LP07 Dynamique relativiste

8 juin 2020

MONNET Benjamin &

Niveau : L3

Commentaires du jury

2017 : La cinématique relativiste n'est pas l'objet de cette leçon. De plus, il ne faut pas se limiter à une suite de formules et de calculs. L'utilisation des quadrivecteurs peut être judicieuse. Des illustrations de physique moderne et/ou des situations réelles devraient être décrites et analysées.

2015 : La leçon doit souligner l'intérêt du formalisme quadrivectoriel.

Jusqu'en 2013, le titre était : Dynamique relativiste. Exemples.

2010 : La forme plus complexe des lois de la dynamique peuvent rendre les exemples choisis très techniques. Il convient de choisir des illustrations simples où les effets relativistes apparaissent rapidement. L'étude des collisions peut bien évidemment entrer dans le cadre de cette leçon. Ne pas oublier que les lois de conservation sont également un outil de découverte de particules nouvelles, indétectables directement.

Jusqu'en 2009, le titre était : Collisions en relativité restreinte. Application à l'étude des particules élémentaires.

2009 : Ne pas oublier que les lois de conservation sont également un outil de découverte de particules nouvelles, indétectables directement. Pour la leçon Dynamique relativiste. Exemples , le jury attend que le candidat choisisse un nombre d'exemples limité, mais qu'il les analyse en profondeur.

2008, 2007 : L'intérêt du référentiel barycentrique n'est pas toujours maîtrisé. Les candidats sont encouragés à diversifier les exemples traités.

Bibliographie

- ✍ *Mécanique I*, **BFR** ⟶ Biens askip
- ✍ **Hladik** ⟶ Bien aussi
- ✍ **Semay** ⟶ J'ai rien d'autre...
- ✍ *Mécanique quantique*, **Perez** ⟶ Effet Compton

Prérequis

- ➢ Cinématique relativiste
- ➢ Mécanique classique

Expériences

☕

Table des matières

Introduction

On a eu l'occasion de déjà beaucoup parler du PDF en mécanique classique et de toutes les considérations qui en découlent (conversation d'impulsion, d'énergie, ect...). Néanmoins, nous avons maintenant commencé à développer des nouvelles notions de relativité et le PFD dans l'état actuel des choses ne convient plus. Nous allons donc chercher son équivalent relativiste.

1 Du PFD classique au PFD relativiste

1.1 Rappels

Quelques rappels sur ce qui a pu être vu en cinématique relativiste :

- Le temps propre τ d'une particule se déplaçant à une vitesse v par rapport à un référentiel $\mathcal{R}$ dans lequel le temps est noté t : $dt = \gamma d\tau$ avec $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ le facteur de Lorentz
- La notion de quadri-vecteur : $X^\mu = (ct, c, y, z)$
- La quadri-vitesse $U^\mu = (\gamma c, \gamma \vec{v})$, définie comme $\frac{dX^\mu}{d\tau}$

1.2 Energie et impulsion en relativité

Ce qui nous intéresse, pour retrouver un PFD relativiste, c'est l'impulsion. Mais il faut définir une impulsion **relativiste**. On s'inspire pour cela de la mécanique classique en multipliant la vitesse relativiste par la masse. On pose donc le quadrivecteur suivant :

$$\vec{P} = (m\gamma c, m\gamma\vec{v}) = (m\gamma c, \vec{p})$$

Attention : il ne faut pas confondre $\vec{P}$ et $\vec{p}$! !

$\vec{p}$ est l'impulsion relativiste de la particule. On peut souligner le fait que dans la limite classique, on retrouve bien ce que l'on veut =).

Mais comment interpréter le premier terme du quadrivecteur impulsion ? Multiplions par c. On obtient alors la quadri-vecteur :

$$c\vec{P} = (m\gamma c^2, c\vec{p})$$

On se retrouve alors avec un premier terme dont la dimension est l'énergie. On admet qu'il s'agit en fait de l'énergie de la particule (travaux de Lewis et Tolman). On peut s'en convaincre en regardant se qu'il se passe dans la limite classique avec un développement limité :

$$E = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

On retrouve l'énergie de masse au repos et l'énergie cinétique classique ! On peut donc réécrire la quadri-vecteur impulsion :

$$\vec{P} = (E/c, \gamma m\vec{v})$$

Si on calcule la pseudo-norme de ce quadri-vecteurn on a :

$$|P|^2 = m^2\gamma^2(c^2 - v^2) = mc^2 = \frac{E^2}{c^2} - c^2p^2$$

Autrement dit, on trouve une autre expression de l'énergie totale :

$$E^2 = c^2p^2 + m^2c^4$$

Et on trouve ainsi la forme de l'énergie cinétique relativiste : $E_c = (\gamma - 1)mc^2$.

