

# LP10 PHENOMENES INTERFACIAUX IMPLIQUANT LES FLUIDES

8 juin 2020

MONNET Benjamin &

## Niveau : L3

## Commentaires du jury

## Bibliographie

✦ *Poly, Lidon*

✦ *Gouttes, pertes, bulles et ondes, De Gennes*

✦ *Hydrodynamique physique, GHP*

→ <https://arxiv.org/pdf/1510.05508.pdf> Y'a tout

→ La bible des interfaces

→ Complément

## Prérequis



## Expériences



## Table des matières

<b>1</b>	<b>Tension de surface</b>	<b>2</b>
1.1	Observation . . . . .	2
1.2	Origine microscopique . . . . .	2
1.3	Interprétation énergétique . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Interfaces entre deux fluides</b>	<b>3</b>
2.1	Un cas statique : la loi de Laplace . . . . .	3
2.2	Un cas dynamique : les ondes gravito-capillaires . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Ligne triple : mouillage</b>	<b>6</b>
3.1	Loi de Young-Dupré . . . . .	6
3.2	Loi de Jurin . . . . .	7

## Introduction



Faire flotter un trombone ? ou une punaise en la mettant sur le côté plat ?

## 1 Tension de surface

### 1.1 Observation



Film de savon : on perce d'un côté et on voit que l'interface se courbe !

On se rend compte avec cette manip qu'une force apparait et tire l'interface.



En fait, on peut montrer que la force à exercer pour la compenser se met sous la forme :

$$F = \gamma L$$

On a donc une première interprétation : la tension superficielle est une force linéique contenue dans le plan de l'interface et dirigée vers le liquide, qui s'exerce dans la direction orthogonale au bord et l'interface.

↓ Mais d'où vient cette force

### 1.2 Origine microscopique

↗ Lidon p5

Au sein d'une phase, il existe de multiples interactions entre les différents constituants (liaisons covalentes, interactions VdW, liaisons H, ect...). Néanmoins, sur les bords, il y a des défauts d'interactions et elles ne sont plus identiques ! Le phénomène que l'on a observé est donc est phénomène de surface. On peut donc noter l'énergie que coûte l'existence de la surface sous la forme  $U = \gamma S$ . On peut remonter à un ordre de grandeur de la tension de surface :  $\gamma \approx \frac{U}{a^2}$  et on estime l'énergie  $U$  à franchir comme l'énergie thermique à ébullition  $U \approx k_B T_{eb}$  et donc  $\gamma \approx \frac{k_B T_{eb}}{a^2}$ .

**ODG** : On trouve pour l'eau  $\gamma \approx 0.1 N.m^{-1}$ , ce qui n'est pas si loin de la valeur tabulée à 20 °C :  $\gamma_{tab} = 72.75 mN.m^{-1}$ .

En conséquent, il faut garder à l'esprit que la tension de surface dépend :

- Du fluide concerné ainsi que de sa pureté! Les impuretés modifient les interactions surfaciques et peuvent donc modifier la tension de surface. En général, elle diminue mais ce n'est pas toujours le cas.
- De la température. Contrairement au modèle développé au dessus, la tension de surface diminue en général quand la température augmente

↓ *On vient de voir que le phénomène que l'on essaie d'étudier est en fait un phénomène surfacique. On peut donc en donner une interprétation autre que la première qu'il nous est venue à l'esprit auparavant (mais qui reste juste !)*

### 1.3 Interprétation énergétique

↗ Lidon, p4

D'après ce qui a été dit précédemment, on définit la tension de surface  $\gamma$  de la manière suivante : on considère une système thermodynamique avec une interface (donc avec 2 phases). Il faut lui fournir de manière réversible un travail  $\delta W^{rev} = \gamma dA$  pour faire varier de  $dA$  l'interface entre les deux phases. La différentielle de l'énergie interne du système s'écrit donc :

$$dU = TdS - PdV + \mu dN + \gamma dA$$

Autrement dit, on peut définir la tension de surface comme :

$$\gamma = \left( \frac{\partial U}{\partial A} \right)_{S,V,N}$$

Bien entendu, selon la fonction thermodynamique qu'il est pertinent de prendre en compte dans notre problème, on peut définir  $\gamma$  de différentes manières :

$$\gamma = \left( \frac{\partial F}{\partial A} \right)_{T,V,N} = \gamma = \left( \frac{\partial G}{\partial A} \right)_{T,P,N}$$

