

LP08 – NOTION DE VISCOSITÉ D’UN FLUIDE. ÉCOULEMENTS VISQUEUX

07/02/2020

Charles Peretti & Guillaume Duprez

Avis au lecteur

Voilà un site avec plein d’animations en physique qui peut-être bien utile : <https://demonstrations.wolfram.com/>

Niveau : L3

Bibliographie

- *Hydrodynamique Physique*, **Guyon** → Pas mal très fourni, la base pour certains
- *Intro à la dynamique des fluides*, **Michel Rieutord** → Très bien pour avoir des notions claires précises
- *Handbook* → Pour toutes les valeurs tabulées

Pré-requis

- Écoulement Parfait
- Facteur de Maxwell-Boltzmann

Expériences

- ☞ Écoulement couette-plan
- ☞ Écoulement Poiseuille cylindrique simulation sur internet
- ☞ Vidéo écoulement différentes huiles moteur pour illustrer viscosité

Table des matières

1	Notion de Viscosité	2
1.1	Introduction de la Force de viscosité	2
1.2	Diffusion de la quantité de mouvement par la viscosité	3
1.3	Interprétation microscopique (liquide)	3
2	Description des écoulements visqueux	4
2.1	Mise en équation	4
2.2	Le nombre de Reynolds	5
3	Exemples et applications	6
3.1	Exemple le viscosimètre de Couette	6
3.2	Écoulement de Poiseuille cylindrique	6
4	Questions	7
5	Remarques	8

Introduction

Précédemment : $\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\vec{\nabla}P - \vec{f}$

Petit mot d’introduction : Dans une leçon précédente, vous avez vu le cas d’écoulement parfaits. Donc a priori, à densité similaire et condition expérimentale similaire extérieure au fluide on devrait avoir le même écoulement.

Or sur cette vidéo de différentes huiles de moteur (<https://www.youtube.com/watch?v=1UWp3uIm5yA>), on voit que les vitesses d’écoulement sont sensiblement différentes. Ce phénomène provient des viscosités différentes de ces fluides, la viscosité va s’opposer au mouvement et donc plus le fluide est visqueux plus il va mettre de temps à couler.

La viscosité des huiles moteurs

Elle est comprise entre 1 et 5 mPa.s MAIS mesurer à 150° C (température d’utilisation dans les moteurs) donc à température ambiante la viscosité est bien plus grande.

1 Notion de Viscosité

1.1 Introduction de la Force de viscosité

Guyon P.64



Écoulement de Couette Plan

🔗 A trouver

⌚ 2 min

Matériel : P0.33 cuve pour écoulement Couette plan, du glycérol pur et du colorant pour glycérol.

Manipulation : c’est très simple, on remplit la cuve de Glycérol jusqu’à ras bord. Ensuite, on place la languette du dessus qui nous servira à imposer un déplacement à une condition limite et juste avant l’expérience on trace une ligne verticale de colorant.

NB : Il y a des trous prévus à cet effet pour faire passer une aiguille au travers de la languette.

Ensuite on déplace le tout et on voit le profil de vitesse se créer.

Remarque : le profil ne sera pas linéaire car en faisant l’expérience on crée un gradient de pression dans la cuve donc on a superposition d’un écoulement Couette plan et d’un écoulement Poiseuille Plan.

Enfin on peut revenir à la condition initiale et noter la réversibilité de l’écoulement.

Visualisation : Pour permettre au jury de mieux voir l’expérience j’ai branché une flexcam pour la projeter mais il faut penser à mettre une surface blanche derrière la cuve pour que le colorant se voit bien à l’image.

On va s’intéresser à un écoulement de Couette Plan stationnaire (**faire l’expérience**). On rappelle que la vitesse au contact des parois est supposée égale à la vitesse des parois. On suppose une relation linéaire en fonction de la hauteur de la vitesse du fluide.

$$v_x(y) = V_0 \frac{y}{h} \tag{1}$$

où h est la hauteur entre les deux plaques.

⌋ Mais comment la quantité de mouvement est transmise entre les couches de liquide ?



