La physique par la pratique, *Barthes, Julien and Portelli, Baptiste*, 2005
- La physique par la pratique, *Gruber, Christian and Benoit, Willy*, 1998

### Pré-requis : Niveau L2

- Mécanique du point
- Changement de référentiel
- Champ gravitationnel

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Le référentiel terrestre</b>	<b>2</b>
1.1	Identification d'un référentiel galiléen . . . . .	2
1.2	Dynamique dans le référentiel terrestre . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Influence sur la Terre</b>	<b>3</b>
2.1	Prédiction de la forme de la Terre . . . . .	3
2.2	Champ gravitationnel et champ de pesanteur . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Conséquences expérimentales</b>	<b>4</b>
3.1	Pendule de Foucault . . . . .	4
3.2	Mouvements atmosphériques . . . . .	4
3.3	Quelle influence sur l'expérience ? . . . . .	4

## Introduction

Le référentiel terrestre est celui dans lequel nous décrivons les phénomènes physiques et est souvent considéré comme galiléen. C'est en effet la condition nécessaire à l'applications des lois de Newton. Or, celui-ci est en rotation autour de l'axe Nord-Sud de la Terre, donc il n'est pas galiléen.

Comme nous l'avons vu dans le cours précédent traitant des référentiels non-galiléens, cela induit des forces d'inertie. Comment cela peut-il être en accord avec les lois de la physique que vous connaissez ? Pourquoi les prédictions théoriques sont valables en négligeant un phénomène aussi basique que la rotation de la Terre ?

Ce cours aura pour but de définir les référentiels utiles pour décrire le référentiel terrestre ainsi que de comprendre en quoi la non-galiléanité a des conséquences significatives ou non sur l'expérience.

## 1 Le référentiel terrestre

On commence par le principe d'inertie, ce qui pose : « Pourquoi on a besoin de définir nos référentiels correctement ». "Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite à moins que quelque force n'agisse sur lui". Mais pour que ce principe d'inertie soit vrai, il faut des référentiels privilégiés : les réfs galiléens. Changement de référentiels suivant ce référentiel "absolu" nécessaires pour étudier la mécanique en référentiel non-galiléen.

C'est un bon moment pour définir ce qu'est un référentiel galiléen proprement : un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel un objet isolé est soit immobile, soit en mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport à ce référentiel (principe d'inertie respecté).

### 1.1 Identification d'un référentiel galiléen

-Référentiel terrestre : Celui que l'on connaît au quotidien. Non-galiléen. Mais on définit un repère non-galiléen par rapport à un autre repère galiléen -> Essayons d'en trouver un.

-Référentiel géocentrique : Centre de la Terre Axes prend comme direction des étoiles lointaines avec absence de rotation. Non-galiléen : translation elliptique autour Soleil.

-Référentiel de Copernic : Prend les mêmes axes que le référentiel géocentrique. Pas de rotation et non-galiléen également : rotation autour du centre de la voie lactée.

Comment considérer un réf. Galiléen ? Tout est en mouvement dans l'univers, rien n'est galiléen : il n'y a pas de raison que le réf de Copernic soit galiléen. Faute de preuve expérimentale contraire, on va le supposer galiléen (dynamique des galaxies est négligée, on suppose les temps d'expérience très petits devant les temps de révolution). La force du principe d'inertie est de supposer un référentiel galiléen et de regarder les autres référentiels par rapport à celui-ci.

- $T_C = 200$  millions d'années
- $T_G = 365,25$  jours
- $T_t = 23h56$

Toute notre mécanique est valable si  $T_{exp} \ll T_C$ . Maintenant qu'on a supposé ça, on va remonter les référentiels pour tester leur galiléanité.

Le réf. géocentrique : translation elliptique autour du Soleil,  $T_G = 365,25$  jours. Si on a  $T_{exp} \ll T_G$ , on peut supposer le mouvement en translation rectiligne uniforme (TRU).

Le réf. terrestre : en rotation sur l'axe Nord-Sud de la Terre par rapport au référentiel géocentrique. On suppose que le référentiel géocentrique est galiléen afin de ne se préoccuper que du caractère non galiléen du référentiel terrestre à cause de sa rotation (on ne parlera pas du phénomène des marées).