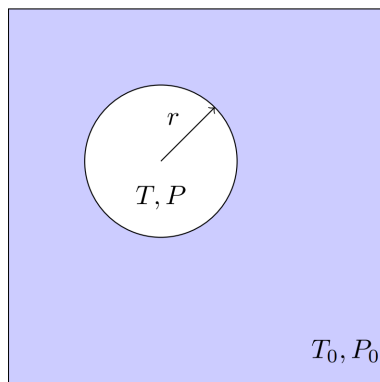
Il est important de souligner le fait que les deux interprétations de la tension de surface que l'on vient de voir sont correctes et le facteur  $\gamma$  est bien le même dans les deux cas. Seulement, on l'interprète dans un cas comme une énergie par unité de surface et dans l'autre comme une force linéique.

↓ *Quelles sont alors les conséquences de cette énergie/force ? On va n'en voir que certaines dans cette leçon.*

## 2 Interfaces entre deux fluides

### 2.1 Un cas statique : la loi de Laplace

On considère une bulle de gaz sphérique à pression  $T$  et température  $P$  dans une enceinte avec un autre gaz à la température  $T_0$  et  $P_0$ . On considère le système fermé et le gaz extérieur est considéré comme un thermostat à température  $T_0$  et pression  $P_0$ .



On s'intéresse à l'évolution de potentielle thermodynamique  $G^*$ , les paramètres d'état étant la température,  $T$ , la pression  $P$  et son rayon  $r$ . Sa différentielle vaut :

$$dG^* = dU + P_0 dV - T_0 dS = (T - T_0) dS + (P_0 - P) dV + \gamma dA$$

$$dG^* = (T - T_0) dS + 4\pi r^2 \left( P_0 - P + \frac{2\gamma}{r} \right) dr$$

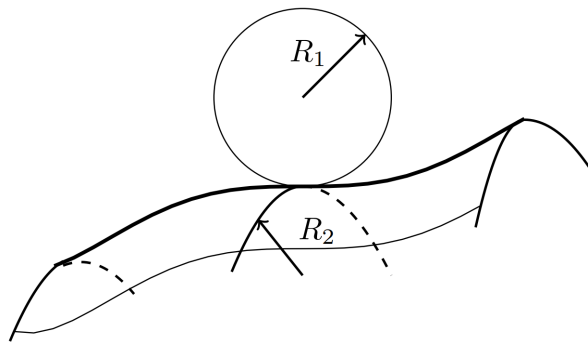
A l'équilibre thermodynamique, on trouve alors  $T = T_0$  et

$$P = P_0 + \frac{2\gamma}{r}$$

On appelle ça la loi de Laplace (appliquée au cas d'une sphère).

Slurp la gougoutte

En fait ce n'est qu'un cas particulier de la formule générale du cas suivant où les rayons de courbures de l'interface sont  $R_1$  et  $R_2$  :



Dans ce cas, la loi de Laplace s'écrit

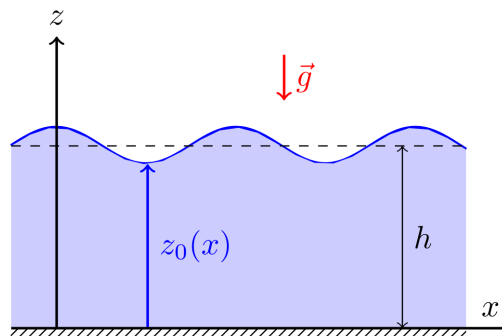
$$P_{int} = P_{ext} + \gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

On retrouve la loi de Laplace avec  $R_1 = R_2 = R$  et pour une interface plane  $R \rightarrow +\infty$ , il n'y a pas de discontinuité de la pression.