On va donc prendre deux couches du liquide, pour transmettre de la quantité de mouvement il faut donc qu’elles exercent une force l’une sur l’autre. On considère uniquement une contrainte de cisaillement. De la couche 2 sur la couche 1 :

$$\frac{F_x}{S} = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y} \tag{2}$$

Cette relation est une hypothèse de relation au premier ordre de la dérivée des vitesses linéaires. **Attention on est juste sur la définition des fluides Newtoniens Incompressibles. Si compressibilité de l’écoulement alors il faut prendre en compte la seconde viscosité.**

On appelle alors η la viscosité dynamique, avec :

$$[\eta] = [M][L]^{-1}[T]^{-1}$$

et donc son unité Pa.s.

Remarques sur les unités

Unité historique Poiseuille (PI) c'est juste un autre nom pour la même chose.

Unité CGS : Poise (Po) = 10⁻¹ Pa.s

Ordre de Grandeur à 20° C

- Eau : 1.0016 · 10⁻³ Pa.s,
- Air : 1,9 · 10⁻⁵ Pa.s,
- Glycérol : 1,5 Pa.s (Wikipédia)
- Miel : 2000 à 10000 Pa.s
- Poix : 2,3 · 10¹¹ Pa.s

1.2 Diffusion de la quantité de mouvement par la viscosité

On va s'intéresser maintenant à la variation de quantité de mouvement pour une particule fluide causée par les contraintes de cisaillements.

$$\begin{aligned} \frac{dPx}{dt} &\simeq \rho S \frac{dv_x(y)}{dt} dy \\ \rho S \frac{\partial v_x(y)}{\partial t} dy &= \eta S \left(\frac{\partial v_x}{\partial y}(y + dy) - \frac{\partial v_x}{\partial y}(y) \right) \\ \frac{\partial v_x}{\partial t} &= \nu \Delta v_x \end{aligned} \tag{3}$$

où $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ est la viscosité cinématique. On remarque alors que ν a la dimension d'un coefficient de diffusion.

Remarque

On peut reconnaître la diffusion de la chaleur par exemple. On peut faire le lien avec diffusion de quantité de mouvement et l'épaisseur de couche limite par exemple : $\delta \simeq \sqrt{\nu t}$

1.3 Interprétation microscopique (liquide)

Guyon - Chapitre 2.2.2 p.70

On va considérer un liquide et se déplace comme les grains d'une poudre. Et les mouvements relatifs au cisaillement sont modélisé par le passage d'une molécule d'une "cage" encadrée par les plus proches voisins par une autre successive. On regarde alors le passage d'un puits de potentiel à un autre séparé par une barrière d'énergie Δg_0 . On a alors une fréquence de passage d'un puits à l'autre (Maxwell-Boltzmann) :

$$f \simeq \frac{k_B T}{h} e^{-\Delta g_0 / k_B T}$$

Mais sans contrainte de cisaillement la barrière est symétrique selon la direction \vec{e}_x . Mais le cisaillement va briser cette symétrie (voir figure 1). Si on considère les perturbations au premier ordre on a :

$$-\Delta g = -\Delta g_0 \pm \alpha \sigma$$

On a alors une vitesse moyenne de l'atome placé sur le site I.

$$f_{\pm} = \frac{k_B T}{h} e^{-(\Delta g_0 \mp \alpha \sigma) / k_B T}$$

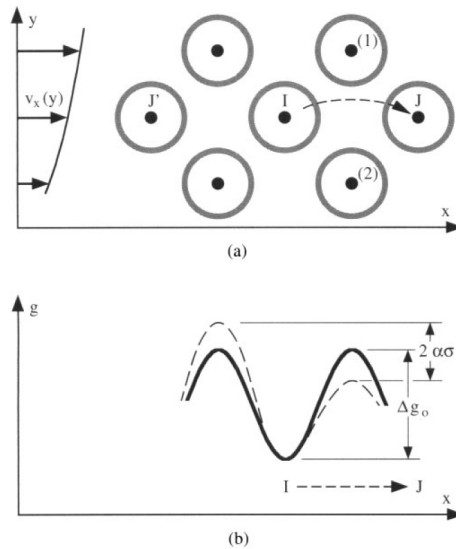


FIGURE 1 – Schéma du Guyon. Sur le schéma du dessous, on a $g(x)$ le potentiel perçu sans (traits plein) ou avec (pointillés) contrainte de cisaillement (σ)

$$v_I \simeq a * (f_+ - f_-) \simeq 2a \frac{k_B T}{h} \operatorname{sh}\left(\frac{\alpha \sigma}{k_B T}\right) e^{-\Delta g_0 / k_B T}$$

$$G \simeq \frac{2\alpha}{h} e^{-\Delta g_0 / k_B T} \sigma$$

$$\eta \simeq \frac{h}{\alpha} e^{\Delta g_0 / k_B T}$$

Remarque

Par opposition avec les gaz où la viscosité augmente en \sqrt{T} -> théorie cinétique des gaz