[« L'expérience de pensée de Einstein » est intéressante aussi, à voir dans le Bras-selet  $\Rightarrow R_g$  Référentiel galiléen si les champs gravitationnels des autres astres sont négligeables, car on peut négliger le terme de gravitation différentielle.]

## 1.2 Dynamique dans le référentiel terrestre

Présentation des forces résultantes du changement de référentiel (en précisant que le vecteur de rotation est constant)

Commentaire sur la force d'entraînement d'inertie : C'est une force qui n'a pas de réalité physique dans  $R'$ , le réf. non-galiléen ( $\rightarrow$  "pseudo-force" car son expression dépend du référentiel). Elles traduisent l'inertie de l'objet dans  $R$  sous une certaine accélération. Disons que cette accélération  $\vec{a}$  est celle de la main qui tire un pendule, son référentiel est  $R'$ . Dans  $R'$ ,  $\vec{a}$  n'est plus présente dans les équations. La masse n'a aucune raison de se dévier de la verticale dans ce référentiel, mais elle le fait bien. Cette déviation est la manifestation de l'inertie dans le référentiel  $R$ . La perturbation de l'inertie dans  $R'$  se manifeste par cette force d'entraînement d'inertie. Illustration avec un pendule en direct.

## 2 Influence sur la Terre

Dessin des forces à la surface de la Terre (gravitation et inertie d'entraînement) pour expliquer que la forme de la Terre ne peut pas être sphérique. La force d'inertie d'entraînement est *axifuge* (et non centrifuge).

### 2.1 Prédiction de la forme de la Terre

(Calcul complet à partir de la variation d'énergie due à la rotation de la Terre dans Principles of Geophysics, Sleep Fujita, p.521.) Calcul d'ordre de grandeur où l'on compare les grandeurs des deux forces (inertie et gravité) : l'écart relatif des force est environ égal à l'écart relatif des rayons. On trouve l'aplatissement  $\frac{R_{\text{equateur}} - R_{\text{pole}}}{R_{\text{moyen}}} = \frac{F_{\text{equateur}} - F_{\text{pole}}}{F_{\text{moy}}} \simeq \frac{\omega^2 R_{\text{equateur}}}{g} = \frac{1}{300}$ . En prenant pour  $R_{\text{moyen}}$  le rayon de la Terre on trouve :

$$R_{\text{equateur}} = 6478 \text{ km et } R_{\text{pole}} = 6357 \text{ km}$$

### 2.2 Champ gravitationnel et champ de pesanteur

Définition pratique du poids par la tension dans le fil tirant sur l'objet. "La tension compense le poids". Il faut donc prendre en compte la force d'inertie d'entraînement dans la définition du poids.

On a alors  $\vec{g} = -G \frac{M_T}{R_T^2} \vec{e}_r + \omega^2 R_T \vec{u}$  ( $\vec{u}$  vecteur axifuge). On observe une variation de  $g = 9.83 \text{ m/s}^2$  aux pôles à  $9.78 \text{ m/s}^2$  à l'équateur  $\rightarrow$  On considère  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

constant à la surface de la Terre, avec 0.5% d'erreur. (dû à la rotation de la Terre et à la forme nouvelle de la Terre qui modifie le champ de pesanteur de la sphère).

(Variation de  $h = 10\text{km}$  pour que cette approximation soit vraie à 0.5% près, calcul dans le Brasselet).

Application à l'orbite géostationnaire dans le plan équatorial : une accélération nulle dans le référentiel terrestre revient à dire que le satellite fait toujours face à un point fixe sur Terre (même vitesse angulaire). On calcule  $R$  la distance au centre de

$$\text{la terre pour que } g = -\frac{\mathcal{G}M_T}{R^2} + R\omega^2 = 0$$

### 3 Conséquences expérimentales

Redonner formule pour force de Coriolis. Expliquer son influence et **sa direction** (à droite de  $\vec{v}$  dans l'hémisphère nord). ODG  $\rightarrow$  faible en norme par rapport au poids, mais peut avoir des directions où c'est la seule force qui s'applique  $\rightarrow$  **Non-négligeable**.

#### 3.1 Pendule de Foucault

Exemples historique de preuve de l'existence : Pendule de Foucault (1851, Panthéon à Paris). Plus qu'une expérience sur Coriolis, elle a prouvé la rotation de la Terre! Détail pendule : on fait les calculs en suivant la démo p.493 du Gruber. Au moment d'obtenir le système où l'on pose  $Z = x + iy$ , on peut dire que l'on résout numériquement.