↓ On va voir que cette loi a une conséquence directe sur la propagation des ondes à la surface de l'eau

## 2.2 Un cas dynamique : les ondes gravito-capillaires

☞ Lidon p14



On étudie de faibles déformations de la surface d'un fluide (par exemple l'eau). On a au dessus de l'air. L'écoulement du fluide est dicté par l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) = \rho \vec{g} - \nabla P + \eta \Delta \vec{v}$$

On fait l'hypothèse d'un écoulement incompressible et irrotationnel (liquide au départ au repos + théorème de Kelvin). On a donc  $\vec{v} = \vec{\nabla} \Phi$ . L'incompressibilité donne :

$$\Delta \Phi = 0$$

On suppose de plus que le fluide est parfait ce qui permet d'utiliser le théorème de Bernoulli :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{v^2}{2} + gz + \frac{P}{\rho} = cste$$

Comme nous sommes dans le cadre des faibles déformations, on pourra supposer que la vitesse est un terme infiniment petit d'ordre 1 et donc finalement :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + gz + \frac{P}{\rho} = K$$

Maintenant que l'on a les équations, il manque les conditions aux limites :

- C'est là que la loi de Laplace intervient ! La discontinuité de pression à la surface vaut :

$$P(c, z = z_0, t) = P_0 - \gamma \frac{\partial^2 z_0}{\partial x^2}$$

- Le fluide est au contact du récipient :

$$v_z(z = 0) = \frac{\partial \Phi}{\partial z}(x, z = 0, t) = 0$$

- La vitesse du fluide à la surface correspond à celle de la déformation :

$$v_z(x, z = z_0, t) = \frac{\partial \Phi}{\partial z}(x, z_0, t) = \frac{\partial z_0}{\partial t}$$

Finalement, en dérivant l'équation de Bernoulli selon t, on a avec la dernière condition aux limites (on considère  $z_0 \approx h$  car les déformations sont faibles) :

$$\left[ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\gamma}{\rho} \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial z} \right] (x, z = h, t) = 0$$

**Résolution :** on cherche une onde de surface se propageant cela  $Ox$ . On pose  $u = x - ct$ . On cherche le potentiel sous la forme :

$$\Phi(x, z, t) = \psi(u) \Psi(z)$$

L'équation de Laplace et la condition aux limites en  $z=0$  permet d'obtenir :

$$\Phi(x, z, t) = A e^{i(kx - \omega t)} \cosh(kz)$$

En réinjectant cette forme dans l'équation de Bernoulli dérivée on trouve :

$$\omega^2 = \left( gk + \frac{\gamma k^3}{\rho} \right) \tanh(kh)$$

On voit alors apparaitre un grandeur caractéristique appelée longueur capillaire :

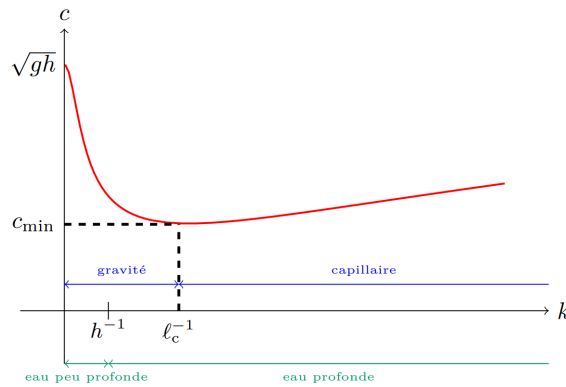
$$l_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$$

Cette longueur est en fait une comparaison entre l'énergie de tension superficielle et l'énergie potentielle de pesanteur. **ODG :** 2.7 mm pour l'eau. En gros, elle permet de savoir jusqu'à quelle taille une goutte est sphérique avant que la gravité la déforme.

Finalement, la relation de dispersion se met sous la forme :

$$\omega^2 = gk(1 + k^2 l_c^2) \tanh(kh)$$

La tension de surface intervient donc dans la relation de dispersion et impact donc directement la propagation des ondes.



↗ Lidon p16

### 3 Ligne triple : mouillage

#### 3.1 Loi de Young-Dupré

↗ PGCG p24

Le mouillage est l'étude de l'étalement d'un liquide déposé sur un substrat. Cet étalement donne lieu à une ligne triple, c'est-à-dire à une ligne où la phase liquide, solide et gazeuse coexiste. L'angle que va former la goutte avec le support dépend de son "envie" de s'étaler. Autrement dit, cela dépend de l'affinité entre les différentes phases.