Remarque : En relativité, il n'y a pas nécessairement conservation de la masse mais toujours conservation de l'énergie ✍ BFR p.262. Par exemple pour la combustion du dihyfrogène, $\Delta E = -241\,\mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$ donc $\Delta m = \Delta E/c^2 = 2.68\cdot 10^{-12}\,\mathrm{kg\cdot mol^{-1}}$ donc par exemple pour une mole ($m \sim 10\,\mathrm{g}$), la variation relative de masse est $\frac{\Delta m}{m} \sim 10^{-10}$ ce qui est heureusement très faible ! Donc en pratique on ne mesure pas comme ça de variation de masse.

Maintenant que l'on a retrouvé les différentes grandeurs que l'on avait en mécanique classique, on peut se pencher sur la question du PFD !

1.3 PFD relativiste

On cherche donc un équivalent de $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ mais avec le quadrivecteur impulsion introduit plus tôt, et avec la notion de temps propre. Autrement dit, on cherche quelque chose de la forme :

$$\frac{dP^\mu}{d\tau} = F^\mu$$

Si on reste dans la partie spatiale, on peut remarquer qu'en introduisant tout simplement $\vec{F}' = \gamma \vec{F}$, on a :

$$\frac{d\vec{p}}{d\tau} = \vec{F}' \Leftrightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

On a donc déjà trouvé le résultat pour 3 des 4 composantes ! Pour la composante 0, ce qui nous intéresse, c'est l'énergie. Or :

$$\frac{dE}{dt} = \vec{v}.\vec{F}$$

Du coup, on peut introduire le quadri-vecteur force :

$$\mathcal{F} = \left(\frac{\gamma}{c}\vec{v}.\vec{F}, \gamma\vec{F}\right)$$

La composante 0 traduit le TEC relativiste et la partie spatiale le PFD relativiste. **Encore une fois, avec la limite classique, on retrouve ce que l'on veut.**

Autre façon de faire : on cherche une quadri-force $\tilde{F}$ telle que

$$\begin{aligned}
\tilde{F} &= \frac{d\tilde{P}}{d\tau} \\
\tilde{F} &= \left(\frac{d}{d\tau}\frac{E}{c}, \frac{d}{d\tau}\vec{p}\right) \qquad \text{avec} \quad \frac{dt}{d\tau} = \gamma \\
\tilde{F} &= \left(\frac{\gamma}{c}\frac{dE}{dt}, \gamma\frac{d\vec{p}}{dt}\right) \\
\tilde{F} &= \gamma\left(\frac{1}{c}\frac{dE}{dt}, \vec{f}\right)
\end{aligned}$$

Et on peut expliciter le terme temporel :

$$\begin{aligned}
E^2 = m^2c^4 + \vec{p}^2c^2 &\implies 2EdE = 2c^2\vec{p}d\vec{p} \\
&\implies \frac{dE}{dt} = c^2\frac{\vec{p}}{E}\frac{d\vec{p}}{dt}
\end{aligned}$$

Avec $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{f}$ et aussi $\vec{p} = \gamma m\vec{v}$ et puis $E = \gamma mc^2$, ce qui donne finalement

$$\tilde{F} = \gamma\left(\frac{1}{c}\vec{f}\cdot\vec{v}, \vec{f}\right)$$

Le terme spatial est le PFD généralisé et le terme temporelle est le théorème de l'énergie cinétique généralisé !