Application viscosité benzène

A température ordinaire. $V = 89 * 10^{-6}$ m³/mol, $T_e = 353$ K, $N_A = 6.02 * 10^{23}$ mol, $h = 6.62 * 10^{-34}$ J.s. AN : $\eta = 4.5 * 10^{-4}$ alors qu'expérimentalement 6.5

Influence température

Air : (T (° C), η (Pa.s)) : (0, 1, 71 · 10⁻⁵), (50, 1, 94 · 10⁻⁵), (100, 2, 20 · 10⁻⁵)

Eau : (T (° C), η (Pa.s)) : (0.01, 1, 79 · 10⁻³), (50, 0, 54652 · 10⁻³), (100, 0, 012 · 10⁻³)

2 Description des écoulements visqueux

2.1 Mise en équation

Équation de Navier-Stokes ¹ pour fluide Newtonien dans un écoulement incompressible dans un référentiel galiléen :

1. je la construis en rajoutant la viscosité sur Euler mais c'est un peu le serpent qui se mord la queue parce que pour Euler on repart de NS généralement, donc possibilité de démontrer en appliquant le PFD sur une particule fluide apparemment

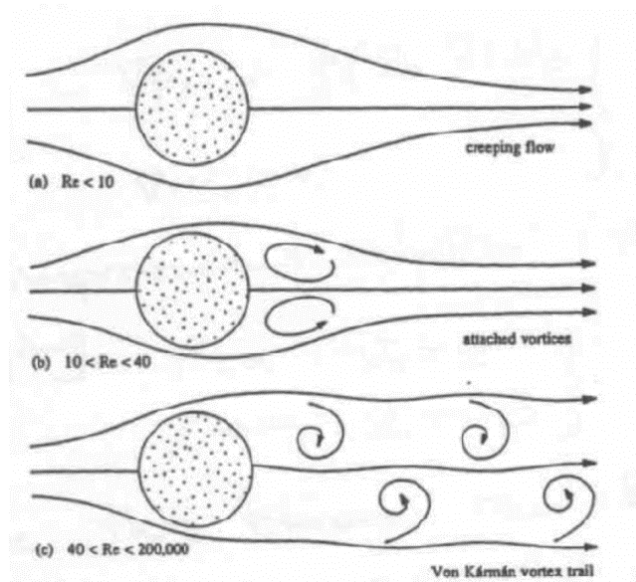


FIGURE 2 – Illustration d’écoulement autour d’un cylindre infini pour différent nombre de Reynolds

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \text{grad}) \vec{u} = -\vec{\nabla} P - \frac{1}{\rho} \vec{f} + \nu \Delta \vec{u}$$

Et condition limite, on a soit :

- interface solide : vitesse locale du fluide et la même que la vitesse de la paroi solide (non pénétration pour la vitesse normale + non glissement pour la vitesse tangentielle = même vitesses)
- interface fluide entre deux fluides non-miscibles : égalité des vitesses à l’interface, égalité des contraintes tangentielles et la différence de contraintes normales satisfont la loi de Laplace.

Longueur de glissement

En fait il y a glissement mais c’est sur une échelle plus petite que le micromètre donc négligeable. C’est un sujet actuel de recherche (ex : <http://www.theses.fr/2019SACLS551>) et on peut faire des mesures dessus sur des polymères fondus pour lesquels l’effet est plus important.

2.2 Le nombre de Reynolds

On va adimensionner l’équation de Navier-Stokes (...)

$$Re = \frac{L \times U}{\nu}$$

Première remarque : physiquement le nombre de Reynolds c’est la comparaison convection/diffusion. Ce qui permet de comprendre ce qu’on néglige comme termes dans notre équation.