Animation Python pour montrer l'évolution du plan d'oscillation du pendule.

#### 3.2 Mouvements atmosphériques

Exemple des typhons : Explication avec les mains dans brasselet à partir de p182 Dessins du fluide qui se déplace vers les dépressions (localisation des ouragans) en utilisant la déviation vers la droite dans l'hémisphère Nord pour justifier le sens de rotation. (On peut également parler des alizés au niveau de l'Equateur)

Remarque : calcul de la puissance des forces  $\rightarrow$  Coriolis ne travaille pas.  $\vec{F} \cdot \vec{v} = 0$  (analogie avec la force de Lorentz magnétique)

#### 3.3 Quelle influence sur l'expérience ?

Quand est-ce qu'on peut négliger Coriolis ? Quand on regarde sur un temps  $T_{exp}$ , on a des effets de Coriolis en  $\frac{T_{exp}}{T}$  :

$$L_c = a_c T_{exp}^2$$

$$a_c = \omega v_{exp} = \frac{1}{T} \frac{L_{exp}}{T_{exp}}$$

On en déduit :

$$L_{cor} = L_{exp} \frac{T_{exp}}{T}$$

(formule qui s'applique directement à la déviation vers l'est, même pas besoin de faire tous les calculs)  $\Rightarrow$  Si  $T_{exp} \ll T$ , Coriolis est négligeable.  $\rightarrow$  Pq il est dur de monter un pendule Foucault (1 tr = 24h au Pôle Nord. Idem pour tout phénomène lié à Coriolis).

## Conclusion

Définition d'un repère galiléen pas si trivial, et le référentiel terrestre n'a rien de particulier qui le rendrait galiléen. Caractère non-galiléen = des conséquences subtiles qu'il faut garder à l'esprit. Différence champ pesanteur/champ de gravité notamment. Mais toutes nos expériences se déroulent généralement bien ( $T_{exp} \ll T$ ) et celles mettant en avant la rotation de la Terre s'avèrent difficiles à mettre en place. Même si cela pose parfois problème (manips au Cern par ex.).

## Commentaire

Bon nombre d'applications et ODG bien menés (remarque : attention pour les notes parce qu'on ne peut pas les regarder pendant les questions du jury).

Bon choix d'avoir viré les marées (qui se rapporte plus au référentiel géocentrique).

Attention à bien dire que le référentiel géocentrique est en translation elliptique autour du Soleil (et non en rotation). Ça se voit parce que tous les points de la Terre ont la même vitesse dans le référentiel de Copernic.

Pendule de Foucault : donner les ODG de la taille de Foucault (67 m et 28kg) pour qu'on se rende compte que c'est pas un simple pendule simple (simple).

Il vaut mieux bien finir une partie comme il faut (le pendule de Foucault), que de vouloir faire à tout prix toutes ses sous-parties trop rapidement, et mentionner les parties non-abordées en conclusion pour lancer les questions.

## Questions posées

Quand est-ce qu'on a commencé à prendre en compte les effets de la non galiléanité ?

$\rightarrow$  Existence de ces forces pour la déviation vers l'est

Les physiciens avaient-ils une autre approche pour expliquer les écarts entre théorie et expérience ?

$\rightarrow$  Le terme de la force de Coriolis a longtemps été mis en doute, les observations expérimentales étant tellement faibles que la rotation de la Terre était remise en cause. C'est à partir de la moitié du XIXème siècle que la force de Coriolis est introduite et formalisée sous une forme similaire à celle utilisée actuellement.

Qu'est-ce que c'est un réf galiléen ?

$\rightarrow$  C'est un réf dans lequel le principe d'inertie s'applique

Référentiel terrestre = 3 axes ?

$\rightarrow$  Il faut aussi un axe de temps

Autre référentiel que celui de Copernic vs Kepler ?

$\rightarrow$  Centre du repère : centre de masse vs centre du soleil

Quel serait le "meilleur" référentiel galiléen ?