Passons aux cas pratiques

2 Chocs de particules

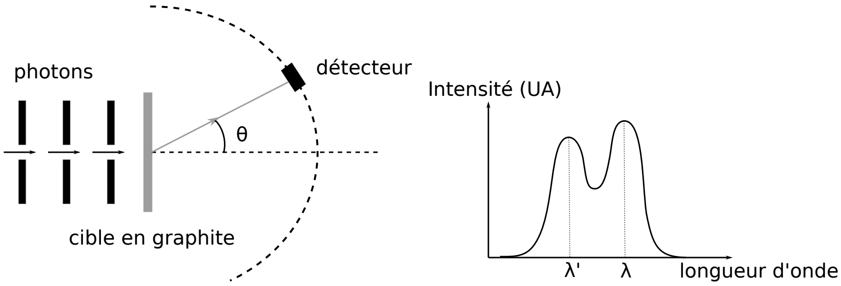
On distingue deux types de collision :

- Les collisions élastiques qui conservent le nombre et la nature des particules
- Les collisions inélastiques qui modifient l'état des particules

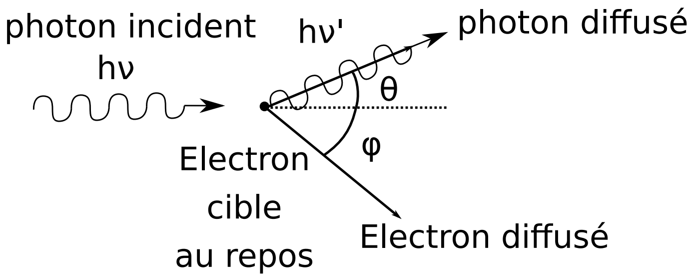
2.1 Chocs élastiques : Effet Compton

✍ Perez p51-52

En 1923, Arthur Compton réalise l'expérience suivante : il envoie des photons sur une cible de graphite. Avec un détecteur placé derrière la cible en graphite avec un angle donné, il regardait le spectre qu'il obtenait. Il remarqua alors étonnement qu'il y avait deux pics principaux.



Afin d'interpréter le résultat, il faut écrire la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement du système électron + photon qui est considéré isolé :



$$e_\gamma + E_e = e'_\gamma + E'_e \quad \text{et} \vec{p_\gamma} = \vec{p_\gamma}' + \vec{p_{e'}}$$

On remplace ces expressions dans $E'_e = p_{e'}^2 c^2 + m_e^2 c^4$ ce qui donne :

$$(e_\gamma - e_\gamma e)^2 + 2m_e c^2(e_\gamma - e'_\gamma) - p_\gamma^2 c^2 - p'_\gamma + 2p_\gamma p'_\gamma \cos\theta = 0$$

Autrement dit, avec $e_\gamma = p_\gamma c$:

$$2m_e c^2(e_\gamma - e_\gamma) = 2e_\gamma e'_\gamma(1-\cos\theta) \Leftrightarrow \lambda' - \lambda = \lambda_C(1-\cos\theta) \quad \text{avec} \quad \lambda_C = \frac{h}{m_e c}$$

Cela explique donc l'observation des deux pics pour une angle θ donné.

2.2 Chocs inélastiques

On considère un choc inélastique de la forme :

$$m_1 + m_2 \to m_3 + m_4 + m_5$$

La conservation de l'énergie donne, dans le référentiel du laboratoire $\mathcal{R}$ où la particule 2 est immobile :

$$m_1 c^2 + T_1 + m_2 c^2 = E_3 + E_4 + E_5$$

T_1 correspond à l'énergie cinétique minimale de 1 permettant la réaction. Dans le référentiel $\mathcal{R}$, on a forcément $\vec{p} \neq \vec{0}$ donc pas de borne inférieur... On passe donc dans le référentiel de masse $\mathcal{R}'$, où $\vec{p} = \vec{0}$. On peut alors écrire $E' \geq \Sigma m_i c^2$. Dans le référentiel du laboratoire on :

$$P = \begin{pmatrix} \frac{E_1 + m_2 c^2}{c} \\ \vec{p_1} \end{pmatrix}$$

et dans $\mathcal{R}'$:

$$P = \begin{pmatrix} \frac{E'}{c} \\ \vec{0} \end{pmatrix}$$

Par invariance de la peuso-norme, on trouve donc :

$$\frac{E'^2}{c^2} = \frac{(E_1 + m_2c^2)^2}{c^2} - p_1^2$$

D'où :

$$(E_1 + m_2c^2)^2 - c^2 p_1^2 \geq (\Sigma m_i)^2 c^4$$

On utilise ensuite :

$$E_1 = m_1 c^2 + p_1^2 c^2 \quad \text{et} \quad E_1 = m_1 c^2 + T_1$$

En réinjectant ça, on trouve finalement :

$$T_1 \geq \frac{(\Sigma m_i)^2 - (m_1 + m_2)^2}{2m_2} c$$

Donc, selon la réaction que l'on souhaite réaliser, il faut une certaine énergie cinétique minimale !