Deuxième remarque : on a alors la similitude des écoulements, càd à même nombre de Reynolds deux écoulements sont solutions de la même solutions adimensionnée. C’est assez pratique pour des changements d’échelles comme par exemple faire des études d’écoulements en soufflerie.

Ensuite si on regarde la valeur du nombre de Reynolds : on retrouve Euler pour Re très grand et on trouve l’équation de Stokes pour Re petit.

Illustration de Reynolds sur un écoulement (voir figure 2)

Pour les petit Reynolds écoulement rampant, (ensuite pas sur l’illustration laminaire), puis recirculation derrière le cylindre perte de l’irréversibilité, et enfin turbulence avec les vortex de Von Karman

3 Exemples et applications

3.1 Exemple le viscosimètre de Couette

Raymond Comolet p.101 et Guyon p.175

Le principe de ce viscosimètre (ou rhéomètre parce que fait des mesures précises). On a deux cylindres concentriques, le cylindre extérieur tourne à une vitesse fixée et on mesure le couple qu’on doit lui appliquer pour rester à cette vitesse.

Par symétrie et invariance : la vitesse de dépend que de r et $\vec{v} = v_r \vec{e}_r + v_\theta \vec{e}_\theta$.

Tout d’abord : $\text{div}(\vec{v})$ et les conditions limites donnent $v_r = 0$.

Pour me simplifier la vie je pose alors $v_\theta = V$. On a maintenant le système suivant à résoudre :

$$\begin{aligned} \rho \frac{V^2}{r} &= \frac{dP}{dr} \\ \frac{d^2V}{dr^2} + \frac{d}{dr} \left(\frac{V}{r} \right) &= 0 \end{aligned}$$

Terme de pression

On a que la composante en V^2/r est un terme de force d’inertie centrifuge et donc la pression s’adapte donc et ne change pas l’écoulement c’est un terme généralisé de pression hydrostatique.

L’astuce de calcul, je pose $V' = \frac{V}{r}$.

On obtient alors :

$$\frac{d^2V'}{dr^2} + \frac{3}{r} \frac{dV'}{dr} = 0 \Rightarrow \frac{dV'}{dr} = \frac{A}{r^3}$$

Pour la suite on intègre et on applique les conditions limites pour obtenir :

$$V = \frac{R_2^2 \omega}{R_2^2 - R_1^2} \left(r - \frac{R_1^2}{r} \right) \tag{4}$$

On remarque alors que le profil de vitesse ne dépend pas du tout des propriétés du fluide. Mais juste de la géométrie du système et des paramètres qu’on impose.

$$C = 2\pi R_2 h \tau_{r\theta} = 2\pi R_2 h * (\eta r \frac{d(v/r)}{dr})(R_2) = 4\pi h \eta \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \omega \tag{5}$$

On a bien une mesure de la viscosité dans notre cas. Mais attention il y a quelques limitation à ce système : vitesse trop grande -> écoulement turbulent, couple trop faible -> pas de mesure possible couple trop fort -> limitation du dispositif. Donc on a une plage de valeur atteignable pour la mesure de la viscosité. (Wikipédia exemple -> 0,2-20000mPa.s)

3.2 Écoulement de Poiseuille cylindrique

Dans cette partie on peut rapidement établir l’équation de l’écoulement de Poiseuille cylindrique.

On peut faire un lien avec le dispositif expérimentale classiquement utiliser et comparer avec la longueur d’établissement du régime de Poiseuille cylindrique -> couche critique

Enfin, on peut utiliser cette exercice pour revenir sur l’expérience initiale et faire montrer qu’on a superposition d’un écoulement Couette plan et d’un écoulement de Poiseuille plan. Petite animation disponible sur internet pour retrouver le profil de vitesse visualisé. <https://demonstrations.wolfram.com/CouetteFlow/>

Anecdote historique

Poiseuille a écrit la loi décrivant cette écoulement alors qu'il étudiait l'écoulement dans les vaisseaux sanguins. C'est donc un exemple concret de cet écoulement. On peut aussi penser à l'écoulement de la sève dans les arbres.

Conclusion

Idées d'ouverture sur théorie de la couche limite, perte de charge dans une conduite, la turbulence.