On introduit donc le **paramètre de mouillage S** :

$$S = \gamma_{SG} - (\gamma_{SL} + \gamma_{LG})$$

- Si  $S > 0$ , le liquide va avoir envie de s'étaler pour minimiser le contact solide/gaz qui coûte plus que les deux autres. On parle de **mouillage total**
- Si  $S < 0$ , le liquide forme une calotte sphérique faisant un angle  $\theta$  avec le substrat. On parle de **mouillage partiel**. Si un liqui est plutôt mouillant,  $\theta \leq \frac{\pi}{2}$  et si il est plutôt non mouillant,  $\theta \geq \frac{\pi}{2}$

Essayer d'estimer l'angle que fais une goutte sur un substrat selon les valeurs des  $\gamma$ . Pour ça, on considère on goutte qui se s'étale légèrement. Les différent variation d'aire sont :

$$\begin{aligned} dA_{SG} &= -dxdl \\ dA_{SL} &= dxdl \\ dA_{LG} &= \cos \theta dxdl \end{aligned}$$

La variation d'énergie vaut donc :

$$dE = \gamma_{SG}(-dxdl) + \gamma_{SL}(dxdl) + \gamma_{LG}(\cos \theta dxdl)$$

A l'équilibre, on a donc :

$$-\gamma_{SG} + \gamma_{SL} + \gamma_{LG} \cos \theta = 0$$

On trouve ainsi la loi de Young-Duprez :

$$\cos \theta = \frac{\gamma_{SG} - \gamma_{SL}}{\gamma_{LG}}$$

On retrouve la compétitivité mise en jeu dans le paramètre d'étalement S. D'ailleurs, on a  $S = \gamma_{LG}(\cos \theta - 1)$ . L'angle est bien défini que si on a un mouillage partiel ( $S < 0$ ) !

Il y a beaucoup de remarques à faire sur cette loi, qu'il faudra judicieusement ajustée selon le temps restant :

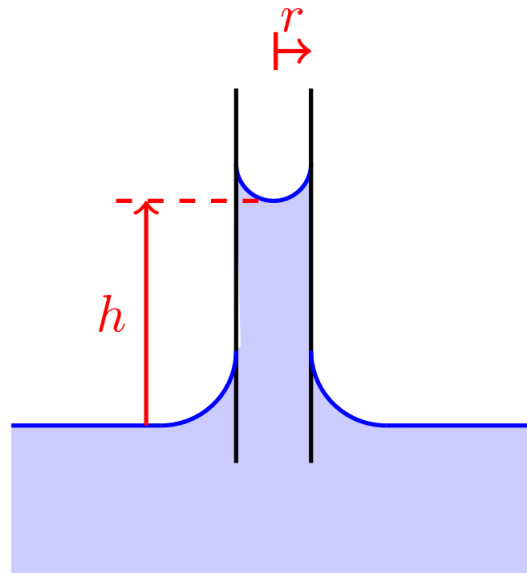
- Tout d'abord, cette suppose que la surface est parfaite ! C'est à dire parfaitement plane, et parfaitement propre. La non-planéité de la surface modifie l'aire de contact et donc la démonstration ne fonctionne plus. Les impuretés rajoute des barrières de potentiel à franchir et donc la goutte s'arrête parfois avant l'endroit où elle devrait d'arrêter
- L'angle de mouillage dépend dans quel sens va la goutte ( $\theta$  croissant ou décroissant). On peut donc définir un angle d'avancé et un angle de reculée. Néanmoins, la différence  $\theta_A - \theta_R$  est souvent petite.

## 3.2 Loi de Jurin

☞ Lidon p29



Ca peut être bien de faire la manip!



Compétition entre l'énergie potentielle de gravité et l'énergie de tension de surface :

$$dE = \rho g \pi r^2 \frac{h}{2} dh + (\gamma_{SL} - \gamma_{SG}) 2\pi r dh$$

On trouve donc :

$$h = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g r}$$

On voit d'ailleurs  $l_c$  apparaitre.

### Questions

- 

### Remarques

-