Pour la réaction p+p→ p+p, on trouve $T_1 \geq 5.63 GeV$. Pour atteindre de telles énergies, il faut entrer dans un cadre relativiste, donc $v \approx c$! Mais comment atteindre de telles vitesses ?

3 Accélération de particules dans un champ EM

3.1 Champ électrique

On considère une particule de charge q dans un champ $\vec{\mathcal{E}}$ constant. On a, d'après le PFD relativiste,

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{\mathcal{E}}$$

On se place dans le référentiel $\mathcal{R}$ dans lequel l'axe Ox coincide avec la direction du champ $\vec{\mathcal{E}}$. On suppose la vitesse initiale de la particule $\vec{v}_0$ selon Ox. On a

$$\frac{dp_x}{dt} = q\mathcal{E}$$

L'intégration donne

$$p_x = q\mathcal{E}t + p_{0x} = qEt$$

On a la relation $\vec{v} = \vec{p}c^2/E$, donc $v_x = p_x c^2/E$. E est défini par $E = \sqrt{m^2c^4 + c^2p^2}$. En combinant ces expressions, il vient

$$v(t) = \frac{cq\mathcal{E}t}{\sqrt{(mc)^2 + (q\mathcal{E}t)^2}}$$

Aux temps faibles on retrouve l'expression newtonienne $v(t) = q\mathcal{E}t/m$ et aux temps longs on tend vers c, **TRACER LA COURBE**

Aplication : Les accélérateurs linéaires, comme celui de Stanford de 3 km de long ! Il permet d'atteindre 99.999 999 2 % de c pour une énergie cinétique de 50 GeV

Parler plus des accélérateurs linéaires et des progrès qu'ils ont permis ?

Pour accéder à des énergies plus hautes il faut faire des accélérateurs plus longs (bof) ou on fait des accélérateurs non-linéaires= rôle du champ $\vec{B}$

3.2 Champ magnétique

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

La force magnétique étant orthogonale à la vitesse, elle ne travaille pas et la vitesse est donc constante. Donc γ est une constante d'où :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\omega_c}{B}\vec{v} \wedge \vec{B}$$

Avec $\omega_c = \frac{qB}{\gamma(v)m}$

3.3 Application aux accélérateurs de particules ?

Annexes

Effet Doppler relativiste

En classique, on comprend que si par exemple une source s'éloigne d'un récepteur, la longueur d'onde reçue sera plus élevée... C'est ce qui se passe lorsqu'on parle du fameux "red-shift", témoin de l'extension de l'univers (la majorité des étoiles s'éloignent du système solaire). Mais est-ce si logique et naturel ? Après tout on parle de lumière donc on DOIT traiter le problème dans le cadre de la relativité !

Déjà reprenons l'effet Doppler classique. On imagine une source qui s'éloigne à une vitesse constante v du récepteur. Notons t_1 et $t_2 > t_1$ les instants d'émission de signal et T_1, T_2 les instants des réception :

$$\begin{cases} T_1 = t_1 + \dfrac{d}{c} \\ T_2 = t_2 + \dfrac{d + v\Delta t}{c} \end{cases} \implies \Delta T = (1+\beta)\Delta t$$

On a posé, avec c la vitesse de propagation de l'onde :

$$\Delta t = t_2 - t_1 \qquad \Delta T = T_2 - T_1 \qquad \beta = \frac{v}{c}$$

En relativité on garde ce résultat, mais on doit également prendre en compte que la notion de temps n'est plus absolue ! On garde les mêmes notations pour la référentiel $\mathcal{R}$ du récepteur, mais on rajoute des ' pour les coordonnées dans $\mathcal{R}'$, le référentiel de la source :

$$\Delta T = (1+\beta)\Delta t = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{LP 06}}}{=} \underbrace{(1+\beta)}_{\text{classique}} \underbrace{\gamma}_{\text{relat}} \Delta t' = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}\Delta t'$$