4 Questions

- Qu'est ce qu'un superfluide? *Un fluide parfait c'est à dire sans viscosité exemple Hélium 4 à 2 K.*
- Quel est la définition d'un fluide Newtonien? *Le tenseur des contraintes est linéaire par rapport au tenseur des vitesses. La notion de fluide newtonien ne décrit que les effets de cisaillement dans le fluide.*
- Est-ce que tu connais des fluides non-newtoniens? *Maïzena fluide rhéo-épaississant. On a aussi des fluides rhéo-fluidifiants. Il y a des fluides dont la viscosité qui dépend de leur histoire aussi.*
- Quel genre de fluide le dentifrice? *Fluide à seuil*
- Valeur des viscosité des fluides sur la vidéo que tu as montré? *A 150° C on a 1 – 5 mPa.s*
- Comment ils font pour modifier la viscosité? *Mélange de plusieurs fluides avec deux viscosités différentes ce qui permet de contrôler la viscosité totale*
- La viscosité en général ça caractérise quoi? *Capacité à résister à l'écoulement*
- Est-ce que tu as d'autres ordres de grandeur que l'eau et l'air? *Glycérol : 1.5Pa.s Pour le miel? 1000 Pa.s*
- Tu connais des fluides avec des viscosités bien plus grandes que ça? *La Terre sur des très grands temps. Du bitume (expérience de la goutte de poids). Le verre, les glaciers.*
- Pourquoi 50 degrés pour les valeurs de viscosité? *Mauvais choix de ma part*
- C'est quoi la diffusion de la quantité de mouvement dont tu as voulu parlé dans une de tes parties? *Couche limite qui dépend de la viscosité. T'as des ordres de grandeur de la couche limite? Poiseuille : diamètre du capillaire. Air autour d'une voiture? Avec la formule de la couche limite : de l'ordre du millimètre.*
- Mais du coup la diffusion de quantité de mouvement se fait que sur cette couche? *Il u a une expérience qui est très simple pour la diffusion de quantité de mouvement : On voit dans l'écoulement Couette que la vitesse de la plaque diffuse vers le bas petit à petit donc la quantité de mouvement aussi.*
- Pourquoi la vitesse est la nulle à la paroi? *Autrement force infinie (car en dérivée de la vitesse) à l'interface fluide/solide! En réalité on a pas vraiment une vitesse nulle mais pour ça il faut des fluides spéciaux. (là on est dans la recherche actuelle)*
- Quand tu parles d'incompressibilité, tu parle de quoi? *Fluide incompressible. Et du coup ton $\text{div}(\mathbf{v})=0$ c'est quoi? C'est l'incompressibilité de l'écoulement. Si on a un fluide compressible, on peut avoir un écoulement incompressible.*
- En écrivant Navier-Stokes, il y a une hypothèse dont tu as pas parlé. *Ref. galiléen*
- Entre rampant et turbulent il y a quoi? *Laminaire*
- C'est quoi comme viscosimètre que tu nous as présenté? *Impose une vitesse et mesure un couple. Il ressemble à quoi en vue de côté? Fond on est en configuration cône-plan*
- Tu connais d'autres viscosimètre? *Viscosimètre à bille avec vitesse limite. Viscosimètre à louche percée (industrie de la peinture cf poly Montrouge). Écoulement plan/plan. Autre nom pour viscosimètre en mieux? Rhéomètre*
- Les écoulements de Poiseuille on les trouve où? *Vaisseaux sanguins*

- Tu connais d'autres nombres sans dimension? *Prandtl, Froude, Rosby, Heckman*
- Comment la viscosité varie avec la températures? *On a vu pour les fluides ça diminue et pour les gaz c'est en \sqrt{T} . Avec les mains? Si T augmente, une particule fluide peut plus facilement passer la barrière de potentielle. Pour les gaz, on considère que il n'y a pas d'interactions mais si la température augmente, on a de plus en plus de chocs.*