$\rightarrow$  Celui centré au centre de masse de l'univers

- Qu'est-ce qu'on pourrait avoir de plus loin dans l'univers pour définir les axes ?
- Fond diffus cosmologique
- Préciser rotation du ref géocentrique par rapport au Soleil ?
- non c'est une translation elliptique
- Définir translation et rotation
- Rotation "la trajectoire de tous ses points sont des cercles dont le centre est une même droite (axe de rotation)"
- Translation "En cinématique, un solide indéformable est en mouvement de translation si tout segment joignant deux points du solide reste parallèle à lui-même au cours du mouvement" (wikipédia)
- Est-ce que c'est vraiment important de différencier jour solaire et jour sidéral pour  $\omega$  ?
- Négligeable vu les chiffres significatifs
- Exemple de phénomène qui montre que le ref géocentrique est non galiléen ?
- Les marées : on calcule l'accélération du réf géo par rapport au réf copernic en faisant un PFD sur la Terre, puis on applique le PFD à un élément de l'océan dans le référentiel géocentrique
- Le PFD est-il toujours vrai sous la forme  $m\vec{a} = \vec{F}$  ?
- Que si la masse est constante

LPO3 : Cours NG du ref. terrestre  
 Prérequis : méca. du point, chgt de ref., gravitation  
 Niveau L2

+ Notes utilisées?  
 + Vol. numériques apprises par cœur?

Intro: ref terrestre ...  $\vec{F}_{ie}, \vec{F}_{ic}$  pendant 500 ans ... de quard à quard?  
 rq: la physique faite depuis 500ans est-elle "fautive"? Relat?

1'20 I) Ref terrestre

A) Ref. galiléen

- ref terrestre (a → ref. spatial et temp.) non galiléen ... pq? Def précise?
- géocentrique: 3 axes pointent vers des étoiles lointaines.  
 "en rotation autour du soleil?"
- ref Copernic: cdm syst. solaire + 3 axes fixes et Kepler?

rq: mm, ds voie lactée, mm b dans l'amas local... ref le galiléen?

"C'est la force du ppe d'inertie"?

$T_c = 200 \text{ Mars} \gg T_{exp}$

↗ C'est beaucoup? Formation pl amas en ref galiléen?

$T_G = 365,25 \text{ jrs}$

$1 \text{ jr} = \text{Rotation Terre de } 2\pi = \text{jr sidéral} = 23 \text{ h } 56 \text{ min}$   
 jr solaire = ?

$\Omega = 2\pi / T_{sid} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rads}^{-1}$

"On sait à quel point ce ref. est NG"

8'50

B) Dynamique sur Terre

2<sup>de</sup> loi de Newton:  $m\vec{a} = \Sigma \vec{F}$  "Galiléité"?

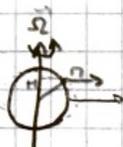
"  $-m\vec{a}_{gR} = 0$ ,  $-m \frac{d\vec{\Omega}}{dt} \wedge \vec{GR} = 0$  ?

"  $-m\vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{GR})$  et  $-2m\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_g(\vec{GR})$  ? Force d'alk du ref choisie?

11' II) Cas de la Terre

A) Forme de la Terre

$\vec{F}_{ic} = m\Omega^2 R \vec{r}$



$E = \Omega^2 R r = \frac{1}{300} = \frac{kr}{g}$

ca  $\Delta R = R E = 21 \text{ km}$ : élasticité du matériau?

19'30

B) Champ de pesanteur

$\vec{P} = \vec{F}_g + \vec{F}_{ie} = m\vec{g}$  et  $\|\vec{g}\| \in [9,78; 9,83] \text{ ms}^{-2}$

direction? inhomogénéités locales?

$U = -\frac{G M m}{R} - \frac{1}{2} m \Omega^2 r^2$  avec  $r = R \cos \lambda$

$\nabla U$  équipotentielle de forme de la Terre.  
 → orb. géostat: sat subit une force

$\vec{g} = -\frac{G M m}{(R+z)^2} \vec{e}_r + m \Omega^2 (R+z) \vec{e}_z = \vec{0}$

$\Rightarrow R+z = \left(\frac{G M}{\Omega^2}\right)^{1/3} \Rightarrow z \approx 38 \cdot 10^3 \text{ km}$

25' III) Effet sur l'expérience.  
 $\vec{v}_R(t) \neq \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{ic} = -2m\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_R(t)$  ... déviation à droite objet en mov à la surface

30' A) Pendule de Foucault

Devia $\theta$  vers la droite  $\Rightarrow$  rotation du plan des oscillations.