Alors on peut voir $\Delta t'$ la période d'une onde vu dans le référentiel de la source :

$$f_{source} = \frac{1}{\Delta t'}$$

Alors la fréquence vue par le récepteur est telle que

$$\boxed{f_{rec} = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}\, f_{source} < \frac{f_{source}}{1-\beta}}$$

Doppler relativiste = Doppler classique + dilatation du temps

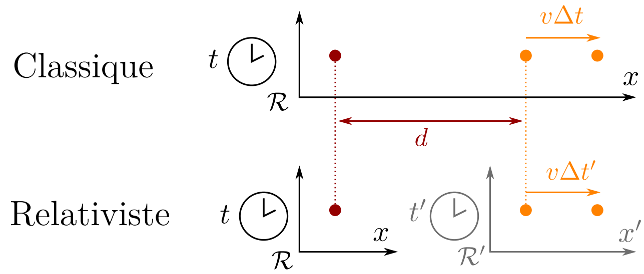


Figure 1 – L'effet Doppler relativiste prend en compte la dilatation du temps

Notons que l'on pouvait obtenir plus rapidement ce résultat à partir des quadri-vecteurs : pour un photon, on a

$$E = \hbar\omega \qquad \vec{p} = \hbar\vec{k}$$

Donc on peut définir un nouveau quadri-vecteur "pulsation-vecteur d'onde" au quadrivecteur énergie-impulsion pour un photon :

$$\begin{pmatrix} \omega/c \\ \vec{k} \end{pmatrix} = \frac{1}{\hbar}\mathcal{P}$$

Donc il s'agit d'un quadri-vecteur contravariant qui se transforme comme n'importe quel quadri-vecteur contravariant sous Lorentz :

$$\begin{pmatrix} \omega/c \\ \vec{k} \end{pmatrix} = \Lambda \begin{pmatrix} \omega'/c \\ \vec{k}' \end{pmatrix}$$

Alors ω' est la pulsation de la source dans son référentiel $\mathcal{R}'$ et ω est la pulsation reçue par le récepteur dans $\mathcal{R}$. On a bien la même relation au final :

$$\omega = \gamma\omega' - \beta c\gamma k' = \gamma\,(1+\beta)\omega' = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}\omega'$$

On remarque que pour de faibles vitesses, à l'odre 1 en β, on a $\gamma = 1$ donc on retombe sur la même formule qu'en classique.

Relation de (non)-dispersion.

Au passage, en prenant la norme du ce "quadri-vecteur d'onde", on trouve

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \vec{k}^2 = \frac{1}{\hbar}\mathcal{P}^\mu\mathcal{P}_\mu = \left(\frac{mc^2}{\hbar}\right)^2 = 0$$

Car comme on l'a vu pour un photon $m = 0$. On retrouve bien la relation linéaire $\omega = |\vec{k}|c$.

Interprétation.

Donc pour une étoile qui s'éloigne, on verra $\beta > 0 \implies f < f_{source}$ donc $\lambda > \lambda_{source}$ d'où un décalage vers le rouge ! **Cas limite**

On remarque que, comme dans l'effet classique, la fréquence tend vers l'infini si $\beta = -1$, ce qui correspond au franchissement du mur du son (ou "mur de lumière" cf. effet Cherenkov ✍ Hladik). Par contre si la source s'éloigne à la vitesse de l'onde, alors que la fréquence est simplement divisée par 2 dans le cas classique. Dans le cas relativiste, la fréquence reçue est nulle ! Ceci traduit le fait qu'on ne pourra jamais recevoir de signal d'un corps s'éloignant à la vitesse de la lumière... Ceci est caché dans le terme $\gamma \xrightarrow{+} \infty$ de la dilatation du temps.

Abberations

✍ Semay p181

Un truc stylé qui fait que quand tu voyages dand un vaisseau, tu vois les étoiles avec un angle plus faible !

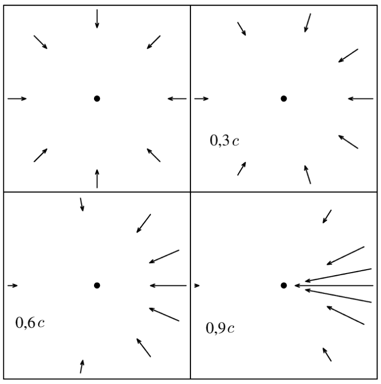


Figure 2 – Styléééééé

4 Version 30 minutes

Partie II et III deviennent qu'une partie d'applications.