5 Remarques

- Attention à ne pas confondre la notion de fluide incompressible et d'écoulement incompressible.
- Mieux expliquer la diffusion de quantité de mouvement.
- Tu aurais pu revenir sur la vidéo du début à la fin
- T'as pas utilisé les mots turbulents et laminaires :(
- Tu pourrais peut être un peu plus trier les informations pour te concentrer sur ce dont tu as envie dans la leçon et être moins pressé. Tu peux aussi mettre des calculs sur diapos en lien direct avec la leçon comme un raisonnement classique.
- Il faut plus définir les grandeurs que tu utilises ($G, g, \eta, \text{ect...}$)
- Faut pas écrire "Poiseuille" en titre mais "Écoulement de Poiseuille"
- Tu notais pression et quantité de mouvement de la même manière :/
- Tu aurait peut être du choisir un autre calcul à développer au tableau
- C'est un peu frustrant que tu caches l'expérience
- T'as un peu traîné sur les deux premières parties

Agrégation de physique : fiche de correction de leçon 2018

Nom : *DUPREZ Guillaume*
 Correcteur.trice.s : *ROSE PANOMARENKO*

Note : *07/20*

Numéro et titre de la leçon (écrire LPxx, ou Dxx si docteur) :
LP08 Notion de viscosité. Écoulements visqueux

Structure de la leçon (juge la forme)	😊😊	😊	😐	😞	😞😞
Gestion du temps (<i>durée visée 40 min</i>)			✗	✗	
Qualité de l'introduction ? (<i>Est-elle présente, est-elle de qualité</i>)				✗	
Le plan de la leçon apparaît-il clairement ? (<i>la structure de la leçon apparaît-elle lors de la présentation</i>)		✗			
Qualité de la conclusion ? (<i>Est-elle présente, est-elle de qualité</i>)				✗	
Gestion du tableau (<i>écriture, orthographe, axes sur les graphiques, ...</i>)				✗	
Diversité des supports de communication		✗			
Attitude (<i>communication verbale, dynamisme, interaction avec les correcteur.trice.s ...</i>)			✗		

Cohérence de la leçon (juge le fond)	😊😊	😊	😐	😞	😞😞
Est-elle dans le sujet ?		✗			
Son contenu est-il suffisant ?		✗			
Son articulation est-elle bonne ?			✗		
Est-elle contextualisée ?					✗
Pertinence des choix didactiques ? (<i>choix des exemples, des calculs à faire ou non, ...</i>)				✗	
Illustration expérimentale (<i>présence et pertinence</i>)			✗		
Illustration informatique (<i>présence et pertinence</i>)			✗	✗	

Approche expérimentale (si format docteur)	😊😊	😊	😐	😞	😞😞
Choix de l'expérience		✗			
Durée de l'approche expérimentale					
Réalisation de la mesure en direct					
Analyse et traitement des résultats					
Discussion des sources d'erreur et des incertitudes					

Réponse aux questions	😊😊	😊	😐	😞	😞😞
Sur les choix relatifs à la leçon				✗	
Sur la culture connexe à la présentation					✗
Sur la partie expérimentale (LP docteur)					

Commentaires éventuels au dos :



- ⚠ aux notations (P et \vec{P} pour pression et quantité de mouvement)
- Bien définir les éléments présentés (η, g, G, \dots)
- ⚠ discuter les résultats.
- ⚠ gestion du temps.
- Répondre simplement aux questions (ne pas partir dans des explications trop compliquées)
- Donner plus d'ODG de viscosité (et à 20°C)
- Les choix pédagogiques n'étaient pas clairs voir pas très pertinents (ou pas bien justifiés) :
 - Euler avant NS
 - Interprétation psychologique du liquide
- Diffusion quantité de mouvement pas acquise. pas très intéressants
et lourds
(calculs)
- Différence fluide / écoulement incompressible pas acquise.
- Hypothèses manquantes ou pas claires (ref galiléen des fluides Newtonien)
- Expliquer les motivations via des exemples concrets (typiquement éc. Poiseuille, huile/miel / goutte de pain, ...)

→ C'est courageux de faire une leçon peu usuelle mais c'est risqué : peut partir dans des calculs approfondis assez éloignés du cœur de la leçon.

→ Le plan est bon, l'essentiel y est.

→ La manip est bien, et les vidéos aussi.

↳ Cela dit, une meilleure gestion du stress aurait permis d'éviter la plupart des écueils et d'augmenter drastiquement la note.