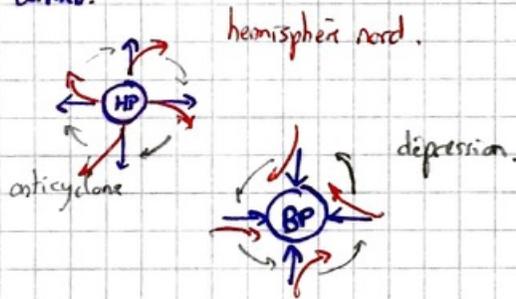
$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{D} : \vec{F}_i \text{ négligé (négligeable)?} \\ \vec{T} = \frac{T}{\rho} \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z+l \end{pmatrix} ? \end{array} \right. \quad \vec{F}_{ic} = \dots = \begin{pmatrix} -\sin\lambda \dot{y} \\ \cos\lambda \dot{z} + \sin\lambda \dot{x} \\ -\cos\lambda \dot{x} \end{pmatrix} (-2m\Omega)$$

Approx petits angles :  $\dot{z} \approx 0$ ,  $T \approx mg$

$$\dots \begin{cases} m\ddot{x} = -\frac{mg}{\rho}x + 2m\Omega \sin\lambda \dot{y} \\ m\ddot{y} = -\frac{mg}{\rho}y - 2m\Omega \sin\lambda \dot{x} \end{cases} \text{ sys. d'EDL couplées.}$$

$$\vec{s} = x + iy \dots$$

35'40 B) Plv $\theta$  atmo.



38'30 C) Limites

$$a_c = L_{cor} \times \frac{1}{T_{exp}^2} = \frac{1}{T} \times \frac{L_{exp}}{T_{exp}} \rightarrow L_{cor} = L_{exp} \times \frac{T_{exp}}{T}$$

39'50 Cl. Prof terrestre NG : forme Terre, déviation...  
 • CERN  
 • Ballistique?

## Agrégation de physique : fiche de correction de leçon 2018

Nom : F. Payand

Correcteur.trice.s : Rose L. & Alex A.

Note : B+ 16/20

Numéro et titre de la leçon (écrire LPxx, ou Dxx si docteur) : LP03

Structure de la leçon (juge la forme)				
Gestion du temps (durée visée 40 min)		<input checked="" type="checkbox"/>		
Qualité de l'introduction ? (Est-elle présente, est-elle de qualité)		<input checked="" type="checkbox"/>		
Le plan de la leçon apparaît-il clairement ? (la structure de la leçon apparaît-elle lors de la présentation)	<input checked="" type="checkbox"/>			
Qualité de la conclusion ? (Est-elle présente, est-elle de qualité)		<input checked="" type="checkbox"/>		
Gestion du tableau (écriture, orthographe, axes sur les graphiques, ...)			<input checked="" type="checkbox"/>	
Diversité des supports de communication		<input checked="" type="checkbox"/>		
Attitude (communication verbale, dynamisme, interaction avec les correcteur.trice.s ...)		<input checked="" type="checkbox"/>		

Cohérence de la leçon (juge le fond)				
Est-elle dans le sujet ?	<input checked="" type="checkbox"/>			
Son contenu est-il suffisant ?	<input checked="" type="checkbox"/>			
Son articulation est-elle bonne ?	<input checked="" type="checkbox"/>			
Est-elle contextualisée ?	<input checked="" type="checkbox"/>			
Pertinence des choix didactiques ? (choix des exemples, des calculs à faire ou non, ...)	<input checked="" type="checkbox"/>			
Illustration expérimentale (présence et pertinence)	<input checked="" type="checkbox"/>			
Illustration informatique (présence et pertinence)		<input checked="" type="checkbox"/>		

Approche expérimentale (si format docteur)				
Choix de l'expérience				
Durée de l'approche expérimentale				
Réalisation de la mesure en direct				
Analyse et traitement des résultats				
Discussion des sources d'erreur et des incertitudes				

Réponse aux questions				
Sur les choix relatifs à la leçon		<input checked="" type="checkbox"/>		
Sur la culture connexe à la présentation	<input checked="" type="checkbox"/>			
Sur la partie expérimentale (LP docteur)				

Commentaires éventuels au dos :