5 Questions

- Pourquoi on a besoin d'un formalisme quadrivectorielle ? *On en a pas besoin mais c'est pratique ici. De plus, les pseudo-normes sont conservées.*
- Tu peux montrer que le pseudo-vecteur vitesse est de norme carré c^2 ?
- Est-ce qu'une particule massive peut aller à la vitesse de la lumière ? *Non autrement énergie infinie car* $E\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$
- On dit souvent que la force est un invariant galiléen. Ca veut dire quoi ? *La forme de la force ne dépend pas du référentiel.* Ok et est-ce que c'est un invariant lorentzien ? *Dépend du référentiel car il y a un facteur* γ
- Est-ce que tu peux donner les trois principes de la mécanique de Newton et leur évolution avec la relativité restreinte ? *PFD relativiste : il a été généralisé. Pincipe d'inertie reste valable. Pour la réciprocité, on est pas dans les même référentiels... donc faut faire une transformation de Lorentz et ça change tout.*
- Tu peux motiver la forme du quadri-vecteur force ? *On veut conserver la forme des equations de Maxwell*
- Est-ce que tu peux montrer avec le PFD que E c'est vraiment l'énergie de notre système (parce que tu l'as justifié par un DL qui montrait qu'on retrouvait l'énergie cinétique) ?
- Tu peux développer les calculs pour la collisions de Compton ?
- Qu'est-ce qui te permet d'écrire la relation entre les quadri-vecteurs impulsions ? *Conservation* Ca vient d'où ? *Système isolé*

Quelles sont les conditions pour obtenir un quadrivecteur ?

Qu'est-ce qu'un scalaire ?

Quelles transformations subissent les quadrivecteurs ?

Comment démontre-t-on que la masse du photon est nulle ? Expérimentalement, quelle est la borne supérieure de sa masse ?

Différences notables relativiste/classique ?

Pourquoi veut-on absolument garder la conservation de l'énergie et de l'impulsion pour un système isolé ? Les symétries de translation/renversement dans le temps et espace existent encore en relativité.

Comment peut-on, par changement de référentiel, passer d'un champ E à un champ B ?

Dans quels cas le fait que la masse dans un problème relativiste soit gamma m plutôt que m est important ?

Pourquoi dans le quadrivecteur impulsion il faut écrire E/c et pas juste E ? par raison d'homogénéité, pour garder l'invariance de l'écriture du quadrivecteur par changement d'unité.

Y a-t-il l'équivalent relativiste du théorème de l'énergie cinétique classique ? Que représente la première composante du 4-vecteur force ?

Comment définit-on le référentiel du centre de masse ? Est-il toujours définissable à partir du barycentre des masses d'un système ?

Quel est l'intérêt du référentiel du centre de masse ?

Que se passe-t-il dans le référentiel du centre de masse lorsque l'on est exactement à l'énergie seuil ?

Comment obtenir le 4-vecteur impulsion dans un référentiel inertiel connaissant celui dans un autre ? Qu'en est-il du tenseur associé au champ électromagnétique ?

- Quadrivecteur se transforme par transformations de Lorentz ?
- Scalaire = nombre
- On rappelle qu'en relativité restreinte, l'énergie d'une particule de masse m s'écrit :

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

  Ainsi, on voit que pour qu'une particule aille à $v = c$, il faut une énergie infinie... à moins que celle-ci ait une masse nulle !
- Expérimentalement $m_{photon} < 10^{-54}$ kg
- Perte de simultanéité, le temps n'est plus le même pour tout le monde
- Avec les formules classiques, ça parait compliqué un tel changement de champs...
- Référentiel du centre masse permet de faire $\vec{p} = 0$ c'est cool ?

Lors d'une réaction chimique, justifier le signe de la variation de masse déduite théoriquement.

Définition du quadri vecteur vitesse ? Mathématique qu'est ce qu'un quadrivecteur ? un quadri vecteur est un vecteur qui se transforme par transformation de Lorentz.

Importance du temps propre dans l'expression de la force du minkovski ? le temps dépend du référentiel donc on utilise le temps propre

Définir le quadri vecteur force ? C'est quoi le petit f ? Pourquoi utiliser la force newtonienne dans ce PFD qui est censé être dans le cadre de la RR ? L'idée de prendre la force newtonienne dans le PFD RR vient des forces de lorentz qui doivent être identique en RR et en classique, cf BFR, Langlois

Définition du référentiel du centre de masse ? En quoi ça résout de le problème de se placer dans le (RCM) ? Le (RCM) est vraiment le seul où on peut avoir tous les produits de vitesse nul donc on peut avoir >=, dans un autre référentiel on aurait juste ">"

Montrer qu'une particule qui a une vitesse égale à c a une masse nulle en utilisant v=pc2/E

Comment fait on en pratique un accélérateur non linéaire ? Dessiner/expliquer un accélérateur cyclotron ? (champ B + champs E qui s'inverse. un cyclotron qui s'adapte est un synchro cyclontron.

Quelle relation/théorème fait le lien entre symétrie et invariance. Théorème de Noether

La 3eme loi de Newton est elle conservée en relativiste ? Non, car la force change par changement de ref

Peut on faire de la dynamique du solide relativiste ? Qu'est ce qu'un solide ?

Notion de covariance ? Loi pas vraiment invariante, c'est une invariance en forme donc on dit plutôt covariance

Expliquer à un étudiant la différence entre la cinématique et la dynamique. Cinématique = étude des variables du mouvement
Dynamique = étude de la cause du mouvement

Redémontrer la relation : $\gamma = \frac{dt}{d\tau}$?
Invariant relativiste : $ds^2 = d\vec{x}^2 - c^2dt^2 = -c^2d\tau^2$ dans le référentiel propre. En divisant par $d\tau$ on obtient la relation.

Comment justifier que p est un quadrivecteur si v en est un ? Où cela est-il posé dans la théorie ?
Il faut préciser que m est invariant.
On a l'invariant relativiste, on sait que la norme relativiste est un invariant. Donc si on a montré que P se transforme comme un invariant alors $P^2 = m^2c^2$ invariant et c^2 invariant donc m est invariant.

E= $\gamma mc^2 invariant$?
L'énergie n'est pas un invariant, l'énergie au repos lui est bien un invariant. (si on fait un développement de Taylor de E, c'est l'ordre 0. Tous les ordres suivants représentent l'énergie cinétiques.

Pas conservation de la masse, nom des collisions ? Cas de la combustion, mesurable ? Collisions inélastique, pas mesurable dans le cas classique. Cependant, il faut bien préciser qu'il existe des exemples dans lesquels on peut mesurer que la masse n'est pas conservée (mais on n'est pas probablement plus dans les cas "classiques")

Théorème de l'énergie cinétique démontré ? On différencie $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$, $2E\frac{dE}{dt} = 2c^2p\frac{dp}{dt}$ soit $\frac{dE}{dt} = \frac{c^2}{E}\vec{p}.\vec{f} = \frac{\gamma c^2 m}{E}\vec{v}.\vec{f}$. Or $E = \gamma mc^2$

Loi de conservation = conséquence de loi fondamental. Montrer que système isolé implique p constant ? système isolé = $\frac{d\vec{p}}{d\tau} = \vec{0}$

Expression de la quadri-vitesse pour un photon ? $E_\gamma = pc$. On impose deux choses aux photons, la masse nulle et cette relation qui est la relation de Planck.
Conséquence, pour un photon, son impulsion est $\vec{p} = \frac{E}{c}\vec{u}$ et donc on trouve une norme du quadri-vecteur impulsion nulle pour le photon, cohérent avec la masse nulle.

Interprétation de la longueur d'onde Compton ? C'est la longueur d'onde telle que l'énergie du photon incident est égale à l'énergie de repos de l'électron.
On peut retrouver ce résultat avec la partie temporelle de la conservation du quadri-vecteur impulsion.

COmment peut on interpréter $\gamma\vec{v}$?
C'est la masse inertielle, elle augmente avec la vitesse. Plus on l'accélère, plus c'est dur de l'accélérer, et finalement on ne peut jamais atteindre la vitesse de la lumière.
Attention, la masse inertielle dépend de la force que l'on considère en relativité (pour un oscillateur harmonique la masse est en γ^3

6 Remarques

- On a construit des quadri-vecteurs parce que les transfo de Lorentz s'appliquent vachement bien dessus